ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.

NEUNUNDDREISSIGSTER BAND.

VOM JAHRE 1893.

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.

GÖTTINGEN,

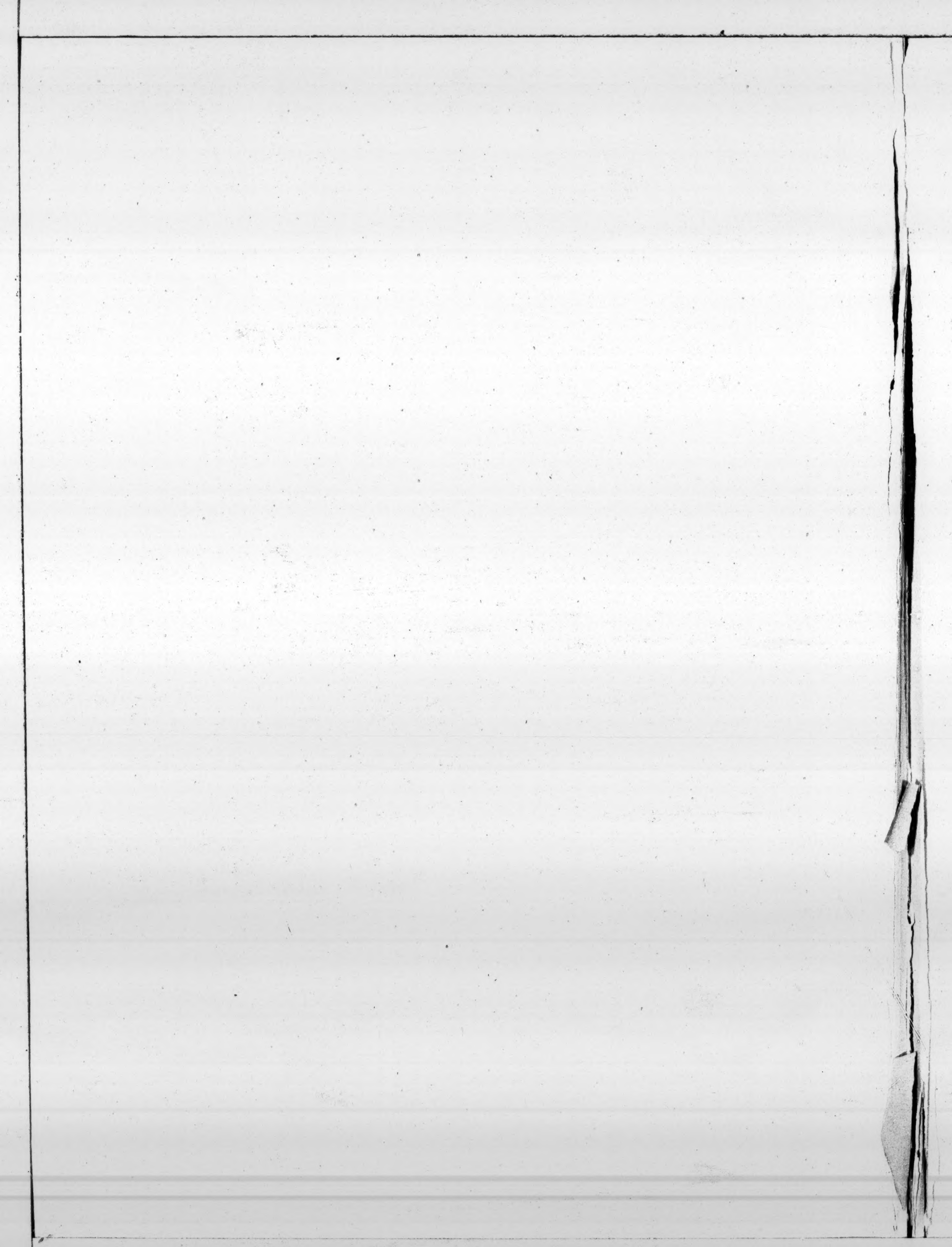
DIETERICHSCHE VERLAGS-BUCHHANDLUNG.

1894.


ASTOR LIBRARY
JAN
22
1895
NEW YORK

Inhalt.

Mathematisch-Physikalische Klasse.



ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHEN KLASSE

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

NEUNUNDDREISSIGSTER BAND.



Ueber den Einfluss des elektrostatischen Feldes auf das optische Verhalten piëzoelektrischer Krystalle.

Von

F. Pockels.

Mit 14 Textfiguren.

Vorgelegt in der Sitzung der K. Gesellschaft der Wissenschaften am 4. November 1893.

I. Theil.

Ziele und Hülfsmittel der Untersuchung.

§ 1. Plan der Untersuchung.

Durch nahezu gleichzeitige Beobachtungen der Herren W. C. Röntgen[1]) und A. Kundt[2]) ist bekannt, dass die Doppelbrechung des Quarzes durch dielektrische Polarisation in einem elektrischen Felde, dessen Kraftlinien senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe verlaufen, eine Aenderung erleidet. Jene Beobachtungen sollten einen experimentellen Nachweis dafür liefern, dass der Quarz in einem solchen elektrischen Felde eine bestimmte Deformation erleidet, welche sich aus seinem piëzoelektrischen Verhalten auf Grund des Energieprincips ableiten lässt, wie zuerst G. Lippmann[3]) für einen speciellen Fall gezeigt hat. In der That liessen sich die beobachteten Erscheinungen qualitativ als Wirkung jener Deformation erklären, wenn die Beobachtungen von Moigno und Soleil sowie von Mach und Merten über den Einfluss einseitiger Compression auf das optische Verhalten des Quarzes berücksichtigt wurden. Indessen kann man aus dieser qualitativen Uebereinstimmung noch nicht schliessen, dass jene Erklärung der elektrooptischen Wirkung — so möge weiterhin die durch dielektrische Polarisation hervorgerufene Aenderung des optischen Verhaltens piëzoelektrischer Krystalle kurz bezeichnet werden — durch die erwähnte Deformation ausreichend sei. Denn es lässt sich zeigen, dass die von den Herren Kundt und Röntgen beobachteten Erscheinungen sich qualitativ vollständig ableiten lassen ohne jede specielle Voraussetzung über ihre eigentliche Ursache, lediglich durch richtige Berücksichtigung der Symmetrieverhältnisse und durch

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. **18**, 213 und 534. 1883; **19**, 319. 1883.
2) A. Kundt, Wied. Ann. **18**, 228. 1883.
3) G. Lippmann, Ann. de chim. et phys. (5) **24**, 145. 1881.

die für kleine Feldstärken jedenfalls zutreffende Annahme, dass die Aenderungen der optischen Constanten der dielektrischen Polarisation proportional sind [1]).

Zur Entscheidung der wichtigen Frage, ob die elektrooptischen Erscheinungen in piëzoelektrischen Krystallen nur die Folge der im elektrischen Felde eintretenden Deformation sind, oder ob auch eine directe Einwirkung der elektrostatischen Kräfte auf die Lichtbewegung dabei stattfindet, sind demnach quantitative Untersuchungen nothwendig. Nun hat zwar Herr P. Czermak [2]) die von den Herren Kundt und Röntgen zuerst beobachtete Aenderung der Interferenzringe (Curven gleichen Gangunterschiedes) in senkrecht zur Hauptaxe geschnittenen Quarzplatten, die senkrecht zu letzterer dielektrisch polarisirt wurden, auch messend verfolgt; allein seine Beobachtungen waren (wie später des Näheren erörtert werden soll) noch nicht ausreichend, um die obige Frage zu prüfen, sondern ergaben nur eine weitere Bestätigung der Resultate, welche aus der allgemeinen Theorie der elektrooptischen Erscheinungen für den Quarz folgen [3]). Seitdem sind Beobachtungen über diesen Gegenstand meines Wissens nicht angestellt worden. Der Zweck der vorliegenden Arbeit war es, die elektrooptischen Erscheinungen an Krystallen verschiedener Symmetriegruppen — es kommen hier nur diejenigen ohne Centrum der Symmetrie in Betracht — im Hinblick auf die oben aufgeworfene Frage zu studiren. Um die letztere beantworten zu können, ist nicht nur eine vollständige quantitative Untersuchung der Aenderung des optischen Verhaltens im elektrischen Felde erforderlich, sondern auch die Bestimmung der piëzoelektrischen Constanten, weil von diesen die im elektrischen Felde eintretende Deformation abhängt, sowie jene der durch elastische Deformationen verursachten optischen Aenderungen; und um diese letzteren ermitteln zu können, muss man auch die Elasticitätsmoduln des Krystalles kennen. Hierdurch wird die Anzahl der krystallisirten Substanzen, an welchen die Untersuchung vollständig durchführbar ist, sehr beschränkt; denn um die Bestimmung aller jener physikalischen Constanten zu gestatten, müssen die Krystalle nicht nur frei von Sprüngen, Einschlüssen und optischen Störungen sein, sondern auch grosse Dimensionen besitzen. Am besten sind diese Bedingungen beim Quarz erfüllt, für welchen überdies die Elasticitätsmoduln durch Herrn W. Voigt [4]), die piëzoelektrischen Constanten durch Herrn E. Riecke und W. Voigt [5]), und die piëzooptischen Constanten — wie wir weiterhin diejenigen Constanten bezeichnen wollen, welche die Aenderungen des optischen Verhaltens durch elastische Deformationen charakterisiren — durch den Verf. [6]) bereits bestimmt worden sind.

---

1) F. Pockels, Neues Jahrb. f. Miner. Beil.-Bd. **7**, 201—224. 1890.
2) P. Czermak, Sitzungsber. d. Wiener Acad. **97** (2) 301—324. 1888.
3) Vergl. die Darstellung p. 218—19 in meiner oben citirten Abhandlung.
4) W. Voigt, Wied. Ann. **31**, 474, 701. 1887.
5) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. **45**, 523. 1892.
6) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 269. 1889.

Als recht gut für die Untersuchung geeignet erwies sich auch das Natriumchlorat, welches leicht in grossen regulär-tetartoëdrischen Krystallen zu erhalten ist und dessen Elasticitätsconstanten ebenfalls schon von Hrn. W. Voigt[1]) bestimmt sind. Dasselbe bietet ausserdem auch besonderes Interesse dadurch, dass es Circularpolarisation besitzt.

Beim Turmalin wurden an derjenigen (brasilianischen) Varietät, welche von Hrn. W. Voigt und E. Riecke elastisch und piëzoelektrisch untersucht ist, die optischen Beobachtungen durch die starke Absorption des ordentlichen Strahles unmöglich gemacht, und es gelang nur an einer blauen, durchsichtigeren Varietät einige Beobachtungen anzustellen, welche wenigstens eine interessante Bestätigung der allgemeinen Theorie ergaben. Endlich konnten sowohl elektrooptische, als piëzoelektrische und piëzooptische Messungen, wenn auch weniger sicher als am Quarz und Natriumchlorat, am Seignettesalz (rechtsweinsaurem Kali-Natron) ausgeführt werden, welches in schönen Krystallen der sphenoidischen Hemiëdrie des rhombischen Systems zu erhalten ist. Die Bestimmung der Elasticitätsmoduln wäre an dem vorhandenen Material schwerlich ausführbar gewesen, doch ist auch gerade in diesem Falle deren Kenntniss nicht unbedingt nothwendig, um Schlüsse in Betreff der aufgestellten Frage zu ziehen.

Die Versuche, noch an einer Reihe weiterer Krystalle verschiedener Symmetriegruppen wenigstens qualitative Beobachtungen, welche zur Prüfung der allgemeinen Theorie der elektrooptischen Erscheinungen hätten dienen können, zu erhalten, ergaben nur negative Resultate, was zum Theil wohl den kleinen Dimensionen, zum Theil den optischen Anomalien und der zu starken natürlichen Doppelbrechung der untersuchten Krystalle zuzuschreiben ist. Die betreffenden Substanzen sind folgende.

Bleinitrat, regulär-tetartoëdrisch, wovon ich grosse Krystalle durch die Güte des Herrn Abbe in Jena erhalten hatte, zeigte keine Spur von elektrooptischer Wirkung, doch kann dieselbe auch durch die starke anomale Doppelbrechung verdeckt gewesen sein.

Natriumbromat, regulär-tetartoëdrisch mit optischem Drehungsvermögen, war nur in stark gestörten Krystallen zu erlangen.

Blei- und Strontiumhyposulfat, der trapezoëdrischen Tetartoëdrie des hexagonalen Systems zugerechnet, standen mir nur in nach der Basis dünn tafelförmigen Krystallen zur Verfügung, die zum Nachweis der elektrooptischen Erscheinungen ungünstig sind.

Natrium-Lithiumsulfat ($NaLiSO_4$), welches nach Hrn. H. Traube dieselbe (rhomboëdrisch-hemimorphe) Symmetrie besitzt, wie der Turmalin, wurde in verhältnissmässig grossen und gut ausgebildeten, aber optisch anomalen Krystallen untersucht, die ich, wie auch diejenigen der vorher genannten Substanzen und des $KLiSO_4$, Herrn H. Traube verdanke.

Kalium-Lithiumsulfat, der 1ten hemimorphen Tetartoëdrie des hexagonalen

1) W. Voigt, Nachr. der k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1893, 220—224.

Systems angehörend, war nur in sehr kleinen, (einige mm dicken) Krystallen zu erhalten.

Die Untersuchung der rhombisch-sphenoidischen Sulfate aus der Gruppe des Bittersalzes erschien wegen der sehr starken ursprünglichen Doppelbrechung aussichtslos, wie einige Versuche an einem Präparat von Cobaltsulfat zeigten. Dasselbe gilt von den monoklin-hemimorphen Krystallen der Weinsäure und des Rohrzuckers. —

Bevor ich zur ausführlichen Darstellung der elektrooptischen Erscheinungen am Natriumchlorat, Quarz, Turmalin und Seignettesalz übergehe, sollen zunächst die Grundlagen für deren theoretische Behandlung, und sodann die Hülfsmittel zur experimentellen Untersuchung, soweit dieselben später überall Anwendung fanden, erörtert werden.

§ 2. **Allgemeine Grundlagen der Theorie.**

Das optische Verhalten eines vollkommen durchsichtigen, nicht activen Krystalles für Licht von bestimmter Schwingungsdauer lässt sich durch 6 Constanten definiren, da so viele erforderlich sind, um die Orientirung der optischen Symmetrieaxen im Krystall und die Hauptlichtgeschwindigkeiten zu bestimmen. Als solche Bestimmungsstücke kann man zweckmässiger Weise die Coefficienten in der Gleichung des von F. Neumann in die Betrachtung eingeführten Ovaloids wählen, da sich mit Hülfe dieser Fläche bekanntlich die Schwingungsrichtungen und Fortpflanzungsgeschwindigkeiten für eine beliebige Wellennormalenrichtung leicht angeben lassen. Die Gleichung des Ovaloids in Bezug auf ein beliebiges rechtwinkliges Coordinatensystem X^0, Y^0, Z^0 lautet, wenn μ^0, ν^0, π^0 die Richtungscosinus des Radiusvectors ϱ bezeichnen,

$$1)\qquad \varrho^2 = B_{11}\mu^{0^2} + B_{22}\nu^{0^2} + B_{33}\pi^{0^2} + 2B_{23}\nu^0\pi^0 + 2B_{31}\pi^0\mu^0 + 2B_{12}\mu^0\nu^0.$$

In Bezug auf die optischen Symmetrieaxen würde sie lauten:

$$1')\qquad \varrho^2 = \omega_x^2\mu^2 + \omega_y^2\nu^2 + \omega_z^2\pi^2,$$

wo ω_x, ω_y, ω_z die Hauptlichtgeschwindigkeiten sind. Daher findet man diese letzteren und die Lage der Symmetrieaxen X, Y, Z, wenn die Coefficienten B_{hk} gegeben sind, dadurch, dass man die Gleichung 1) durch Coordinatentransformation auf die Form 1') bringt. Für die Richtungscosinus der optischen Symmetrieaxen X, Y, Z, bezogen auf das Axensystem X^0, Y^0, Z^0, welche in folgender Weise bezeichnet werden sollen:

2)

	X	Y	Z
X^0	α_1	β_1	γ_1
Y^0	α_2	β_2	γ_2
Z^0	α_3	β_3	γ_3

ergeben sich dabei 3 Gleichungen, deren erste lautet:

3) $0 = B_{11}\beta_1\gamma_1 + B_{22}\beta_2\gamma_2 + B_{33}\beta_3\gamma_3 + B_{23}(\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2) + B_{31}(\beta_1\gamma_3 + \beta_3\gamma_1) + B_{12}(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)$,

während die zwei anderen aus vorstehender durch cyclische Permutation der Grössen α, β, γ abzuleiten sind.

Sodann ist die Geschwindigkeit der senkrecht zur X-Axe polarisirten Welle durch nachstehende Formel gegeben:

4) $$\omega_x^2 = B_{11}\alpha_1^2 + B_{22}\alpha_2^2 + B_{33}\alpha_3^2 + 2B_{23}\alpha_2\alpha_3 + 2B_{31}\alpha_3\alpha_1 + 2B_{12}\alpha_1\alpha_2,$$

und für ω_y^2 und ω_z^2 gelten ganz analog gebildete Ausdrücke, in denen nur die Grössen β bezw. γ an Stelle der α stehen.

Erleidet nun das optische Verhalten durch irgend welche äussere Einwirkungen — von denen für uns nur mechanische und elektrostatische in Betracht kommen — kleine Aenderungen, so sind die B_{hk} als Functionen derjenigen Grössen anzusehen, durch welche jene Einwirkungen gemessen werden, und können nach Potenzen dieser Grössen entwickelt werden. Als solche Grössen wählen wir im Falle mechanischer Einwirkung die elastischen Deformationen $x_x, y_y, z_z, y_z, z_x, x_y$, im Falle elektrostatischer Einwirkung die auf die Volumeneinheit bezogenen inducirten Momente a, b, c[1]; diese letzteren sind, wenn V das elektrische Potential ist, bezw. gleich $-\varkappa_1\frac{\partial V}{\partial x}$, $-\varkappa_2\frac{\partial V}{\partial y}$, $-\varkappa_3\frac{\partial V}{\partial z}$, sofern die Axen X^0, Y^0, Z^0 mit den Hauptaxen des elektrischen Inductionsellipsoids (elektrischen Symmetrieaxen) zusammenfallen und $\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3$ die Inductionsconstanten für die Richtungen X^0, Y^0, Z^0 bezeichnen, welche mit den entsprechenden Dielektricitätsconstanten K_1, K_2, K_3 durch die Relationen $K = 1 + 4\pi\varkappa$ verknüpft sind. Ist nun die optische Aenderung von der Art, dass sie zugleich mit der äusseren Einwirkung ihren Sinn umkehrt, so kann man sich in der erwähnten Potenzentwicklung zunächst auf die Glieder 1. Ordnung beschränken; ist obige Voraussetzung nicht zulässig, so wird sich dies dann darin zeigen, dass alle Coefficienten dieser Glieder verschwinden.

Es sollen nun zu Coordinatenaxen X^0, Y^0, Z^0 die ursprünglichen optischen Symmetrieaxen, bezw. bei optisch isotropen und einaxigen Krystallen krystallographische Symmetrieaxen oder Normalen von Symmetrieebenen, gewählt werden. Dann müssen bei verschwindender äusserer Einwirkung die Grössen B_{23}, B_{31}, B_{12} ebenfalls verschwinden, B_{11}, B_{22}, B_{33} aber in die Quadrate der ursprünglichen Hauptlichtgeschwindigkeiten: $\omega_x^{0^2}$, $\omega_y^{0^2}$, $\omega_z^{0^2}$ übergehen, und man erhält demnach folgende allgemeine Ansätze:

---

1) Man könnte mit gleichem Rechte die elastischen Druckkräfte $X_x, \ldots Y_z \ldots$ bezw. die („polaren") elektrischen Kraftcomponenten $-\frac{\partial V}{\partial x}$, $-\frac{\partial V}{\partial y}$, $-\frac{\partial V}{\partial z}$ als Parameter der äusseren Einwirkung wählen, und es wäre dies sogar für manche Anwendungen etwas bequemer; wir machen aber obige Festsetzung, um die Uebereinstimmung mit früheren Arbeiten aufrecht zu erhalten.

für die optische Wirkung elastischer Deformationen[1])

$$
5)\quad
\begin{aligned}
B_{11} - \omega_x^{0^2} &= a_{11} x_x + a_{12} y_y + a_{13} z_z + a_{14} y_z + a_{15} z_x + a_{16} x_y \\
B_{22} - \omega_y^{0^2} &= a_{21} x_x + a_{22} y_y + a_{23} z_z + a_{24} y_z + a_{25} z_x + a_{26} x_y \\
B_{33} - \omega_z^{0^2} &= a_{31} x_x + a_{32} y_y + a_{33} z_z + a_{34} y_z + a_{35} z_x + a_{36} x_y \\
B_{23} &= a_{41} x_x + a_{42} y_y + a_{43} z_z + a_{44} y_z + a_{45} z_x + a_{46} x_y \\
B_{31} &= a_{51} x_x + a_{52} y_y + a_{53} z_z + a_{54} y_z + a_{55} z_x + a_{56} x_y \\
B_{12} &= a_{61} x_x + a_{62} y_y + a_{63} z_z + a_{64} y_z + a_{65} z_x + a_{66} x_y ;
\end{aligned}
$$

und für die optische Wirkung dielektrischer Polarisation[2]):

$$
6)\quad
\begin{aligned}
B_{11} - \omega_x^{0^2} &= e_{11} a + e_{12} b + e_{13} c \\
B_{22} - \omega_y^{0^2} &= e_{21} a + e_{22} b + e_{23} c \\
B_{33} - \omega_z^{0^2} &= e_{31} a + e_{32} b + e_{33} c \\
B_{23} &= e_{41} a + e_{42} b + e_{43} c \\
B_{31} &= e_{51} a + e_{52} b + e_{53} c \\
B_{12} &= e_{61} a + e_{62} b + e_{63} c.
\end{aligned}
$$

Die Constanten a_{hk}, deren im allgemeinsten Falle — bei triklinen Krystallen — 36 verschiedene vorhanden sind, sollen als piëzooptische, und die e_{hk}, deren Anzahl im Falle des Fehlens aller Symmetrieelemente 18 beträgt, als elektrooptische Constanten bezeichnet werden.

Einen auf analoge Ueberlegungen begründeten linearen Ansatz hat Herr W. Voigt[3]) für die durch mechanische Einwirkung in piëzoelektrischen Krystallen erzeugten elektrischen Momente gemacht. Dabei konnten wieder entweder die elastischen Deformationen, oder die Componenten der elastischen Drucke als unabhängige Variabele gewählt werden. Für die Anwendungen, welche wir hier machen werden, ist die letztere Darstellung die zweckmässigere; dann lauten die Ansätze für die elektrischen Momente der Volumeneinheit[4]):

$$
7)\quad
\begin{aligned}
a &= -(\delta_{11} X_x + \delta_{12} Y_y + \delta_{13} Z_z + \delta_{14} Y_z + \delta_{15} Z_x + \delta_{16} X_y) \\
b &= -(\delta_{21} X_x + \delta_{22} Y_y + \delta_{23} Z_z + \delta_{24} Y_z + \delta_{25} Z_x + \delta_{26} X_y) \\
c &= -(\delta_{31} X_x + \delta_{32} Y_y + \delta_{33} Z_z + \delta_{34} Y_z + \delta_{35} Z_x + \delta_{36} X_y).
\end{aligned}
$$

Die Zahl der verschiedenen „piëzoelektrischen Moduln“ δ_{hk} beträgt im allgemeinsten Falle — in der hemimorphen Gruppe des triklinen Systems — 18; wie die elektrooptischen Constanten sind sie bei denjenigen Krystallen, welche ein Centrum der Symmetrie besitzen, sämmtlich gleich Null.

1) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 152. 1889.
2) F. Pockels, Neues Jahrb. f. Min., Beil.-Bd. **7**, 203. 1890.
3) W. Voigt, Allgemeine Theorie der piëzo- und pyroelektrischen Erscheinungen an Krystallen, Abhandl. der k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Bd. **36**, 1890.
4) W. Voigt, l. c. p. 22.

Aus dem Energieprincip ergiebt sich nun, dass ein piëzoelektrisch erregbarer Krystall, wenn er in ein elektrisches Feld gebracht wird, eine gewisse Deformation erleidet, und zwar lässt sich eine reciproke Beziehung zwischen dieser Deformation und der elektrischen Erregung durch Druck ableiten, welche gestattet, die erstere mit Hülfe der Constanten δ_{hk} des Ansatzes 7) zu berechnen. Bildet man nämlich mit Berücksichtigung jenes Ansatzes den Ausdruck für die potentielle Energie der Volumeinheit eines homogen elastisch deformirten und dielektrisch polarisirten Krystalles, so kommen zu dem gewöhnlichen elastischen Potential und zu der Energie der dielektrischen Polarisation jetzt die Glieder hinzu:

$$\frac{\partial V}{\partial x}(\delta_{11}X_x+\delta_{12}Y_y+\delta_{13}Z_z+\delta_{14}Y_z+\delta_{15}Z_x+\delta_{16}X_y)+\frac{\partial V}{\partial y}(\delta_{21}X_x+\ldots..)+\frac{\partial V}{\partial z}(\delta_{31}X_x+\ldots..)$$

oder auch, wenn jetzt a, b, c die durch die äusseren elektrischen Kräfte inducirten Momente bezeichnen, und wenn, wie es bei allen späteren Anwendungen der Fall ist, die optischen Symmetrieaxen X^0, Y^0, Z^0 zugleich die elektrischen Symmetrieaxen sind:

$$-\frac{a}{\varkappa_1}(\delta_{11}X_x+\ldots..)-\frac{b}{\varkappa_2}(\delta_{21}X_x+\ldots..)-\frac{c}{\varkappa_3}(\delta_{31}X_x+\ldots..).$$

Da nun allgemein die partiellen Ableitungen der potentiellen Energie nach $-X_x$, $-Y_y$ etc. die im Gleichgewichtszustande vorhandenen Deformationen x_x, y_y.... liefern, so sind diejenigen Deformationen, welche in Folge der dielektrischen Polarisation a, b, c auftreten, gegeben durch nachstehende Ausdrücke[1]):

$$8)\quad \begin{aligned}
x_x &= \frac{\delta_{11}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{21}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{31}}{\varkappa_3}c\\
y_y &= \frac{\delta_{12}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{22}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{32}}{\varkappa_3}c\\
z_z &= \frac{\delta_{13}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{23}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{33}}{\varkappa_3}c\\
y_z &= \frac{\delta_{14}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{24}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{34}}{\varkappa_3}c\\
z_x &= \frac{\delta_{15}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{25}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{35}}{\varkappa_3}c\\
x_y &= \frac{\delta_{16}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{26}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{36}}{\varkappa_3}c.
\end{aligned}$$

1) F. Pockels, N. Jahrb. f. Min., Beil.-Bd. 7, 222—228. — Im Falle des monoklinen und triklinen Systems müssten bei der obigen Verfügung über X^0, Y^0, Z^0 an Stelle von $\frac{a}{\varkappa_1}$, $\frac{b}{\varkappa_2}$, $\frac{c}{\varkappa_3}$ immer $-\frac{\partial V}{\partial x}$, $-\frac{\partial V}{\partial y}$, $-\frac{\partial V}{\partial z}$ beibehalten werden.

Kennt man also die piëzoelektrischen Moduln und die Dielektricitätsconstanten (— die Kenntniss der letzteren ist nur soweit nothwendig, als man sie zur Bestimmung der elektrischen Kräfte im Innern des Krystalles braucht —), so kann man nach diesen Formeln die im elektrischen Felde eintretende Deformation berechnen und sodann durch Einsetzen der Ausdrücke 8) in die Gleichungen 5) auch die von jener Deformation verursachten optischen Wirkungen. Die Ausdrücke, welche man dann für $B_{11} - \omega_x^{0^2}, \ldots B_{23}, \ldots$ erhält, lassen sich durch Zusammenfassen der mit a, b, c multiplicirten Glieder auf eine zu 6) ganz analoge Form bringen:

$$
6') \quad \begin{aligned}
B_{11} - \omega_x^{0^2} &= e'_{11}a + e'_{12}b + e'_{13}c \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
B_{23} &= e'_{41}a + e'_{42}b + e'_{43}c \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

wenn gesetzt wird

$$
9) \quad e'_{mn} = \frac{1}{\varkappa_n} \sum_1^6{}_h\, a_{mh}\, \delta_{nh} \qquad (m = 1, 2 \ldots 6,\ n = 1, 2, 3)
$$

Wenn nun die durch dielektrische Polarisation hervorgerufenen Deformationen nicht anders auf die optischen Eigenschaften einwirken, wie die gleichen durch mechanische Kräfte erzeugten Deformationen, oder mit anderen Worten, wenn das elektrische Feld keine directe optische Wirkung ausübt, so müssen die experimentell bestimmten Grössen e_{mn} mit den aus 9) berechneten Grössen e'_{mn} identisch sein. Die Prüfung, ob diese Gleichheit besteht oder nicht, bildet demnach das Endziel der Untersuchung. Um die e_{mn} berechnen zu können, ist die Kenntniss der piëzoelektrischen Moduln und piëzooptischen Constanten nothwendig, und um die letzteren aus Beobachtungen bei einseitigem Druck — welches die praktisch hier allein ausführbare Methode zur Hervorbringung homogener Deformationen ist — bestimmen zu können, braucht man auch die Elasticitätsmoduln $s_{hk} = s_{kh}$, d. h. die Coefficienten in den linearen Ausdrücken, welche die Deformationen als Functionen der Druckkräfte darstellen:

$$
10) \quad \left|\begin{aligned}
x_x &= -(s_{11}X_x + s_{12}Y_y + s_{13}Z_z + s_{14}Y_z + s_{15}Z_x + s_{16}X_y) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
y_z &= -(s_{41}X_x + s_{42}Y_y + s_{43}Z_z + s_{44}Y_z + s_{45}Z_x + s_{46}X_y) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right.
$$

Dagegen ist es, obgleich die $\varkappa_n$ in den Relationen 9) vorkommen, nicht erforderlich, die Dielektricitätsconstanten zu kennen; denn bei geeigneter Versuchsanordnung, z. B. wenn die zu untersuchende Krystallplatte direct zwischen zwei auf bestimmte Potentialdifferenz geladenen Metallplatten liegt, kennt man unmittelbar die elektrische Kraft im Innern des Krystalls, also $\frac{-a}{\varkappa_1}, \frac{-b}{\varkappa_2}, \frac{-c}{\varkappa_3}$,

und findet somit durch die Beobachtung nicht e_{mn}, sondern $e_{mn} \cdot \varkappa_n$. Dies ist ein grosser Vortheil, da die Bestimmung der Dielektricitätsconstanten für statische Ladungen bekanntlich sehr unsicher ist.

Die Formeln 5) bis 10) vereinfachen sich mehr oder weniger für diejenigen Krystalle, welche Symmetrieeigenschaften besitzen; denn es ergiebt sich dann eine Reduction der Anzahl der Constanten dadurch, dass man die Bedingungen aufstellt, unter denen das betreffende Formelsystem bei Vertauschung des ursprünglichen Axensystems $X^0\ Y^0\ Z^0$ mit einem krystallographisch gleichwerthigen unverändert bleibt. Eine Zusammenstellung der Formelsysteme 7) und 10) für alle 32 verschiedenen Krystallgruppen findet sich in der schon citirten „allgemeinen Theorie der piëzo- u. pyroelektrischen Erscheinungen an Krystallen“ von Herrn W. Voigt, Tabelle II und III, und eine solche der Ansätze 5) und 6) habe ich in den Arbeiten in Wied. Ann. 37, p. 158—161 bezw. N. Jahrb. f. Min. Beil.-Bd. 7, p. 209—210 gegeben. Daher erscheint es nicht nothwendig, hier diese Zusammenstellung zu wiederholen, und es sollen nur jedesmal zu Anfang des von einer jeden speciellen Substanz handelnden Abschnittes die besonderen für die betreffende Krystallgruppe geltenden Formeln gegeben werden.

Die bisher aufgestellten Formeln 6) und 8) umfassen nur diejenigen Deformationen und optischen Aenderungen, welche ihr Vorzeichen zugleich mit den sie erzeugenden elektrischen Momenten umkehren und demgemäss überhaupt nur bei Krystallen ohne Centrum der Symmetrie auftreten können. Ausser diesen müssen aber in allen Krystallen Deformationen und damit verbundene Aenderungen des optischen Verhaltens stattfinden, welche ihr Vorzeichen nicht wechseln, sondern dem Quadrate der elektrischen Kraft proportional sind. Diese Aenderungen, welche von der gewöhnlich als Elektrostriction bezeichneten Wirkung des elektrischen Feldes herrühren, waren aber bei den Verhältnissen, unter welchen meine Beobachtungen angestellt wurden, jedenfalls verschwindend klein, wie am Beispiel des Quarzes später durch Rechnung nachgewiesen werden wird. Uebrigens wurden die Beobachtungen, indem sie bei positiver und negativer Elektrisirung ausgeführt wurden, auch stets so eingerichtet, dass die Wirkungen 1ter Ordnung von den etwa vorhandenen 2ter Ordnung getrennt werden konnten. Wenn in einem Falle (beim Seignettesalz) dennoch eine starke sich nicht mit dem Elektrisirungssinne umkehrende optische Wirkung beobachtet wurde, so ist dieselbe sehr wahrscheinlich auf andere Ursachen, als auf die Elektrostriction, zurückzuführen, ähnlich wie ja auch die von Kerr entdeckte Doppelbrechung dielektrisch polarisirter Flüssigkeiten nicht von einer Deformation herrühren kann.

§ 3. **Experimentelle Hülfsmittel.**

a. Messung von Gangunterschieden.

Die optischen Beobachtungen bestanden, abgesehen von der Bestimmung der Schwingungsrichtungen im Natriumchlorat (und Turmalin), welche dort

ausführlicher besprochen werden wird, in Messungen der durch dielektrische Polarisation der Krystalle hervorgerufenen Gangunterschiede der beiden Wellen für verschiedene Fortpflanzungsrichtungen. Es war nämlich nicht nothwendig, die absoluten Aenderungen der Lichtgeschwindigkeiten zu messen, weil bei denjenigen Krystallen, an welchen überhaupt quantitative optische Beobachtungen ausführbar waren (d. i. Natriumchlorat, Quarz und Seignettesalz), der allgemeinen Theorie zufolge bereits aus der Aenderung der Doppelbrechung, also aus den relativen Verzögerungen, sämmtliche elektrooptische Constanten bestimmt werden können. Zur Ermittelung der relativen Verzögerung in der Richtung der Hauptaxe im Quarz diente die Messung der Durchmesser der Curven gleichen Gangunterschiedes; Näheres über die Ausführung und Berechnung dieser Beobachtungen wird aber erst in dem speciell vom Quarz handelnden Abschnitte mitgetheilt werden, weil dabei die dem Quarz eigenthümliche Circularpolarisation wesentlich in Betracht kommt. In allen übrigen Fällen wurde die Messung des Gangunterschiedes mittelst eines Babinet'schen Compensators ausgeführt, und zwar eines solchen der gewöhnlichen Construction, wobei man zwischen gekreuzten Nicols im homogenen Licht eine Reihe paralleler schwarzer Interferenzstreifen, im weissen Licht einen schwarzen Streifen und zu beiden Seiten desselben farbige sieht. Dem Abstand zweier benachbarter Streifen entsprachen bei Anwendung von Natriumlicht 23,80 Umdrehungen der Mikrometerschraube, deren Trommel in 100 Theile getheilt war; eine Drehung um 1 Trommeltheil brachte also einen Gangunterschied von $\frac{1}{2380}$ Wellenlänge hervor.

Dieser Compensator war auf einem metallenen Fuss so aufgestellt, dass er um eine horizontale, der Beobachtungsrichtung parallele Axe um einen beliebigen, ungefähr messbaren Winkel gedreht werden konnte, damit man seine Schwingungsrichtungen jederzeit mit denen der zu untersuchenden Krystallplatte zur Coincidenz bringen konnte. Er wurde möglichst dicht hinter der Krystallplatte in deutlicher Sehweite aufgestellt, sodass der schwarze Streifen gut mit blossem Auge fixirt werden konnte. Der letztere wurde auf die Mitte eines ihm parallel verlaufenden Spaltes eingestellt, der von zwei vor dem Compensator verschiebbaren kleinen Blechen begrenzt wurde und somit hinter der gerade zu untersuchenden Stelle des Krystalles eingestellt werden konnte; damit dabei die Beobachtungsrichtung genügend festgelegt war, wurde vor dem analysirenden Nicol ein Diaphragma mit einer kleinen Oeffnung angebracht. Gemessen wurde dann die Anzahl Δ von Umdrehungen der Mikrometerschraube (oder die durch die Ganghöhe dieser Schraube ausgedrückte Verschiebung des einen Quarzkeiles), die erforderlich war, um den in Folge eines durch äussere Einwirkung im Krystall erzeugten Gangunterschiedes verschobenen schwarzen Streifen in die Mitte des Spaltes zurückzubringen. Wenn die zu einander senkrecht gestellten Hauptschnitte des Polarisators und Analysators unter 45° gegen die Schwingungsrichtungen des Krystalls geneigt sind und letztere mit denjenigen des Compensators zusammenfallen, so ist dann im Falle eines inactiven Krystalles jener Gangunterschied Δ,

in Wellenlängen ausgedrückt, $= \frac{-\Delta}{23,8}$, wobei er positiv gerechnet ist als Verzögerung der parallel zum Compensatorstreifen oder Spalt polarisirten Welle (1) gegen die senkrecht dazu polarisirte (2). Bezeichnen ω_1, ω_2 die Geschwindigkeiten, λ_1, λ_2 die Wellenlängen dieser beiden Wellen nach der Aenderung, ω_1^0, ω_2^0, λ_1^0, λ_2^0 deren ursprüngliche Werthe, n_1, n_2, n_1^0, n_2^0 die entsprechenden Brechungsindices, λ die Wellenlänge und v die Lichtgeschwindigkeit in Luft, endlich L^0 und L die Weglänge des Lichtes im Krystall vor und nach der Einwirkung (welche im Allgemeinen eine Dickenänderung zur Folge hat), so ist

$$\bar{\Delta} = L\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) - L^0\left(\frac{1}{\lambda_1^0} - \frac{1}{\lambda_2^0}\right) = \frac{L}{\lambda}(n_1 - n_2) - \frac{L^0}{\lambda}(n_1^0 - n_2^0)$$

$$= \frac{L^0}{\lambda}\left\{(n_1 - n_1^0) - (n_2 - n_2^0)\right\} + \frac{L - L^0}{\lambda}(n_1^0 - n_2^0),$$

wofür man mit hinreichender Annäherung schreiben kann

$$11) \qquad \frac{-\Delta}{23,8} = \bar{\Delta} = \frac{L^0}{2\lambda}\left\{\frac{\omega_2^2 - \omega_2^{0^2}}{v^2} n_2^{0^3} - \frac{\omega_1^2 - \omega_1^{0^2}}{v^2} n_1^{0^3}\right\} + \frac{L - L^0}{\lambda}(n_1^0 - n_2^0).$$

Die Grössen $\omega_2^2 - \omega_2^{0^2}$ und $\omega_1^2 - \omega_1^{0^2}$ sind in jedem einzelnen Falle mit Hülfe der Formeln 1) bis 4) aus den Gleichungen 5) oder 6) zu berechnen. Die Dickenänderung $L - L^0$ ergiebt sich nach einer bekannten Formel der Elasticitätstheorie aus den Deformationen $x_x, \ldots y_z, \ldots$, welche im Falle mechanischer Einwirkung durch 10), im Falle dielektrischer Polarisation durch 8) gegeben sind.

Bei Vorhandensein von Circularpolarisation erfährt sowohl die Ausführung, als die Berechnung der Compensatorbeobachtungen eine Modification, worauf aber erst beim Natriumchlorat, wo allein dieser Fall vorkam, eingegangen werden soll.

b. Bestimmung der elektrischen Feldstärke.

Die elektrooptische Untersuchung der Krystallpräparate, welche fast immer in der Gestalt rechteckiger (meist nahezu quadratischer) Platten zur Anwendung kamen, erfolgte, allgemein zu reden, in dem elektrischen Felde zwischen zwei parallelen grösseren leitenden Platten, von denen die eine zur Erde abgeleitet, die andere mit der inneren Belegung einiger Leydener Flaschen verbunden war, welche mittelst einer Holtz'schen Influenzmaschine geladen wurden. Es handelt sich nun um die Bestimmung der elektrischen Kraft $-\frac{\partial V}{\partial n}$ innerhalb der Krystallplatte. — Wird die letztere von den Conductorplatten direct berührt, so ist das Potentialgefälle in ihrem Inneren, unabhängig von ihrer Dielektricitätsconstante, direct gegeben durch

$$12) \qquad \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D},$$

wo V das Potential, auf welches die eine Conductorplatte geladen ist, und D die

Dicke der Krystallplatte bezeichnet. Nahe an den Rändern der Krystallplatte können allerdings Abweichungen von dem geradlinigen Verlauf der Kraftlinien und folglich auch von obiger Feldstärke stattfinden, die aber sehr gering sind, wenn die Conductorplatten über die Krystallplatten etwas hinüberragen; dass dieselben in der That nur einen sehr kleinen Einfluss auf den beobachteten Gangunterschied hatten, wurde durch vergleichende Messungen in der Mitte und nahe an den Rändern der Platten wiederholt constatirt.

Befinden sich zwischen den Conductorplatten und der Krystallplatte isolirende Schichten, welche, wie mit Rücksicht auf eine beim Natriumchlorat zu beschreibende Anordnung vorausgesetzt werden soll, von zwei verschiedenen dielektrischen Substanzen gebildet sein mögen, so ergiebt sich unter der Annahme, dass das Feld innerhalb jeder Schicht noch merklich homogen bleibt, — was der Fall sein wird, wenn die Krystallplatte dünn ist im Verhältniss zu ihren Querdimensionen —, folgender Werth für das Potentialgefälle innerhalb der Krystallplatte:

$$\text{12a)} \qquad \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D + \frac{K}{K_1} D_1 + \frac{K}{K_2} D_2};$$

darin bezeichnen D_1, D_2 die Dicken, K_1, K_2 die Dielektricitätsconstanten der beiden Zwischenschichten, und K die Dielektricitätsconstante der Krystallplatte für die Richtung senkrecht zu ihren Breitseiten. In diesem Falle ist also die Kenntniss von K erforderlich.

In jedem Falle musste aber natürlich das Potential V in absolutem Maasse bestimmt werden. Hierzu diente bei einigen Versuchsreihen, namentlich zu Anfang, unmittelbar die an einer gewöhnlichen Riess'schen Maassflasche gemessene Schlagweite, in welchem Falle die zu untersuchende optische Aenderung unmittelbar vor der Entladung beobachtet wurde. Der Maassstab, längs dessen die eine Kugel der Maassflasche verschiebbar war, war in Theile von je 1,128 mm getheilt, deren Zehntel mittelst eines Nonius direct abgelesen werden konnten. Der Durchmesser beider Kugeln betrug 1,15 cm. Da es aber wünschenswerth war, von der Ungenauigkeit der einzelnen Einstellung der Maassflasche bei kleinen Potentialen unabhängig zu sein, und da überdies die optischen Beobachtungen genauer bei constant gehaltenem Potential ausgeführt werden konnten, so wurde später ein Elektrometer mit continuirlicher Ablesung benutzt, welches im Folgenden ausführlich beschrieben ist. Es sei nur zuvor noch bemerkt, dass das Fernrohr zur Ablesung der Elektrometerausschläge zur Linken des Beobachters, und die Holtz'sche Maschine zur Rechten auf je einem besonderen Stelltisch so aufgestellt waren, dass der Beobachter, während er die Influenzmaschine langsam drehte, sowohl die optische Beobachtung ausführen als (damit abwechselnd) den Elektrometerausschlag ablesen konnte.

Construction und Theorie des Bifilar-Elektrometers.

Das Elektrometer war im Princip eine Drehwaage mit bifilarer Auf-

hängung, wie sie z. B. von Herrn Boltzmann bei seiner Untersuchung über die Dielektricitätsconstanten des Schwefels, jedoch nur zu vergleichenden Messungen, angewandt worden ist[1]). Mittelst einer solchen Drehwaage, die am einen Hebelarm eine Metallkugel trägt, welcher eine zweite, feste Metallkugel gegenübersteht, kann man das Potential, zu welchem die feste Kugel geladen wird, in absolutem Maasse bestimmen, da man einerseits das Drehungsmoment der bifilaren Aufhängung kennt, andererseits die elektrische Anziehung der beiden Kugeln und das aus ihr resultirende Drehungsmoment in absolutem Maasse berechnen kann mit Hülfe von Formeln, welche von Sir W. Thomson und G. Kirchhoff entwickelt worden sind.

Die Construction des bei der vorliegenden Untersuchung benutzten Elektrometers war nun folgende. Die beiden Kugeln befanden sich im Innern eines grossen Kastens von ca. 75 cm Höhe, 60 cm Länge und 30 cm Breite, dessen sämmtliche Wände aus Messingplatten, die durch einen starken Holzrahmen gehalten wurden, bestanden, und der den Zweck hatte, die Kugeln vor äusseren Influenzwirkungen zu schützen. Die feste Kugel (*A* in Figur 1), welche auf das zu messende Potential geladen werden sollte, wurde von einem 3 mm dicken Messingdraht, der mittelst einer Glasröhre isolirt durch die eine Seitenwand des Kastens hindurchging und aussen in eine Kugelklemme (*K*) endigte, so getragen, dass sie sich nahezu im Mittelpunkt des Kastens befand; sie war aus massivem Messing gedreht und hatte 24,8 mm Durchmesser. Der Hebel (*H H'*), an dessen einem Ende die bewegliche Kugel (*B*) hing, wurde von zwei nahezu parallelen feinen Kupferdrähten getragen, die 0,12 mm im Durchmesser maassen und oben 3,03, un-

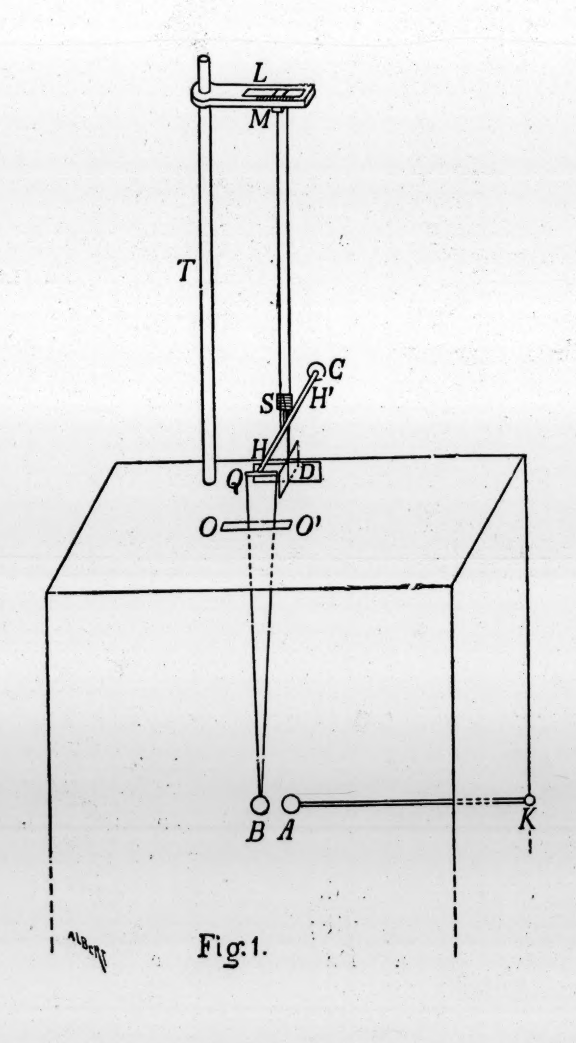


Fig. 1.

1) L. Boltzmann, Sitzungsber. der Wiener Akad. 70 (2) 342. 1874.

ten 3,04 cm gegenseitigen Abstand hatten. Dieselben waren oben befestigt an einem kleinen Messingstück (*M*), welches in dem Schlitz einer horizontalen Messingschiene (*L*) verschiebbar war. Die letztere war oben mit einer Millimetertheilung und der Schieber mit einem Nonius versehen, so dass die Verschiebung bis auf $\frac{1}{10}$ mm abgelesen werden konnte; dieselbe diente dazu, den Abstand der beweglichen Kugel von der festen zu verändern. Die Messingschiene war (vertikal verschiebbar) befestigt an einem in den oberen Holzrahmen des Kastens eingeschraubten eisernen Träger (*T*) von etwa 70 cm Höhe. Sie wurde den längeren horizontalen Kanten des Kastens parallel gestellt, so dass die Ebene der beiden Aufhängungsdrähte den kürzesten, von vorn nach hinten verlaufenden Kastenkanten parallel war. Die letztere Richtung hatte demnach auch — in seiner Ruhelage — der an den Drähten hängende, die bewegliche Kugel tragende Hebel *HH'*, welcher aus einem dicken Messingdraht von 24 cm Länge bestand. In der Mitte zwischen den Aufhängungsdrähten trug der Hebel einen vertikal (und zwar nahezu senkrecht zur Hebelrichtung) gestellten kleinen Spiegel (*S*) zur Ablesung der Drehung mittelst Fernrohr und Scala. Am vorderen Hebelende war ein Querarm (*Q*) von ca. 3 cm Länge, an dem mittelst zweier feiner Kupferdrähte die bewegliche Kugel (*B*) hing, und am hinteren Hebelende eine gleiche, als Gegengewicht dienende Kugel (*C*) befestigt. Die Drähte, welche die Kugel *B* trugen, gingen frei durch einen Schlitz (*OO'*) in der Deckelplatte des Kastens hindurch. Ihre Länge, sowie die Höhe, in welcher die Messingschiene *L* am Träger *T* festgeklemmt wurde, war so gewählt, dass die Kugel *B* genau in gleicher Höhe mit der festen Kugel *A* hing; dabei befand sich der Hebel etwa 11 cm über der Kastendeckelplatte. Ferner war die Stellung des Trägers *T* bezw. die Länge des Hebels so bemessen, dass sich das vordere Hebelende und somit auch der Mittelpunkt der Kugel *B* gerade in der zu den vertikalen und den längeren horizontalen Kanten parallelen Halbirungsebene des Kastens befand; daher fiel die Bewegungsrichtung der Kugel *B* bei kleinen Drehungen des Hebels genau in die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte, so dass die gesammte Anziehung zur Wirkung gelangte. Der Abstand der beweglichen Kugel, welche übrigens der festen genau gleich war, von der letzteren konnte mittelst Verschiebung von *M* etwa zwischen 2 cm und 6 cm — von den Kugeloberflächen aus gerechnet — variirt werden. Damit derselbe genau mittelst eines Kathetometers gemessen werden konnte, was wenigstens einmal nothwendig war, aber öfter wiederholt wurde, waren in der Höhe der beiden Kugeln in der Hinter- und Vorderwand des Kastens einander gegenüber zwei rechteckige Oeffnungen ausgeschnitten, durch welche hindurch man die Kugeln bei geeigneter Beleuchtung sehen konnte; für gewöhnlich waren diese Oeffnungen durch Stanniolstücke verschlossen. Da der Hebel mit den Kugeln *B* und *C* ein grosses Trägheitsmoment besass, was übrigens den Vortheil grosser Unempfindlichkeit des Apparates gegen Luftzug gewährte, so war sehr kräftige Dämpfung erforderlich. Als Dämpfer diente daher ein in der Mitte des Hebels an dessen Unterseite befestigtes Kreuz aus Aluminiumblech (*D*), dessen Flügel etwa 3,7 cm hoch und 6 cm

lang waren und in eine mit Glycerin gefüllte, auf dem Kastendeckel aufgestellte cylindrische Glasschale ganz eintauchten, und zwar so, dass zwischen den Flügeln und dem Boden sowie der Seitenwand des Glasgefässes nur wenige Millimeter Abstand blieben. Diese Dämpfungsvorrichtung functionirte gut und bewirkte eine ruhige Einstellung der Drehwaage nach wenigen Schwingungen.

Theorie des Elektrometers. Das Drehungsmoment der bifilaren Aufhängung bei einer kleinen Ablenkung ψ (in Bogenmaass) des Hebels aus seiner Ruhelage ist

$$N = \left(\frac{OUG}{4L} + 2D\right)\psi = n \cdot \psi,$$

wenn bezeichnet: L die Länge der Aufhängungsdrähte, O, U deren Abstand am oberen und unteren Ende, G das gesammte an ihnen hängende Gewicht, D das von der Torsion 1 eines der Drähte herrührende Drehungsmoment — alles in *cgs*-Einheiten ausgedrückt. Es war $O = 3{,}03$, $U = 3{,}04$ cm, L anfangs $(L_1) =$ 55,4 cm, später nach Neuaufstellung des Apparates $(L_2) = 56{,}3$ cm. G setzt sich zusammen aus dem Gewicht des Hebels mit den beiden Kugeln, welches 154,48 Gramm betrug, und demjenigen des Aluminiumdämpfers nebst Stiel: $24{,}5 + 0{,}5 = 25{,}0$ gr, welches aber um dessen Gewichtsverlust in Glycerin: $24{,}5\left(1 - \frac{1{,}26}{2{,}7}\right) = 11{,}2$ gr zu vermindern ist; somit wird $G = 168{,}3 \cdot 981$ Dynen.

Das Moment D wurde dadurch ermittelt, dass die Schwingungsdauer T eines Messingstabes von bekanntem Trägheitsmoment M beobachtet wurde, welcher an einem Stück des zur Suspension des Elektrometers verwendeten Kupferdrahtes von bestimmter Länge L' hing; daraus ergiebt sich $D = \frac{\pi^2}{T^2} M \frac{L'}{L}$. Auf diese Weise wurde gefunden $2D = \frac{1990}{L}$, d. i. $= 36$ für $L = L_1$, $= 35{,}4$ für $L = L_2$. Schliesslich wird daher

$$\text{für } L = L_1 \qquad N = N_1 = 6883 \cdot \psi$$
$$\text{für } L = L_2 \qquad N = N_2 = 6810 \cdot \psi.$$

Diesem Drehungsmoment wird das Gleichgewicht gehalten durch dasjenige, welches von der Anziehung zwischen der festen, auf das Potential V geladenen Kugel und der beweglichen, durch die Aufhängungsdrähte und den Träger T mit dem zur Erde abgeleiteten Schutzkasten leitend verbundenen beweglichen Kugel B hervorgebracht wird. Da die in der Kugel B influenzirte Elektricitätsmenge ebenso wie die Ladung der Kugel A dem auf der letzteren herrschenden Potentialwerthe V proportional ist, so ist die Anziehung gleich $F \cdot V^2$, wo F eine näher zu bestimmende Function des Abstandes der beiden Kugeln ist. Diese Kraft wirkt am Ende eines Hebelarmes von der Länge l (gleich der halben Länge des Hebels HH'), welche 12,12 cm betrug, übt also das Drehungsmoment lFV^2 auf den Hebel aus. Demnach gilt für die Gleichgewichtslage des Hebels:

$$\psi n = l F V^2,$$

und man hat zur Berechnung von V die Formel

$$V^2 = \frac{n}{lF}\psi = \frac{n}{lF}\cdot\frac{\alpha}{2A}, \tag{13}$$

wo A den Abstand der Scala vom Spiegel und α die im Fernrohr beobachtete Scalenverschiebung bezeichnet.

Es handelt sich nun um die theoretische Bestimmung der Function F, d. h. der Anziehung zwischen zwei gleichen Kugeln, deren eine auf das Potential 1 und deren andere auf das Potential 0 gebracht ist, und die sich in der oben beschriebenen Lage innerhalb eines rechteckigen Kastens mit zur Erde abgeleiteten Wänden befinden. Wird der Einfluss der Wände des Schutzkastens und der Zuleitungsdrähte vernachlässigt, so kann man die Werthe von F, welche in diesem Falle mit F^0 bezeichnet werden mögen, bequem nach der folgenden von G. Kirchhoff[1]) entwickelten Formel berechnen:

$$F^0 = \frac{q^3}{1-q^2} + q^9\frac{1+q^6}{1-q^6}\left\{4 - \frac{q^2}{1-q^2} + \frac{6q^6}{1-q^{12}}\right\} + \ldots\ldots, \tag{14}$$

worin

$$q = \tfrac{1}{2}c - \tfrac{1}{2}\sqrt{c^2-4}$$

ist, wenn c das Verhältniss des Abstandes der Kugelmittelpunkte zum Kugelradius r bezeichnet. Zugleich gelten folgende Formeln für die auf den Kugeln vorhandenen Elektricitätsmengen a_{11} (auf der geladenen) und a_{12} (auf der zur Erde abgeleiteten Kugel):

$$\begin{aligned} a_{11} &= +r\left\{1 + q^2 + q^8(1-q^2)\frac{1+q^6}{1-q^6} + \ldots\right\} \\ a_{12} &= -r\left\{\frac{1}{c} + q^3 + q^{11}\frac{(1-q^2)(1-q^{14})}{(1-q^6)(1-q^8)} + \ldots\right\}. \end{aligned} \tag{15}$$

Für die Werthe F^0 im Intervall $2 < c < 4$ hat Sir W. Thomson[2]) eine Tabelle berechnet. Bei dem hier beschriebenen Elektrometer kamen aber überwiegend Kugelabstände in Betracht, für welche $c > 4$ war und bis zu 6,8 stieg; daher sind in nachstehender Tabelle die nach 14) berechneten Werthe von F^0 für um je 0,1 auseinanderliegende Werthe c im Intervall $4 < c < 6{,}8$ zusammengestellt.

---

1) G. Kirchhoff, Wied. Ann. **27**, 673. 1886; ges. Abhandl., Nachtrag, Leipzig 1891, 131—137.
2) W. Thomson, Phil. Mag. (4) V 287. 1853; Papers on Electr. and Magn. p. 96.

c	q	F^0	c	q	F^0	c	q	F^0
4,0	0,26795	0,020754	5,0	0,20871	0,0095084	6,0	0,17157	0,0052041
4,1	0,26045	9,018975	5,1	0,20426	0,0088956	6,1	0,16859	0,0049324
4,2	0,25338	0,017401	5,2	0,20000	0,0083353	6,2	0,16572	0,0046803
4,3	0,24671	0,016003	5,3	0,19592	0,0078222	6,3	0,16295	0,0044451
4,4	0,24041	0,014758	5,4	0,19201	0,0073513	6,4	0,16026	0,0042243
4,5	0,23448	0,013650	5,5	0,18826	0,0069186	6,5	0,15767	0,0040200
4,6	0,22877	0,012641	5,6	0,18466	0,0065201	6,6	0,15516	0,0038281
4,7	0,22338	0,011737	5,7	0,18120	0,0061522	6,7	0,15234	0,0036197
4,8	0,21826	0,010922	5,8	0,17787	0,0058120	6,8	0,15038	0,0034796
4,9	0,21377	0,010181	5,9	0,17466	0,0054965			

Der Abstand e der Kugeloberflächen von einander, mithin der Werth von $c = \frac{e}{r} + 2$, für welchen in der Gleichung 13) F zu nehmen ist, hängt nun auch ab von dem Ausschlage ψ, den die Ladung der Kugel A auf das Potential V gerade hervorgebracht hat; denn der anfängliche Kugelabstand e^0 vermindert sich durch den Ausschlag selbst um eine mit letzterem proportionale Strecke δe. Dieselbe ist in erster Näherung gegeben durch $\delta e^0 = \psi \cdot l$, nämlich gleich dem vom Hebelende beschriebenen Bogen (— der praktisch immer so klein war, dass er der Sehne gleichgesetzt werden konnte —). Es kommt aber noch eine Correctionsgrösse $\delta e'$ hinzu, die daher stammt, dass die auf die Kugel B wirkende Anziehung nicht nur ein Drehungsmoment um die Axe der Suspension, sondern auch eine Kraftcomponente liefert, welche das ganze aufgehängte System ein wenig aus der vertikalen Anfangslage ablenkt. Diese Neigung ε gegen die Vertikale ist zu berechnen aus der Gleichung

$$\varepsilon G s = F V^2 (L + \lambda),$$

wo s den Schwerpunktsabstand des ganzen Systems von den oberen Aufhängungspunkten (bei M), λ die Entfernung des Mittelpunktes der Kugel B vom Hebelende Q bezeichnet und G sowie L die frühere Bedeutung hat. Der Werth von Gs liess sich mit hinreichender Genauigkeit aus dem Gewicht und der Lage des Schwerpunktes der einzelnen Bestandtheile berechnen; es ergab sich z. B. für die erste Aufstellung $= 12630 \cdot 981$. An Stelle von FV^2 kann man nach 13) $\frac{\psi n}{l}$, oder auch, da $\psi = \frac{\delta e^0}{l}$ ist, $\frac{n}{l^2} \delta e^0$ einsetzen und erhält dann zur Berechnung der durch die Neigung ε hinzukommenden Annäherung der Kugeln $\delta e' = \varepsilon (L + \lambda)$ die Formel

$$\delta e' = \delta e^0 \cdot \frac{n}{Gs} \left(\frac{L + \lambda}{l} \right)^2.$$

Man findet daraus $\delta e' = \frac{1}{25} \delta e^0$ für die erste Aufstellung und mit hinreichender Annäherung denselben Werth auch für die spätere. Demnach ist nun die Ent-

fernung e, bezw. der Werth von c, für welchen man F^0 zu berechnen hat, gegeben durch:

$$16)\qquad \begin{aligned} e &= e^0 - \left(1+\frac{1}{25}\right)\delta e^0 = e^0 - \frac{26}{25}\, l\, \frac{\alpha}{2A}, \\ c &= \frac{1}{r}\left(e^0 - \frac{26}{25}\, l\, \frac{\alpha}{2A}\right) + 2. \end{aligned}$$

Da in Folge der Verminderung von e bei wachsendem Ausschlage auch F^0 zunimmt, so wächst die Anziehung und also der beobachtete Ausschlag in noch schnellerem Verhältniss als dem des Quadrates von V, was namentlich bei kleinen Anfangsabständen e^0 sehr merklich ist; wir kommen auf die Folgen dieses Umstandes unten noch zurück.

Um aus dem beobachteten Ausschlage α das Potential V zu bestimmen, könnte man, nachdem e und c nach 16) berechnet sind, aus der Tabelle S. 17 den zugehörigen Werth von F^0 entnehmen und denselben in die Formel 13) einsetzen. Bequemer ist aber ein graphisches Verfahren, welches zugleich die umgekehrte Aufgabe, d. h. die Ermittelung des bei einem bestimmten Potential V und Anfangsabstand e^0 eintretenden Ausschlages, leicht zu lösen gestattet, während man hierbei sonst auf ein umständliches Annäherungsverfahren angewiesen wäre. Dieses graphische Verfahren beruht auf der Darstellung der Werthe von F^0 als Ordinaten (y) einer Curve, deren Abscissen x die Kugelabstände e sind. Der Maassstab dieser Darstellung wurde so gewählt, dass 1 mm der Ordinaten je 2 Einheiten der 4ten Decimale von F^0 und 1 mm der Abscissen je $\frac{1}{10}$ mm von e entsprach. Die hiernach unter Benutzung der Tabelle S. 17 auf Coordinatenpapier gezeichnete Curve, deren mittlerer Theil in Fig. 2 im Verhältniss 2/5 verkleinert reproducirt ist, wird nun zur Bestimmung von $V' = V\sqrt{\frac{F}{F^0}}$ aus dem abgelesenen α wie folgt verwendet. Man berechnet zunächst δe^0 aus

$$\delta e^0 = \frac{\alpha}{2A}\, l,$$

sucht dann auf der Abscissenaxe den Punkt, welcher dem Abstand $e = e^0 - \frac{26}{25}\delta e^0$ entspricht, auf, misst die in demselben errichtete Ordinate y der Curve (in mm) und berechnet schliesslich V' aus der Formel

$$17)\qquad V' = \sqrt{\frac{n}{l}\,\frac{\alpha}{2A}\cdot\frac{5000}{y}}.$$

Der Zahlenfactor, mit welchem hierin $\frac{\alpha}{y}$ multiplicirt auftritt, hängt von dem gerade gewählten Scalenabstand A ab, welcher bei meinen Beobachtungen 210 bis 284 cm betrug. Führt man hingegen statt α die Grösse δe^0 in die Formel ein, so erhält man einen constanten Zahlenfactor, und zwar wird, wenn δe^0 und y in mm gemessen sind, bei der ersten Aufstellung

17a) $$V' = 153\sqrt{\frac{\delta e^0}{y}},$$

und bei der zweiten

17'a) $$V' = 152{,}2\sqrt{\frac{\delta e^0}{y}}.$$

Schliesslich kann man auch δe^0 durch die entsprechende Strecke der Abscissenaxe $x_0' - x = 10\,\delta e^0$, (also $= 4\,\delta e^0$ in Fig. 2), ausdrücken; dann wird

17b) $$V' = 48{,}4\sqrt{\frac{x_0' - x}{y}} \text{ im ersten,}$$

17'b) $$V' = 48{,}1\sqrt{\frac{x_0' - x}{y}} \text{ im zweiten Falle.}$$

Die Abscisse x_0' entspricht dabei nicht dem Anfangsabstande der Kugeln, sondern dem um $\delta e'$ verminderten Anfangsabstand, x dagegen entspricht der wirklichen abgelenkten Lage der Kugel B, d. h. es ist $x = 10\,e$. Ueber die Bestimmung des Factors, mit welchem V' noch zu multipliciren ist, um V zu erhalten, vergl. S. 21—25. — Die Formel 17b zeigt, dass V^2 bezw. V'^2 proportional ist der Cotangente des Winkels γ, welchen in der Zeichnung die Verbindungslinie des Punktes x, y der Curve und des Punktes x_0' der Abscissenaxe mit der letzteren einschliesst. Diese Beziehung zwischen V^2 und cotg γ ermöglicht nun eine einfache graphische Bestimmung des einem gegebenen Potentiale V entsprechenden Elektrometerausschlages.

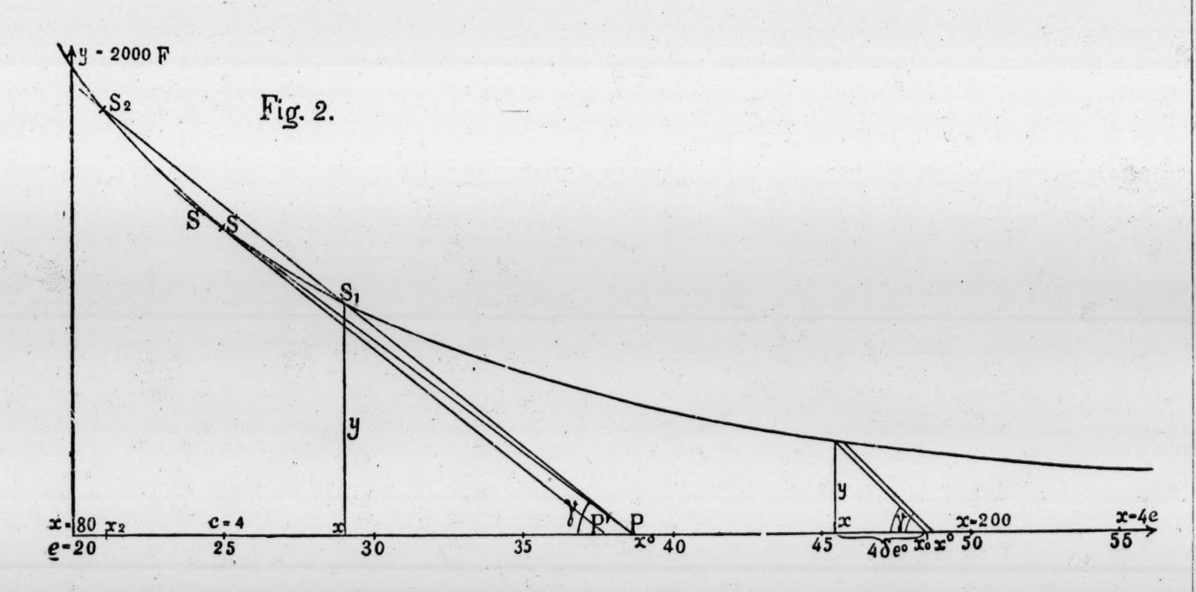


Fig. 2.

Man berechnet nämlich zunächst aus 17b) $\frac{x'_0 - x}{y} = \operatorname{cotg} \gamma$ und zieht nun unter dem so gefundenen Winkel γ nach links geneigt eine Gerade durch denjenigen Punkt x^0 der Abscissenaxe, welcher dem durch directe Messung bekannten Anfangsabstande e^0 der Kugeln entspricht. Ist nun x die Abscisse des Punktes (S_1), in welchem diese Gerade die Curve $y = F^0(x)$ schneidet, so giebt die in mm gemessene Strecke $x^0 - x$, durch 10 (bezw. 4) dividirt, die Verschiebung δe^0 an, welche die Kugel B in Folge der Ladung von A auf das Potential V erfährt, und hieraus findet man den zu beobachtenden Scalenausschlag nach der Gleichung $\alpha = 2A \frac{\delta e^0}{l}$. Diese Bestimmung ist insofern noch nicht ganz genau, als man die Hülfsgerade eigentlich nicht durch den Punkt x^0, sondern durch den Punkt $x'_0 = x_0 - 10\,\delta e'$ hätte ziehen müssen. Um den hierdurch begangenen kleinen Fehler zu corrigiren, kann man für $\delta e'$ den 25ten Theil des zuerst gefundenen δe^0 nehmen (was nicht ganz streng richtig, aber völlig genau genug ist) und nun durch den Punkt $x'_0 = x_0 - 10\,\delta e'$ eine Parallele zu der ersten Hülfsgeraden ziehen, deren Projection auf die Abscissenaxe dann den wahren Werth von δe^0 und somit schliesslich von α liefert. (Vergl. die Construction rechts in Fig. 2). Aus dem Verlauf der Curve $y = F^0$ ist klar, dass die zur Construction benutzte Gerade die Curve ausser in S_1 im Allgemeinen noch in einem zweiten Punkte S_2 schneidet. Wie die Deutung der Relation $y = F^0 = \frac{x'_0 - x}{\operatorname{cotg} \gamma}$ zeigt, entspricht auch die Abscisse x_2 dieses zweiten Schnittpunktes einer Gleichgewichtslage der beweglichen Kugel, aber einer labilen. Die Ablenkung des Hebels in dieser zweiten Gleichgewichtslage ist stets grösser, als in der ersten; wird die Ablenkung über diesen Werth noch ein wenig hinausgebracht, so kehrt die Kugel überhaupt nicht in die Gleichgewichtslage zurück, sondern nähert sich der festen Kugel bis zur Berührung. Nun zeigt die Betrachtung der Figur, dass die beiden Gleichgewichtslagen einander um so näher rücken, je grösser $\operatorname{cotg} \gamma$ oder V, und je kleiner e^0 oder x^0 genommen wird, und dass schliesslich beide zusammenfallen, indem die Constructionsgerade zur Tangente der Curve (z. B. PS bezw. $P'S'$ in Fig. 2) wird. Haben V und e^0 solche Werthe erreicht, dass dieser Grenzfall eintritt, so giebt es bei weiterer Vergrösserung von V oder Verkleinerung von e^0 überhaupt keine Schnittpunkte und somit keine Gleichgewichtslage der Elektrometerkugel. Man darf demnach bei der Benutzung des Elektrometers dieser Grenze nicht zu nahe kommen, da sie sonst leicht durch ein Hinausschwingen über die Ruhelage (wobei ja e^0 abnimmt) überschritten werden und Zusammenschlagen der Kugeln eintreten könnte. Dieser Bedingung kann aber immer dadurch genügt werden, dass man je nach den Grenzen, in denen die zu messenden Potentiale liegen sollen, den Anfangsabstand der Kugeln verschieden wählt und zwar natürlich um so grösser, je grösser die zu messenden Potentiale sind. Mit zunehmendem Anfangsabstand nimmt offenbar die Empfindlichkeit des Elektrometers ab; um kleine Potentiale zu messen, sind demnach kleine Anfangsabstände nothwendig. In

diesem Fall, d. h. wenn x_0 schon sehr klein ist, wird aber in Folge des sehr steilen Ansteigens der Curve $y = F^0$ (die sich asymptotisch der in Fig. 2 noch um 80 mm links von der Anfangsordinate liegenden Y-Axe nähert) durch weitere Abnahme von e bei den Schwingungen des Hebels sehr leicht die labile Gleichgewichtslage erreicht und überschritten. Daher ist das Elektrometer nicht gut zur Messung so kleiner Potentiale zu gebrauchen, welche im Interesse der Genauigkeit der Ablesung eine Verminderung von c bis unter den Werth 3 erfordern würden. Bei dem oben speciell beschriebenen Instrument konnte aber für alle bei der vorliegenden Untersuchung vorkommenden Potentiale, die etwa zwischen 8 und 60 c. g. s. - Einheiten lagen, der Anfangsabstand so gewählt werden (— nämlich zwischen 20 und 60 mm —), dass man immer weit von der kritischen Grenze des Ausschlages entfernt blieb.

Bei der vorhergehenden Berechnung sind die Influenzwirkungen der Metallwände des Schutzkastens und der Zuleitungsdrähte unberücksichtigt geblieben. Man kann sich aber überzeugen, dass dieselben, namentlich bei grösseren Kugelabständen, recht erhebliche Beträge erreichen und daher jedenfalls ermittelt werden müssen, wenn das Elektrometer direct zur absoluten Potentialbestimmung verwendet werden soll. Was den Einfluss der Kastenwände betrifft, so ist die in diesen durch die geladenen Kugeln A und B inducirte elektrische Belegung hinsichtlich ihrer Wirkung im Innenraum des Kastens aequivalent mit elektrischen Massen, welche in den sämmtlichen Spiegelbildern der Kugeln in Bezug auf die als spiegelnde Ebenen gedachten Kastenwände angebracht werden und den Ladungen der Kugeln entgegengesetzt oder direct gleich sind, je nachdem das betreffende Spiegelbild durch eine gerade oder eine ungerade Anzahl von Spiegelungen erhalten worden ist. In Fig. 3 sind die durch einmalige Spiegelung in Bezug auf die vertikalen Seitenwände erhaltenen elektrischen Massen, welche die wirksamsten sind, angedeutet. Um den Einfluss dieser elektrischen Spiegelbilder auf die zwischen A und B wirkende Kraft zu ermitteln, würde man zunächst die Werthe des von ihnen herrührenden Potentials auf den Kugeln A und B zu berechnen haben. Sind diese Werthe $\delta V_A = v_A \cdot V$ und $\delta V_B = v_B \cdot V$, so müssen in den Kugeln A und B zu den bereits vorhandenen elektrischen Ladungen $a_{11} r V$ und $a_{12} r V$ gewisse Elektricitätsmengen hinzukommen, damit jene Potentialänderungen wieder aufgehoben werden, also das Potential auf A den Werth V und auf B den Werth 0 behält, wie es ja thatsächlich der Fall ist. Diese durch die Influenzwirkung

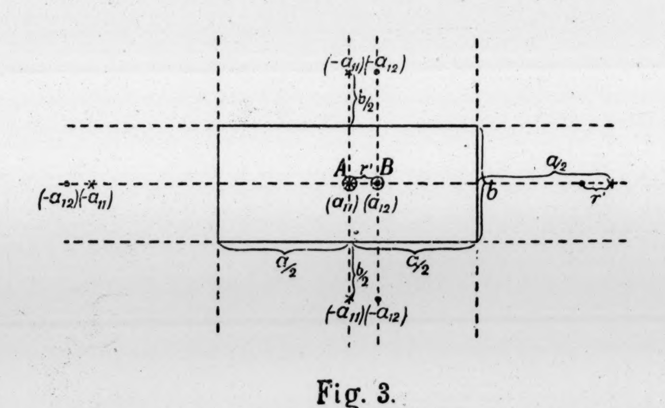


Fig. 3.

der Wände hinzuströmenden Mengen sind in erster Annäherung gegeben durch

$$- \{a_{11} v_A + a_{12} v_B\} r V \text{ für die Kugel } A,$$
$$- \{a_{12} v_A + a_{11} v_B\} r V \quad „ \quad „ \quad „ \quad B.$$

Die elektrische Energie des ganzen Systems, welche ursprünglich $\frac{1}{2} a_{11} r V^2$ war, erhält hierdurch den Zuwachs

$$- \frac{1}{2} (a_{11} v_A + a_{12} v_B) r V^2$$

und folglich die Anziehung $F^0 V^2$ zwischen A und B denjenigen

18) $$F' V^2 = + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial c} (a_{11} v_A + a_{12} v_B) \cdot V^2.$$

Hierin sind nicht nur a_{11} und a_{12}, sondern auch v_A und v_B, d. h. die Werthe des von der auf den Wänden influenzirten Belegung herrührenden Potentials auf den Kugeln A und B im Falle, dass A auf das Potential Eins geladen ist, Functionen der Entfernung der beiden Kugeln, also auch von c. Zur Berechnung derselben kann man die elektrischen Spiegelbilder als punktförmig ansehen, indem man sich die Ladungen der Kugeln in gewissen inneren Punkten concentrirt denkt, deren gegenseitiger Abstand $r' = c'r$ etwas kleiner als derjenige der Kugelmittelpunkte, nämlich durch die Gleichung

$$\frac{-a_{11} a_{12}}{r'^2} = F^0(rc)$$

bestimmt ist. Bezeichnet a die Länge des Schutzkastens (parallel der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte), b seine Breite und h seine Höhe, so wird, wie leicht zu sehen,

$$v_A =$$
$$a_{11} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma)^2 + (nb)^2 + (ph)^2}} + a_{12} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma + (-1)^m r')^2 + (nb)^2 + (ph)^2}}$$

$$v_B =$$
$$a_{11} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma - r')^2 + (nb)^2 + (ph)^2}} + a_{12} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma - r'[1 - (-1)^m])^2 + (nb)^2 + (ph)^2}},$$

wobei die Summation über alle ganzen Zahlen m, n, p zu erstrecken, jedoch das Glied, in welchem dieselben alle drei den Werth Null haben, fortzulassen ist. Die wirkliche Ausrechnung dieser dreifachen Summen würde wegen ihrer schlechten Convergenz sehr umständlich sein, hätte aber im vorliegenden Falle aus einem gleich anzugebenden Grunde auch wenig Nutzen. Um sich indessen eine Vorstellung von der Grössenordnung der Influenzwirkung F' zu verschaffen, kann man die Rechnung bei alleiniger Berücksichtigung der Spiegelung in Bezug auf

die breiteren vertikalen Wände, deren Einfluss wegen ihres geringen Abstandes den Hauptbeitrag zu F' liefert, ausführen. Dann erhält man für v_A und v_B einfach unendliche Reihen, und zwar ergiebt sich, wenn r'^4 neben b^4 vernachlässigt wird,

$$v_A = -a_{11} \cdot \frac{r}{b} 2 \log 2 - a_{12} \frac{r}{b} \left\{ 2 \log 2 + \frac{r'^2}{b^2} \sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{n^3} \right\}$$

$$v_B = -a_{12} \cdot \frac{r}{b} 2 \log 2 - a_{11} \frac{r}{b} \left\{ 2 \log 2 + \frac{r'^2}{b^2} \sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{n^3} \right\}.$$

Setzt man diese Werthe und die durch 15) gegebenen für a_{11} und a_{12} in Formel 18) ein, so findet man z. B. für $c = 4$ annähernd $F' = -0{,}0024$, während dann F^0 den Werth $+0{,}02075$ hat; daraus folgt, dass in diesem Falle in Folge der Influenzwirkung der Vorder- und Hinterwand allein die Anziehung der beiden Kugeln um etwa $\frac{1}{9}$ und das nach 17) berechnete Potential um etwa $\frac{6}{100}$ zu klein erscheinen würde. Dass in der That eine solche Wirkung stattfand, wurde constatirt, indem der Ausschlag des Elektrometers für ein bestimmtes Entladungspotential der Maassflasche einmal bei Vorhandensein, dann nach Fortnahme der Vorder- und Rückwand des Kastens beobachtet wurde; die betreffenden, nach 17) berechneten Potentialwerthe waren 17,45 und 18,45, ihr Unterschied also etwa $5\frac{1}{2}$ Procent.

Der Einfluss der oberen und unteren Platte ist gleichsinnig mit dem soeben berechneten, derjenige der schmalen Seitenwände hingegen wirkt entgegengesetzt, d. h. die Anziehung der Kugeln verstärkend, so dass sich beide grösstentheils compensiren. Im Ganzen bleibt also immer eine Schwächung der Anziehung übrig, welche relativ um so grösser wird, je grösser der Kugelabstand ist.

Dieser Verringerung der Anziehung durch die Influenz der Metallwände des Kastens wirkt nun aber eine Vermehrung derselben entgegen, welche von der Ladung der Zuleitungsdrähte, besonders des ziemlich dicken der festen Kugel, herrührt. Diese Wirkung entzieht sich einer genauen Berechnung; annähernd lässt sie sich bestimmen, indem man den von der Ladung der Kugeln herrührenden und somit von deren Abstande cr abhängigen Antheil der Capacität des Drahtes auswerthet, dessen halber Differentialquotient nach cr dann wieder die gesuchte, auf die bewegliche Kugel wirkende Kraft (für das Potential Eins auf A) liefert. Man findet so, dass die Vergrösserung von F durch den Zuleitungsdraht der Kugel A von derselben Grössenordnung, wahrscheinlich sogar noch etwas grösser ist, wie die Anziehungsverminderung durch die Wandwirkung, und dass sie, wie die letztere, mit wachsendem c im Verhältniss zu F^0 immer grösser wird. Mit dieser Schätzung stimmten auch die Resultate einiger Versuchsreihen überein, bei denen die Kugel A an Seidenfäden aufgehangen und ihr ursprünglicher Zuleitungsdraht durch einen 30mal dünneren ersetzt war, wodurch sich der Einfluss des Drahtes in demselben Verhältniss, wie die Capacität seiner Längeneinheit, d. i. im Verhältniss $1 : \text{lognat}\, 30 = 1 : 3{,}4$, vermindern muss. In der That wurde bei dieser Anordnung das Entladungspotential der Maassflasche beim

Kugelabstand $a = 0{,}5$ Theilen ($= 1{,}128$ mm) um 1 bis 2 absolute Einheiten kleiner als mit dem dicken Zuleitungsdraht und noch etwas kleiner als der bei jener Schlagweite zu erwartende Werth gefunden, so dass dann also der vermindernde Einfluss der Kastenwände schon überwiegend war. — Schliesslich muss auch die Influenz der beiden feinen Drähte, an welchen die Kugel B hing, die Anziehung zwischen A und B ein wenig vergrössert haben. — In Anbetracht der Unmöglichkeit, die besprochenen Influenzwirkungen theoretisch zu bestimmen, musste darauf verzichtet werden, das Bifilarelektrometer direct zu genauen absoluten Potentialmessungen zu verwenden. Da aber alle jene störenden Wirkungen ebenso wie die ursprünglich berechnete Kugelanziehung $F^0 V^2$ dem Quadrate des Ladungspotentials proportional sind, so wird das nach den Formeln 16) und 17) berechnete Potential V', um das wahre Potential V zu erhalten, nur jedesmal um einen gewissen Factor zu ändern sein, welcher für jeden Abstand e_0 der Elektrometerkugeln constant ist, aber sich mit diesem Abstande ändern kann, da die einzelnen Influenzwirkungen in verschiedener Weise von e_0 oder c abhängen.

Dieser Correctionsfactor wurde nun dadurch experimentell bestimmt, dass für diejenigen Potentiale, bei welchen sich die Maassflasche bei bestimmten Abständen ihrer Kugeln entlud, die Elektrometerausschläge beobachtet wurden. Es geschah dies in der Weise, dass die Maassflasche, deren innere Belegung mit der Elektrometerkugel A und ausserdem noch mit mehreren grossen Leydener Flaschen verbunden war, mittelst der Influenzmaschine so langsam geladen wurde, dass der Elektrometerausschlag stetig und zuletzt sehr langsam wuchs. Dann konnte der unmittelbar vor der Entladung abgelesene Ausschlag $\bar{\alpha}$ als Maass des Entladungspotentials angesehen werden. Die bei einer Reihe aufeinanderfolgender Entladungen beobachteten Maximalausschläge stimmten bis auf 1 bis 2 Scalentheile überein, abgesehen von demjenigen bei der ersten Entladung, der meist viel grösser war (— eine Erscheinung, welche auch Herr F. Paschen bei seiner Untersuchung über Funkenpotentiale bemerkt hat —) und deshalb immer unberücksichtigt blieb. Wenn eine grosse Anzahl Entladungen an denselben Stellen der Kugeln übergegangen waren, so zeigte sich manchmal eine geringe Zunahme des Potentials; aus diesem Grunde, sowie um den Fehler der einzelnen Messung des Kugelabstandes a auszugleichen, wurden die Kugeln der Maassflasche öfter gedreht, so dass frische Stellen einander gegenüberstanden, und neu eingestellt. Als wahre Werthe des Entladungspotentials sind diejenigen angenommen, welche Herr Heydweiller[1]) als Schlussresultate aus seinen Messungen und denjenigen von Hrn. Paschen mittheilt, und die nach seiner Angabe bis auf 1 Proc. sicher sind. Dieselben beziehen sich auf Kugelelektroden von $R = 0{,}25$, $0{,}5$, $1{,}0$ und $2{,}5$ cm Radius und Schlagweiten d von $0{,}1$, $0{,}2$ ... bis $1{,}6$ cm. Die hier zu verwerthenden Resultate für V sind folgende:

---

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 48, 213—235. 1893.

d	$R = 1{,}0$ cm	$R = 0{,}5$ cm
0,1	15,7	16,0
0,2	27,0	27,9
0,3	37,9	37,9
0,4	48,3	48,5
0,5	58,3	57,7

Da das Entladungspotential für die in Betracht kommenden Schlagweiten nur in sehr geringem Maasse vom Radius der Elektroden abhängt, wenn dieser ungefähr 1 cm beträgt, so können die für $R = 1{,}0$ cm gefundenen Werthe von V auch für die Kugeln der von mir benutzten Maassflasche, welche 1,15 cm Radius besassen, mit hinreichender Genauigkeit als gültig angenommen werden. Zwar ist die Anordnung der Funkenstrecke bei der Maassflasche von derjenigen bei den Funkenmikrometern, mit welchen obige Zahlen gefunden wurden, insofern verschieden, als die Zuleitungsdrähte vertikal (also senkrecht zur Funkenstrecke) gerichtet und ziemlich dick sind; allein bei den bei meinen Versuchen benutzten kleinen Schlagweiten ist eine merkliche Influenzwirkung der Zuleitungen oder sonstigen benachbarten Metallmassen kaum zu befürchten, wie die darauf bezüglichen Versuche von Hrn. Paschen[1]) lehren, und ich für den vorliegenden Fall auch dadurch bestätigt fand, dass die seitliche Annäherung metallischer Leiter an die Funkenstrecke bis auf wenige cm keine nachweisbare Aenderung des der Entladung entsprechenden Elektrometerausschlages hervorbrachte. — Für die in Theilen des Mikrometers der Maassflasche (von je 0,2256 cm) ausgedrückten Schlagweiten a ergeben sich nun durch Interpolation aus den Heydweiller'schen Zahlen folgende Entladungspotentiale:

$a =$	0,5	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0	1,5	2,0
$V =$	17,23	19,78	22,32	24,84	27,35	29,85	42,0	53,4.

Dieselben gelten für den Luftdruck 745 mm und die Temperatur 18° C.; sie nehmen nach Hrn. Heydweiller um je 1 Proc. zu bei einer Luftdruckvermehrung um 8 mm oder einer Temperaturerniedrigung um 3°.

Nachstehend sind die in der S. 24 erörterten Weise erhaltenen Mittelwerthe der Elektrometerausschläge $\bar{\alpha}$ und die daraus nach 17) berechneten Werthe V' für verschiedene Schlagweiten a und für diejenigen Anfangsabstände e^0 der Elektrometerkugeln, welche bei den elektrooptischen Beobachtungen vorkamen, (oder diesen sehr naheliegende) angegeben; die Werthe V' sind sodann nach der obigen Angabe auf den Luftdruck 745 mm und die Temperatur 18° reducirt. Der Scalenabstand A betrug 282 cm, die Länge der Bifilarsuspension $L_2 = 56{,}3$ cm.

$$e_0 = 24{,}65 \text{ mm}.$$

$a = 0{,}5$. Bar. 736 mm, Temp. 22°. $\bar{\alpha} = 71{,}45$. $V' = 17{,}3$, red. **17,74**.

1) F. Paschen, Wied. Ann. **37**, 69. 1889.

$e_0 = 30{,}35$ mm.

Bar. 736 mm, Temp. 22°.

$a = 0{,}5$ $\bar{\alpha} = 47{,}3$ $V' = 17{,}6$, red. **18,04**

$a = 1{,}0$ $\bar{\alpha} = 175{,}0$ $V' = 30{,}8$, red. **31,57.**

$e_0 = 42{,}0$ mm.

Bar. 736 mm, Temp. 22°.

$a = 0{,}5$ $\bar{\alpha} = 24{,}1$ $V' = 17{,}77$, red. **18,22**

$a = 1{,}0$ $\bar{\alpha} = 76{,}74$ $V' = 30{,}8$, red. **31,57.**

Bar. 738 mm, Temp. 20°.

$a = 1{,}0$ $\bar{\alpha} = 78{,}7$ $V' = 31{,}12$, red. **31,62**

$a = 1{,}5$ $\bar{\alpha} = 173{,}4$ $V' = 43{,}7$, red. **44,35.**

$e_0 = 58{,}7$ mm.

Bar. 738 mm, Temp. 20°.

$a = 1{,}0$ $\bar{\alpha} = 37{,}1$ $V' = 31{,}35$, red. **31,82**

$a = 1{,}5$ $\bar{\alpha} = 74{,}3$ $V' = 43{,}75$, red. **44,4**

$a = 2{,}0$ $\bar{\alpha} = 125{,}7$ $V' = 55{,}8$, red. **56,6.**

Durch Vergleichung dieser Werthe V' mit den oben mitgetheilten V erhält man nun folgende Werthe des Factors f, mit welchem die aus den Elektrometerausschlägen nach den Formeln 16) und 17) berechneten Werthe V' zu multipliciren sind, um die wirklichen Potentiale V zu liefern:

für $e^0 =$ ca. 25 mm $f =$ **0,973**

„ $e^0 =$ 30 bis 31 mm $f =$ 0,957 und 0,947; Mittel **0,952**

„ $e^0 =$ ca. 42 mm $f =$ 0,947, 0,946, 0,9475; Mittel **0,947**

„ $e^0 =$ ca. 59 mm $f =$ 0,947, 0,944, 0,938; Mittel **0,943.**

Diese Factoren sind immer zur Berechnung der bei den elektrooptischen Beobachtungen angegebenen Potentialwerthe V, soweit sie durch Elektrometerbeobachtungen und nicht direct durch Schlagweiten bestimmt wurden, benutzt worden.

Bei dem Kugelabstande $e^0 = 31{,}6$ war gleich nach Herstellung des Elektrometers eine grössere Reihe von Entladungspotentialmessungen ausgeführt worden, deren Resultate hier im Vergleich mit den nach Heydweiller's Zahlen interpolirten Werthen V und den betreffenden Verhältnissen $\frac{V}{V'} = f$ noch mitgetheilt werden mögen, obgleich der damalige Luftzustand nicht notirt worden war.

a	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
V'	18,05	19,5	20,7	21,9	23,5	24,7	26,0	27,0	28,4	30,0	31,5
V	17,23	18,56	19,78	21,05	22,32	23,59	24,84	25,10	27,35	28,60	29,85
f	0,956	0,956	0,956	0,962	0,952	0,955	0,956	0,965	0,962	0,954	0,948

Mittel $f =$ **0,956.**

Eine grössere Anzahl von Messungen bei $e^0 = 22{,}8$, $a = 0{,}5$ und $e^0 = 40{,}4$, $a = 1{,}0$, welche in Verbindung mit den später mitzutheilenden optischen Beobachtungen am Quarz ausgeführt wurden, ergaben im Durchschnitt $V' = 17{,}8$ bezw. 31,3, entsprechend $f = 0{,}969$ bezw. 0,953, welche Zahlen mit den oben für $e^0 = 24{,}8$ bezw. 42,0 mm ermittelten ebenfalls gut übereinstimmen.

Es sei schliesslich noch eine erst nachträglich bemerkte Fehlerquelle erwähnt, welche die bei der zweiten Aufstellung des Elektrometers ausgeführten Messungen möglicherweise etwas beeinflusst hat, darin bestehend, dass drei Seidenfäden, welche zum Festhalten des Zuleitungsdrahtes der Kugel A zwischen diesem und den Kastenwänden ausgespannt worden waren, eine schwache elektrische Ladung annahmen, wenn die Kugel längere Zeit gleichsinnig geladen wurde. Diese sich erst allmählich einstellende Elektrisirung der Fäden bewirkte, dass der einem bestimmten Potential entsprechende Elektrometerausschlag mit jeder folgenden Ladung bis zu einer gewissen Grenze zunahm und nach Umkehrung des Ladungssinnes zunächst unter seinen normalen Werth sank, um dann wieder allmählich über denselben hinaus zu wachsen. Naturgemäss war aber dieser Einfluss gering, wenn der Ladungssinn oft gewechselt wurde, wie es bei den elektrooptischen Beobachtungen stets geschah; doch wurden auch dann noch die grösseren Entladungspotentiale (für $a = 1{,}0$, 1,5 und 2,0) bis zu 2 Proc. grösser gefunden, als die S. 26 mitgetheilten, nach Beseitigung der Seidenfäden bestimmten Werthe. Wenn also die Potentiale V', welche bei der zweiten Elektrometeraufstellung (bei den Beobachtungen am Natriumchlorat und einigen am Seignettesalz) erhalten wurden, mit den S. 26 ermittelten Correctionsfactoren multiplicirt werden, so sind die so gewonnenen Potentialwerthe V möglicherweise noch um einige Procente zu gross; doch kommt dieser Fehler bei der Ungenauigkeit der betreffenden optischen Messungen kaum in Betracht. —

Optisches Elektrometer.

Nachdem die elektrooptischen Beobachtungen am Quarz ergeben hatten, dass die Aenderung der Doppelbrechung durch dielektrische Polarisation sehr regelmässig und exact verläuft und stark genug ist, um mit dem Compensator genau gemessen werden zu können, wurde die eine der benutzten Quarzplatten, für welche die Aenderung des Gangunterschiedes am grössten war, bei einem Theil der späteren Beobachtungen am Seignettesalz geradezu als Elektrometer benutzt. Es war dies die bei Besprechung der Beobachtungen am Quarz als No. 1 bezeichnete grosse Platte, bei der die Elektrisirungsrichtung eine polare Nebenaxe und die Beobachtungsrichtung zu letzterer und zur Hauptaxe senkrecht war. Die Anordnung war bei der Verwendung der Platte als Elektrometer im Wesentlichen die gleiche, wie bei den später zu beschreibenden Compensator-Beobachtungen. Der Gangunterschied war durch eine zweite in den Weg der Lichtstrahlen eingeschaltete schmalere Quarzplatte von gleicher Länge (etwa 4,7 cm) mit vertikal gestellter Hauptaxe soweit compensirt, dass mit weissem Licht operirt werden konnte; zur Beobachtung seiner Aenderung durch die zu messende

elektrische Potentialdifferenz diente ein kleiner besonders für diesen Apparat construirter Babinet'scher Compensator. Die erste Quarzplatte (*Q* in nebenstehender Figur, welche in ca. $\frac{1}{2}$ natürlicher Grösse den zur Richtung der einfallenden Lichtstrahlen parallelen Vertikal-Durchschnitt des vom Mechaniker Diederichs in Göttingen construirten Apparates darstellt) lag zwischen zwei etwas kleineren Messingplatten *M*, *M'*, die in der Mitte dicke Drähte mit Kugelklemmen (*K*, *K'*) trugen; zum Schutze gegen das Ueberspringen von Funken zwischen *M* und *M'* waren oben und unten auf den Rand der Quarzplatte zwei Glimmerrahmen aufgekittet. Die ganze Plattencombination ruhte auf einer Hartgummiplatte *H H*, so dass sowohl die obere als die untere Belegung auf das zu messende Potential geladen werden konnte, während die andere zur Erde abgeleitet war. Die Platte *H* trug zugleich die mittelst kleiner Stellschrauben justirbare Compensationsplatte *Q'*, sowie mittelst angeschraubter Messingarme den Compensator *C* nebst polarisirendem Nicol *P* und das analysirende Nicol'sche Prisma *A*, beide mit Theilkreisen versehen und letzteres verschiebbar, um in die Entfernung der deutlichen Sehweite vom Compensator gebracht werden zu können.

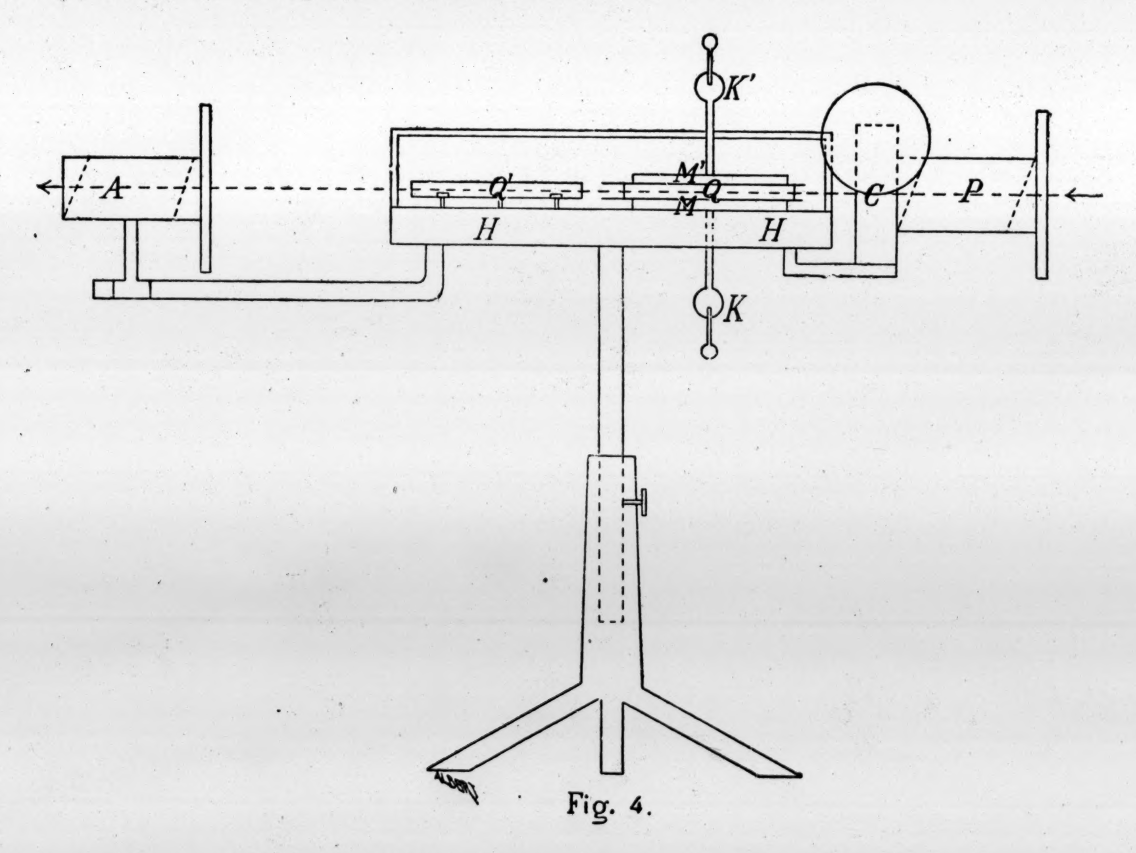


Fig. 4.

Da die Belegungen *M M'* der Breitseiten der Platte *Q* etwas kleiner waren als die Plattenoberflächen, so konnte das einer bestimmten Aenderung des Gang-

unterschiedes entsprechende Potential nicht aus der zuvor bestimmten elektrooptischen Constante e_{11} des Quarzes berechnet werden, sondern musste direct durch Beobachtung des Gangunterschiedes für bestimmte Entladungspotentiale ermittelt werden. Es wurde so im Mittel aus einer grösseren Reihe von Beobachtungen gefunden, dass eine Drehung der Compensatorschraube um 1 Trommeltheil einer Potentialänderung von 0,190 absoluten Einheiten entsprach. Die Genauigkeit der einzelnen Einstellung betrug etwa 1 Trommeltheil; doch musste erst Temperaturgleichgewicht in den beiden Quarzplatten eingetreten sein, da sich andernfalls in Folge der Abhängigkeit der Doppelbrechung von der Temperatur die Nullstellung des Streifens stark verschob.

II. Theil.

Natriumchlorat.

Das Natriumchlorat, $NaClO_3$, krystallisirt aus wässeriger Lösung in schönen würfelförmigen Krystallen, an welchen häufig auch die Flächen des Rhombendodekaëders, eines Tetraëders und Pentagondodekaëders auftreten. Durch das Zusammenvorkommen der beiden letzteren erweisen sich die Krystalle als der Tetartoëdrie des regulären Systems angehörig, und damit steht auch ihre Eigenschaft, die Polarisationsebene des Lichtes, wie active isotrope Körper, zu drehen, in Einklang. Rechte und linke Krystalle finden sich meist in derselben Krystallisation nebeneinander.

Diesen Symmetrieverhältnissen gemäss ist zu erwarten, dass die Krystalle des $NaClO_3$ piëzoelektrisch erregbar sein und im elektrischen Felde optische Aenderungen erleiden müssen. Das Vorhandensein der Piëzo- und Pyroelektricität bei ihnen ist in der That schon länger bekannt[1]), und neuerdings sind diese Eigenschaften von den Herren Hankel und Lindenberg[2]) eingehender untersucht worden, jedoch nur nach der von ersterem Forscher schon vielfach angewandten Methode, welche keine quantitativen Resultate zu liefern vermag. Es sei daher von den Ergebnissen jener Untersuchung nur erwähnt, dass an würfelförmigen Krystallen, welche längs einer Diagonale gepresst wurden, dasjenige Ende dieser Diagonale, an welchem eine Tetraëderfläche lag, positiv elektrisch wurde, an tetraëdrischen Krystallen dagegen umgekehrt die Ecke, auf welche der Druck ausgeübt wurde. Das letztere Verhalten stimmt mit den Angaben von J. und P. Curie überein[3]).

Ueber das Verhalten des $NaClO_3$ bei dielektrischer Polarisation liegen bisher keinerlei Beobachtungen vor, ebensowenig über die Aenderung seiner optischen Eigenschaften durch Druck.

---

1) J. u. P. Curie, Compt. rend. **91**, 294, 383. 1880.
2) Elektrische Untersuchungen XIX, Abhandl. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. **18**, 361—405. 1892.
3) J. u. P. Curie, l. c. p. 384.

Das natürliche Drehungsvermögen ist von Hrn. Sohncke[1]) eingehend untersucht worden; die Resultate für verschiedene Farben sind folgende:

Spectrallinie:	C	D	E	F	G
Spec. Drehungsvermögen:	2,52°	3,16°	3,96°	4,61°	5,89°.

Der Brechungsindex für Na-Licht hat nach Dussaud[2]) den Werth 1,51510.

§ 1. Allgemeine Formeln.

Wählt man zu Coordinatenaxen X^0, Y^0, Z^0 die Würfelnormalen und berücksichtigt, dass dieselben in der tetartoëdrischen Gruppe des regulären Systems drei gleichwerthige zweizählige Symmetrieaxen sind, so nimmt der allgemeine Ansatz 6) folgende einfache Form an:

$$19)\qquad \begin{aligned} B_{11}-\omega^{0^2} &= B_{22}-\omega^{0^2} = B_{33}-\omega^{0^2} = 0,\\ B_{23} = e_{41}a,\quad B_{31} &= e_{41}b,\quad B_{12} = e_{41}c. \end{aligned}$$

Die durch die dielektrische Polarisation a, b, c hervorgerufene Doppelbrechung ist also bestimmt durch das Ovaloid

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + 2e_{41}(a\nu^0\pi^0 + b\pi^0\mu^0 + c\mu^0\nu^0),$$

und die Gleichungen 3) und 4) zur Bestimmung der Hauptaxen desselben nehmen die specielle Form an:

$$20)\qquad \left|\begin{aligned} a(\beta_2\gamma_3+\beta_3\gamma_2)+b(\beta_3\gamma_1+\beta_1\gamma_3)+c(\beta_1\gamma_2+\beta_2\gamma_1) &= 0\\ a(\gamma_2\alpha_3+\gamma_3\alpha_2)+b(\gamma_3\alpha_1+\gamma_1\alpha_3)+c(\gamma_1\alpha_2+\gamma_2\alpha_1) &= 0\\ a(\alpha_2\beta_3+\alpha_3\beta_2)+b(\alpha_3\beta_1+\alpha_1\beta_3)+c(\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1) &= 0 \end{aligned}\right.$$

$$21)\qquad \left|\begin{aligned} \omega_x^2 &= \omega_0^2+2e_{41}(a\alpha_2\alpha_3+b\alpha_3\alpha_1+c\alpha_1\alpha_2)\\ \omega_y^2 &= \omega_0^2+2e_{41}(a\beta_2\beta_3+b\beta_3\beta_1+c\beta_1\beta_2)\\ \omega_z^2 &= \omega_0^2+2e_{41}(a\gamma_2\gamma_3+b\gamma_3\gamma_1+c\gamma_1\gamma_2). \end{aligned}\right.$$

Dies gilt im Falle, dass keine Circularpolarisation vorhanden ist. Wenn der Krystall ursprünglich circularpolarisirend ist, sodass sich also in jeder Richtung eine rechts- und eine linksrotirende circulare Schwingung mit verschiedenen Geschwindigkeiten ω_r^0 und ω_l^0 fortpflanzen, so kann man aus der zuvor für fehlende Circularpolarisation bestimmten Doppelbrechung das wirklich eintretende optische Verhalten leicht berechnen, sofern man annimmt, dass sich die Kräfte, welche die Circularpolarisation bedingen, denjenigen, welche bei der reinen Doppelbrechung wirksam wären, einfach superponiren. Unter dieser naheliegenden

---

1) L. Sohncke, Wied. Ann. 3, 516. 1878.

2) F. Dussaud, La réfraction et dispersion du chlorate de soude cristallisé. Dissertation. Genf 1892.

Voraussetzung, welche auch in fast allen optischen Theorien[1]) gemacht wird, welche für das Verhalten activer krystallinischer Medien aufgestellt worden sind, ergiebt sich, dass sich in jeder Richtung im Allgemeinen zwei elliptisch polarisirte Wellen fortpflanzen mit Geschwindigkeiten ω_l, ω_r, die gegeben sind durch

$$22)\qquad \left.\begin{matrix}\omega_l^2\\ \omega_r^2\end{matrix}\right\} = \tfrac{1}{2}(\omega_1^2+\omega_2^2) \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2+(\omega_l^{0^2}-\omega_r^{0^2})^2}.$$

Darin bezeichnen ω_1, ω_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, welche für die betreffende Richtung gelten würden, wenn keine Circularpolarisation vorhanden wäre, und welche in gewöhnlicher Weise aus dem Ovaloid abzuleiten sind. Wird in 22) immer der absolute Werth der Quadratwurzel genommen, so gilt das obere Vorzeichen für ω_l, das untere für ω_r im Falle eines linken Krystalles, umgekehrt im Falle eines rechten. Ferner ergiebt sich folgender Ausdruck für das Axenverhältniss der Schwingungsellipse der links rotirenden Welle:

$$23)\qquad \varkappa_1 = \frac{\omega_l^2-\omega_1^2}{\omega_l^2-\omega_2^2} = \frac{\sqrt{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2+(\omega_l^{0^2}-\omega_r^{0^2})^2}-(\omega_1^2-\omega_2^2)}{\sqrt{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2+(\omega_l^{0^2}-\omega_r^{0^2})^2}+(\omega_1^2-\omega_2^2)}.$$

Das Axenverhältniss für die rechts rotirende Welle ist der reciproke Werth des vorstehenden, d. h. die beiden Schwingungsellipsen sind einander ähnlich und haben gekreuzt liegende grosse Axen, welche in diejenigen Richtungen fallen, welche bei fehlendem Drehungsvermögen die Schwingungsrichtungen sein würden.

Die Formeln 22) und 23) reichen aus zur Berechnung aller im polarisirten Lichte in zugleich optisch activen und doppeltbrechenden Krystallen zu beobachtenden Erscheinungen, und soweit die aus ihnen gezogenen Folgerungen bisher durch die Beobachtungen geprüft worden sind, was am natürlichen Quarz in eingehender Weise, u. A. von Hrn. B. Hecht[2]), und am durch seitlichen Druck optisch zweiaxig gemachten Quarz von F. Beaulard[3]) und Monnory[4]) geschehen ist, wurden sie gut bestätigt gefunden. Da ausserdem die den Formeln zu Grunde liegende Voraussetzung einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit besitzt, so kann man dieselben ohne Bedenken zum Ausgangspunkt der weiteren Rechnung nehmen.

Es ist danach ersichtlich, dass es zunächst darauf ankommt, die Lichtgeschwindigkeiten zu berechnen, welche bei Abwesenheit der Activität stattfinden würden; ausserdem muss natürlich die Stärke der Circularpolarisation, also $\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2}$, gegeben sein.

---

1) Vergl. z. B. W. Voigt, Wied. Ann. **19**, 899. 1883. Auch die Untersuchung von Gouy (Journ. de phys. (2) **4**, 149. 1885) kommt auf dasselbe hinaus und führt zu den obigen Formeln.

2) B. Hecht, Wied. Ann. **20**, 426. 1883; **30**, 274. 1887.

3) Beaulard, Compt. rend. **111**, 173. 1890. **112**, 1503. 1891. Journ. de phys. (3) **2**, 393—407, 459—478. 1893.

4) Monnory, Compt. rend. **112**, 428. 1891.

Im vorliegenden Falle des durch Einwirkung der dielektrischen Polarisation doppeltbrechend gemachten Natriumchlorats sind also ω_1, ω_2 und die Hauptaxenrichtungen der Schwingungsellipsen in der gewöhnlichen Weise mit Hülfe des durch die Formeln 19), 20), 21) gegebenen Ovaloids zu bestimmen; nur ist noch die Bedeutung von ω^0 in jenen Formeln dahin zu präcisiren, dass darunter der Mittelwerth aus ω_r^0 und ω_l^0, die sich übrigens nur äusserst wenig unterscheiden, zu verstehen ist.

In analoger Weise ist zur theoretischen Untersuchung der durch elastische Deformationen verursachten Aenderungen des optischen Verhaltens — das $NaClO_3$ wird durch dieselben im Allgemeinen optisch zweiaxig mit elliptischer Polarisation — zunächst der Ansatz zu benutzen, welcher für nicht active reguläre Krystalle (aller 5 Gruppen) gilt, nämlich:

$$24)\quad \left|\begin{aligned} B_{11}-\omega_0^2 &= a_{11}x_x + a_{12}(y_y+z_z) \\ B_{22}-\omega_0^2 &= a_{11}y_y + a_{12}(z_z+x_x) \\ B_{33}-\omega_0^2 &= a_{11}z_z + a_{12}(x_x+y_y) \\ B_{23} &= a_{44}y_z \\ B_{31} &= a_{44}z_x \\ B_{12} &= a_{44}x_y. \end{aligned}\right.$$

Der Ansatz 7) der Voigt'schen Theorie für die piëzoelektrische Erregung nimmt für regulär-tetartoëdrische Krystalle, ebenfalls bezogen auf die Würfelnormalen als Coordinatenaxen, die sehr einfache Form an:

$$25)\quad a = -\delta_{14}Y_z, \qquad b = -\delta_{14}Z_x, \qquad c = -\delta_{14}X_y,$$

enthält also nur eine Constante, wie die Formeln 19).

Dementsprechend sind zufolge 8), worin noch $\varkappa_1 = \varkappa_2 = \varkappa_3 = \varkappa$ wird, die Deformationen im elektrischen Felde gegeben durch

$$26)\quad \begin{gathered} x_x = y_y = z_z = 0, \\ y_z = \frac{\delta_{14}}{\varkappa}a, \qquad z_x = \frac{\delta_{14}}{\varkappa}b, \qquad x_y = \frac{\delta_{14}}{\varkappa}c. \end{gathered}$$

Schliesslich reduciren sich auch die Constanten e'_{mn} der Gleichungen 6') auf eine einzige $e'_{41} = e'_{52} = e'_{63}$, welche nach 9) mit δ_{14} und a_{44} durch nachstehende Relation zusammenhängt:

$$27)\quad e'_{41}\cdot\varkappa = a_{44}\delta_{14}.$$

Um die im § 1 des I. Theils aufgeworfene Frage zu entscheiden, kommt es demnach beim Natriumchlorat darauf an, die elektrooptische Constante e_{41}, die piëzoelektrische δ_{14}, und die eine piëzooptische Constante a_{44} experimentell zu bestimmen. In welcher Weise dies geschehen kann und ausgeführt worden ist, soll in den folgenden Paragraphen erörtert werden.

§ 2. Theorie der beobachteten elektrooptischen Erscheinungen.

a. *Bestimmung des Ovaloids für specielle Richtungen des Momentes.*

Es soll jetzt die Doppelbrechung, wie sie ohne Circularpolarisation eintreten würde, für die Fälle untersucht werden, dass die elektrischen Kraftlinien, mit welchen bei regulären Krystallen die Richtung des inducirten Momentes zusammenfällt, entweder einer Fläche des Würfels oder einer des Rhombendodekaëders parallel sind. Bei den Beobachtungen hatten dieselben zwar nur die noch specielleren Richtungen einer Würfel-, Dodekaëder- und Octaëdernormale; aber um den Zusammenhang der Erscheinungen übersehen zu können, empfiehlt es sich, die Richtung innerhalb einer der bezeichneten Ebenen zunächst beliebig zu lassen.

I. Die Kraftlinien liegen parallel einer Würfelfläche — der X^0Y^0-Ebene — und bilden mit der X^0-Axe den Winkel Φ, positiv gerechnet gegen die $+Y^0$-Axe hin.

Dann ist

$$a = m\cos\Phi, \qquad b = m\sin\Phi, \qquad c = 0,$$

wenn m das inducirte Gesammtmoment $= -\varkappa\dfrac{\partial V}{\partial n}$ bezeichnet.

Die Gleichungen 20) werden daher

$$20')\quad \left|\begin{array}{l} \gamma_3(\beta_2\cos\Phi+\beta_1\sin\Phi)+\beta_3(\gamma_2\cos\Phi+\gamma_1\sin\Phi) = 0,\\ \gamma_3(\alpha_2\cos\Phi+\alpha_1\sin\Phi)+\alpha_3(\gamma_2\cos\Phi+\gamma_1\sin\Phi) = 0,\\ \alpha_3(\beta_2\cos\Phi+\beta_1\sin\Phi)+\beta_3(\alpha_2\cos\Phi+\alpha_1\sin\Phi) = 0,\end{array}\right.$$

und es wird ihnen genügt durch

$$28)\quad \left|\begin{array}{l} \alpha_1 = \cos\Phi, \quad \alpha_2 = -\sin\Phi, \quad \alpha_3 = 0,\\ \beta_1 = \gamma_1 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin\Phi,\\ \beta_2 = \gamma_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos\Phi,\\ \beta_3 = -\sqrt{\tfrac{1}{2}}, \quad \gamma_3 = +\sqrt{\tfrac{1}{2}}.\end{array}\right.$$

Diese Werthe der Richtungscosinus lehren, dass eine der optischen Symmetrieaxen, — hier die zur X-Axe gewählte —, ebenfalls in der X^0Y^0-Ebene liegt und zwar in Bezug auf die X^0-Axe symmetrisch zur Richtung des Momentes m, und ferner, dass die beiden anderen Symmetrieaxen (Y, Z) symmetrisch (also unter 45° geneigt) zu beiden Seiten der X^0Y^0-Ebene liegen. (Vergl. nebenstehende Figur). Dies gilt, wie immer bei regulären Krystallen, ganz unabhängig von der Grösse des Momentes.

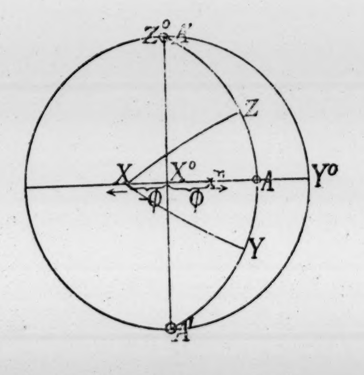


Fig. 5.

Die Gleichungen 21) geben nach Einsetzen

der Werthe $a = m \cos \Phi$, $b = m \sin \Phi$, $c = 0$ und derjenigen von $\alpha_1 \ldots \gamma_3$ aus 28):

$$29) \quad \begin{cases} \omega_x^2 = \omega^{0^2}, \\ \omega_y^2 = \omega^{0^2} - e_{41} m, \\ \omega_z^2 = \omega^{0^2} + e_{41} m. \end{cases}$$

Demnach ändern sich die Hauptlichtgeschwindigkeiten nicht, wenn sich das Moment m bei constant bleibender Grösse in der $X^0 Y^0$-Ebene dreht; immer ist der Krystall optisch zweiaxig, und zwar die Ebene der optischen Axen (A, A' in Fig. 5) die YZ-Ebene, d. h. senkrecht zur $X^0 Y^0$-Ebene, und der Winkel zwischen den optischen Axen ist stets gleich 90⁰. Dieses merkwürdige Verhalten lässt sich auch so beschreiben: Liegt das Moment parallel einer Würfelfläche, so ist die eine optische Axe stets senkrecht zu dieser Würfelfläche, während die andere parallel der letzteren liegt und zwar zur Richtung des Momentes symmetrisch in Bezug auf eine zu jener Würfelfläche senkrechte Rhombendodekaëderfläche.

Wir wollen nun dem Moment diejenigen speciellen Richtungen beilegen, welche es bei den später zu besprechenden Beobachtungen besass.

Ia. Das Moment fällt in eine Würfelnormale, z. B. X^0; es ist $\Phi = 0$.

Dann sind dem obigen allgemeinen Satz zufolge die optischen Axen die beiden anderen Würfelnormalen.

Demnach muss die stärkste Doppelbrechung, entsprechend der Differenz $\omega_z^2 - \omega_y^2 = 2 e_{41} m$, in der Richtung der Kraftlinien zu beobachten sein, halb so starke in der Richtung der zu letzteren senkrechten Dodekaëdernormalen, und gar keine in der Richtung der beiden anderen Würfelnormalen.

Die Schwingungsrichtungen (eigentlich die grossen Axen der Schwingungsellipsen) müssen bei Beobachtung parallel den Kraftlinien in die zu letzteren senkrechten Dodekaëdernormalen (also die Diagonalen der betrachteten Würfelfläche) fallen, bei Beobachtung in irgend einer Richtung senkrecht zu den Kraftlinien aber parallel bezw. senkrecht zu diesen letzteren sein.

Ib. Das Moment hat die Richtung einer Dodekaëdernormale, also etwa der Halbirungslinie des Winkels (X^0, Y^0), für welche $\Phi = 45^0$ ist.

Die eine optische Axe ist wie zuvor parallel Z^0, die andere aber parallel den Kraftlinien. Es kann demnach weder bei Beobachtung in der Richtung der Kraftlinien, noch auf der zu den letzteren parallelen Würfelfläche eine elektrooptische Wirkung zu beobachten sein. Das Maximum der Doppelbrechung, wiederum gegeben durch $2 e_{41} m$, findet statt parallel der zu den Kraftlinien senkrechten Dodekaëdernormale, der Halbirungslinie des Winkels (X^0, $-Y^0$); die entsprechenden Schwingungsrichtungen bilden die Winkel $\pm 45^0$ mit den Kraftlinien.

II. Die Kraftlinien sind parallel einer Dodekaëderfläche — wir wollen annehmen der Halbirungsebene des Winkels zwischen der $Z^0 X^0$-

und $Z^0 Y^0$-Ebene. Der Winkel, welchen sie mit der Z^0-Axe bilden, positiv gerechnet im ersten Octanten, werde mit Θ bezeichnet; dann ist

$$a = b = m\sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin\Theta, \qquad c = m\cos\Theta.$$

Man genügt den beiden letzten der Gleichungen 20) identisch, wenn man setzt:

$$30)\quad \begin{aligned} \alpha_1 &= -\alpha_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, & \alpha_3 &= 0, \\ \beta_1 &= \beta_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos\vartheta, & \beta_3 &= -\sin\vartheta, \\ \gamma_1 &= \gamma_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin\vartheta, & \gamma_3 &= \cos\vartheta. \end{aligned}$$

Damit dann auch die erste Gl. 20) erfüllt sei, muss ϑ der Relation genügen

$$\sin\Theta\cos 2\vartheta + \tfrac{1}{2}\cos\Theta\sin 2\vartheta = 0$$

oder

$$30')\quad \operatorname{tg} 2\vartheta = -2\operatorname{tg}\Theta.$$

Hiernach ist

$$\text{für } 0 < \Theta < 54^0\,44' < \Theta < 90^0$$
$$90^0 > \vartheta > 54^0\,44' > \vartheta > 45^0,$$

d. h. wenn die Momentrichtung m sich von der Z^0-Axe aus gegen die $X^0 Y^0$-Ebene hin dreht, so bewegt sich die optische Symmetrieaxe Z, welche immer mit Z^0 und m in derselben Ebene liegt, umgekehrt aus der $X^0 Y^0$-Ebene gegen Z^0 hin, erreicht aber dabei nur die Halbirungslinie des von m durchlaufenen Quadranten. In der Octaëdernormale (für $\Theta = 54^0\,44'$) fallen die Richtungen von m und Z zusammen. Da $\alpha_3 = 0$ und $\alpha_1 = -\alpha_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$ ist, so ist die optische Symmetrieaxe X stets senkrecht zu der von m durchlaufenen Dodekaëderebene, und die letztere also eine optische Symmetrieebene. (Vgl. Figur 6).

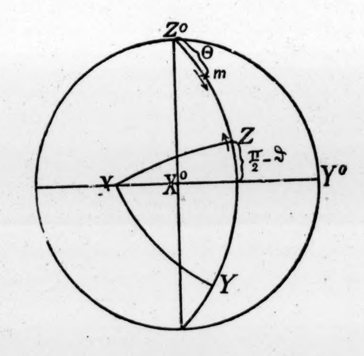


Fig. 6.

Die Gleichungen 21) werden jetzt:

$$31)\quad \left|\begin{aligned} \omega_x^2 &= \omega^{0^2} - m\,e_{41}\cos\Theta, \\ \omega_y^2 &= \omega^{0^2} + m\,e_{41}(\cos\Theta\cos^2\vartheta - \sin\Theta\sin 2\vartheta), \\ \omega_z^2 &= \omega^{0^2} + m\,e_{41}(\cos\Theta\sin^2\vartheta + \sin\Theta\sin 2\vartheta). \end{aligned}\right.$$

Daraus ist ersichtlich, dass der Krystall ebenfalls im Allgemeinen optisch zweiaxig wird, jedoch mit einem Axenwinkel und Differenzen der Hauptlichtgeschwindigkeiten, die mit der Richtung des Momentes variiren. Die Ebene der optischen Axen ist senkrecht zu der das Moment enthaltenden Dodekaëderebene, solange $\Theta < 54^0\,44'$ ist, dagegen parallel derselben für $\Theta > 54^0\,44'$. Wenn $\Theta = 54^0\,44'$ wird, d. h. das Moment in die Richtung der Octaëdernormale

fällt — welcher Fall gerade für die Beobachtungen in Betracht kommt —, so wird $\vartheta = \Theta$, $\cos\Theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sin\Theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin 2\vartheta = \frac{2}{3}\sqrt{2}$, folglich

$$31') \quad \left| \begin{aligned} \omega_x^2 = \omega_y^2 &= \omega^{0^2} - \frac{m}{\sqrt{3}} e_{41}, \\ \omega_z^2 &= \omega^{0^2} + 2\frac{m}{\sqrt{3}} e_{41}; \end{aligned} \right.$$

somit wird dann der Krystall optisch einaxig mit einer durch

$$\omega_z^2 - \omega_x^2 = \sqrt{3} \cdot m e_{41}$$

gegebenen Stärke der Doppelbrechung und natürlich mit zu den Kraftlinien paralleler optischer Axe. —

Die nach dem Vorhergehenden sich ergebende Lage der Schwingungsrichtungen für verschiedene Fortpflanzungsrichtungen bei den drei betrachteten Lagen des Momentes — parallel einer Würfel-, Dodekaëder- und Octaëdernormale — liefert bereits eine gute Prüfung der allgemeinen, d. h. lediglich auf den Ansatz 19) begründeten Theorie. Infolge des Drehungsvermögens des Natriumchlorats haben diese Schwingungsrichtungen hier aber thatsächlich die Bedeutung der Hauptaxen der Schwingungsellipsen, und es fragt sich daher, wie dieselben durch Beobachtungen ermittelt werden können. Mit dieser Aufgabe wollen wir uns im folgenden Abschnitt (b) beschäftigen. Die Bezeichnung „Schwingungsrichtungen“ wollen wir der Kürze wegen beibehalten, da ja nach der vorhergehenden Erörterung kein Zweifel entstehen kann, was damit gemeint ist.

b. Bestimmung der Schwingungsrichtungen.

Lässt man durch eine ursprünglich optisch isotrope, circularpolarisirende Krystallplatte polarisirtes homogenes Licht hindurchgehen und beobachtet durch einen Analysator, den man so gestellt hat, dass er das austretende Licht gerade auslöscht, so wird, wenn man nun die Platte durch äussere Einwirkung anisotrop, also elliptisch polarisirend macht, eine Aufhellung der Platte eintreten, welche auch durch keinerlei Drehung des Analysators und Polarisators ganz wieder zum Verschwinden zu bringen ist. Es giebt aber gewisse Stellungen der letzteren, für welche die Aufhellung ein Minimum wird, und die Aufsuchung dieser Stellungen der Nicols kann dazu dienen, die Hauptaxenrichtungen der Schwingungsellipsen („Schwingungsrichtungen“) der beiden sich in der Beobachtungsrichtung im Krystall fortpflanzenden Wellen zu ermitteln. Um zu sehen, wie dies möglich ist, hat man die Intensität des aus dem Analysator austretenden Lichtes zunächst unter der Annahme zu berechnen, dass die Nicolhauptschnitte gegen die Schwingungsrichtungen ξ, η des Krystalls beliebig stehen, unter einander aber denjenigen Winkel bilden, für welchen bei isotroper Krystallplatte Auslöschung stattfindet, also den Winkel $L\frac{\delta^0}{2}$, falls L die Dicke der

Platte in der Beobachtungsrichtung, $\frac{\delta^0}{2}$ ihr specifisches Drehungsvermögen — positiv gerechnet als Linksdrehung — für die benutzte Lichtsorte bezeichnet. Sodann ist zu untersuchen, wie man die Krystallplatte gegen die Nicols, oder, der Anordnung bei den Versuchen entsprechend, die Nicols unter Beibehaltung ihrer gegenseitigen Stellung gegen den Krystall zu drehen hat, damit die Intensität bei gegebener Stärke der Doppelbrechung ein Minimum wird.

Es seien ψ und i die Winkel, welche die Schwingungsebenen im Analysator und Polarisator mit der Schwingungsrichtung ξ bilden, positiv gerechnet entgegen dem Sinne des Uhrzeigers; dann ist zufolge der obigen Festsetzung über ihre gegenseitige Stellung

$$\psi = i + \frac{\pi}{2} + L\frac{\delta^0}{2}.$$

Wird das Verhältniss $\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$, welches der Stärke der durch die äussere Einwirkung erzeugten Doppelbrechung proportional ist, mit x bezeichnet, so sind zufolge 23) die Axenverhältnisse der beiden Schwingungsellipsen $\varkappa_1 = \sqrt{1+x^2} - x$ und $\varkappa_2 = \sqrt{1+x^2} + x$, und ist nach 22) die Phasenverzögerung der rechts rotirenden Welle gegen die links rotirende gleich $L\delta^0\sqrt{1+x^2}$; letztere ist nämlich im Falle reiner Circularpolarisation $= L\delta^0$ und wird durch das Hinzukommen der Doppelbrechung zufolge der sich aus 22) ergebenden Gleichung

$$\omega_l^2 - \omega_r^2 = \pm\sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2})^2}$$

im Verhältniss $\sqrt{1+x^2}$ vergrössert. — Eine elementare Rechnung ergiebt dann folgenden Ausdruck für die resultirende Intensität, worin A^2 einen constanten Factor bezeichnet:

$$J = A^2\Big\{\tfrac{1}{2} - \Big(\frac{\varkappa_1}{\varkappa_1^2+1}\Big)^2\cos 2i\Big[\cos(2i+L\delta^0)\cdot\Big(2\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2}) + \tfrac{1}{2}(\varkappa_2-\varkappa_1)^2\Big)$$
$$+\sin(2i+L\delta^0)\cdot(\varkappa_1+\varkappa_2)\sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\Big]$$
$$+\Big(\frac{\varkappa_1}{\varkappa_1^2+1}\Big)^2\sin 2i\Big[(\varkappa_2+\varkappa_1)\cos(2i+L\delta^0)\sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2}) - \tfrac{1}{2}(\varkappa_2+\varkappa_1)^2\sin(2i+L\delta^0)\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\Big]\Big\}.$$

Die Bedingung dafür, dass J bei constantem x (und $\varkappa_1$, $\varkappa_2$) durch Aenderung von i ein Maximum oder Minimum wird, also $\frac{\partial J}{\partial i} = 0$, nimmt die einfache Form an

$$(\varkappa_2-\varkappa_1)^2\sin^2\Big(\frac{L\delta^0}{2}\sqrt{1+x^2}\Big)\cdot\sin(4i+L\delta^0) = 0.$$

Da für ein beliebiges, gegebenes x die Factoren $(\varkappa_2-\varkappa_1)^2 = 4x^2$ und $\sin^2\frac{L\delta^0\sqrt{1+x^2}}{2}$ nicht verschwinden können, so muss sein

$$4i + L\delta^0 = n\pi,$$

$$i = -\frac{L\delta^0}{4} + n\frac{\pi}{4}, \qquad (n = 0, 1, 2, 3 \ldots).$$

Von diesen Werthen entsprechen diejenigen den Minimis von J, welche es für sehr kleines x thun würden, vorausgesetzt, dass $\frac{1}{2} L\delta^0 \sqrt{1+x^2}$ noch $< \pi$ ist, welche Bedingung bei allen untersuchten Krystallen von Natriumchlorat erfüllt war. Durch Entwicklung des Ausdruckes für J nach Potenzen von x sieht man nun leicht, dass dies die Werthe $-\frac{L\delta^0}{4} + 2n\frac{\pi}{4}$ sind. Also treten die Minima der Intensität ein für die durch

$$\text{32)} \qquad i = -\frac{L\delta^0}{4} + n\frac{\pi}{2}, \qquad (n = 0, 1, 2, 3),$$

gegebenen Stellungen des Polarisators, wenn zugleich der Analysator auf

$$\text{32')} \qquad \psi = +\frac{L\delta^0}{4} + (n+1)\frac{\pi}{2}$$

gestellt ist. Man erkennt hieraus, dass die Minimumstellungen diejenigen sind, bei welchen die Schwingungsebene des Polarisators und die zur Schwingungsebene des Analysators senkrechte Ebene symmetrisch zu einer der Schwingungsrichtungen des Krystalls liegen, indem sie mit letzterer die Winkel $\pm\frac{L\delta^0}{4}$ (gleich der halben ursprünglichen Drehung der Polarisationsebene) bilden. Hierdurch ist es möglich, die Schwingungsrichtungen auch ohne Kenntniss der Drehung $\frac{L\delta^0}{2}$ zu bestimmen: man braucht nämlich nur beide Nicols unabhängig von einander so zu drehen, dass die Intensität oder auch, da ja die Bedingung für das Minimum unabhängig von x ist, der Wechsel der Intensität bei variirendem x möglichst gering wird; dann sind die gesuchten Schwingungsrichtungen die Halbirungslinien der Winkel zwischen der Schwingungsrichtung des Polarisators und der Normalen zur Schwingungsrichtung des Analysators. Sind also i' und ψ' die in Bezug auf eine beliebige feste Richtung, etwa eine Krystallkante, gerechneten Azimuthe der Hauptschnitte des Polarisators und Analysators bei deren in der eben angegebenen Weise ausgeführten Einstellung, so sind die auf dieselbe feste Richtung bezogenen Azimuthe der Schwingungsrichtungen im Krystall zufolge 32) und 32'):

$$\text{32'')} \qquad \varphi = \tfrac{1}{2}\left(i' + \psi' - \frac{\pi}{2}\right) + n\frac{\pi}{2}.$$

Diese Bestimmungsmethode hat den grossen Vortheil, auch mit Anwendung von weissem Licht ausführbar zu sein. Die Minima treten zwar für die verschiedenen Farben bei verschiedenen Stellungen der Nicols ein; allein es giebt eine gewisse blau-violette Farbe — complementär zum intensivsten Gelb — bei

welcher die Intensitätsänderungen bei Weitem am deutlichsten wahrnehmbar sind. Man wird also die Nicols in eine solche gegenseitige Stellung bringen, dass die Platte in dieser empfindlichen Färbung erscheint, und dieselben dann beide so drehen, dass der bei wechselnder Dcppelbrechung der Platte (also in wechselndem elektrischen Felde) eintretende Intensitäts- oder eigentlich Farbenwechsel möglichst schwach wird. Dabei ist es nun gar nicht wesentlich, dass man immer genau die gleiche Farbennuance wählt; denn die wie oben angegeben bestimmten Halbirungslinien der Winkel zwischen den Nicolhauptschnitten liefern immer — wenigstens mit grosser Annäherung — die Schwingungsrichtungen im Krystall, welche selbst ja für alle Farben gleiche Lage haben. Messungen, welche nach dieser Methode ausgeführt wurden, werden im nächsten § mitgetheilt werden. Es sei noch hervorgehoben, dass der Farbenwechsel bei denjenigen (von den zuvor bestimmten um 45° verschiedenen) Stellungen des Nicols, wo er am stärksten wird, die an sich sehr geringe elektrooptische Wirkung der dielektrischen Polarisation im Natriumchlorat ausserordentlich deutlich hervortreten lässt, so dass diese, unten in ihren Einzelheiten zu beschreibende Versuchsanordnung auch zur Demonstration wohl geeignet wäre.

Uebrigens ist die Dicke L der Platte von Einfluss auf die Deutlichkeit des Intensitäts- bezw. Farbenwechsels und besonders auf die Schärfe der Minima. Der für $i = -\frac{L\delta^0}{4} + n\frac{\pi}{2}$ eintretende Minimalwerth von J ist nämlich:

$$J_{Min} = A^2 \left\{ \sin\left[\frac{L\delta^0}{2}(1-\sqrt{1+x^2})\right] + \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{1+x^2}} \cos\frac{L\delta^0}{2} \sin\left[\frac{L\delta^0}{2}\sqrt{1+x^2}\right]\right\}^2,$$

also abhängig von $L\delta^0$ und zwar derart, dass er zunächst mit dieser Grösse wächst; solange x^2 sehr klein ist, kann man setzen

$$J_{Min} = \frac{A^2 x^4}{16}(\sin L\delta^0 - L\delta^0)^2.$$

Berechnet man ebenso den Maximalwerth von J, so findet man

$$J_{Max} : J_{Min} = 1 + \frac{16}{x^2}\left(\frac{\sin\frac{L\delta^0}{2}}{\sin L\delta^0 - L\delta^0}\right)^2.$$

Für kleines $L\delta^0$, also geringe Dicke L der Krystallplatte, ist das zweite Glied sehr gross, also auch der Unterschied zwischen dem Maximum und Minimum der Intensität oder des Intensitäts- (bezw. Farben-)Wechsels verhältnissmässig sehr gross; beim Minimum verschwindet dann die Wirkung so gut wie vollständig. Lässt man aber L wachsen, so nähert sich das obige Verhältniss mehr und mehr dem Werthe 1, den es erreicht für $\frac{L\delta^0}{2} = \pi$, was für gelbes Licht allerdings erst bei der Dicke $L =$ ca. 57 mm eintreten würde. Vorstehende Ueberlegung lehrt, dass es bei der Bestimmung der Schwingungsrichtungen

nicht zweckmässig ist, sehr dicke Krystalle anzuwenden, was man wegen des mit der Dicke zunehmenden Gangunterschiedes zunächst vermuthen könnte. —

c. Bestimmung der Gangunterschiede mit dem Compensator.

Die Aenderung des Gangunterschiedes in einem elliptisch polarisirenden Krystall kann nicht unmittelbar am Compensator abgelesen werden, wie bei gewöhnlicher Doppelbrechung; es lässt sich aber eine Gleichung aufstellen, welche die Bestimmung der Grösse $x = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ aus Compensatorbeobachtungen gestattet. Dies soll für den Fall geschehen, dass die Krystallplatte in der Beobachtungsrichtung ursprünglich reine Circularpolarisation besitzt und also $\omega_1 - \omega_2$ die zu bestimmende Geschwindigkeitsdifferenz ist, welche in jener Richtung durch die äussere Einwirkung bei Abwesenheit des Drehungsvermögens erzeugt werden würde. Vorausgesetzt wird, dass die Polarisationsebene des einfallenden homogenen Lichtes unter 45° gegen die Schwingungsrichtungen im Krystall geneigt und der Analysator so gestellt sei, dass die Krystallplatte für sich allein ursprünglich ganz dunkel erscheint; ferner, dass der den Interferenzstreifen parallele Compensatorhauptschnitt zusammenfällt mit der Polarisationsrichtung der Welle von der Geschwindigkeit ω_1. Die Compensatorstreifen erscheinen bei dieser Anordnung ursprünglich ganz dunkel. Wird nun im Krystall durch die äussere Einwirkung — etwa dielektrische Polarisation — der zu bestimmende Gangunterschied hervorgebracht, so erleiden die Compensatorstreifen eine gewisse Verschiebung, verlieren aber gleichzeitig etwas an Schärfe, weil jetzt die Schwingungen im Krystall elliptisch mit den Axenverhältnissen $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ geworden sind, und daher nirgends mehr vollständige Auslöschung des Lichtes stattfindet. Wenn die hervorgebrachten Aenderungen aber so klein sind, wie es praktisch stets der Fall war, so bleiben die Streifen dunkel genug, um eine gute Einstellung zu ermöglichen. Ist dann $\varDelta$ die Anzahl der Umdrehungen der Mikrometerschraube des Compensators, die man ausführen muss, um dessen Streifen in ihre Anfangslage zurückzuführen, also $\delta = 2\pi \frac{\varDelta}{23{,}8}$ die im Compensator hervorgebrachte Phasenverzögerung der parallel zu den Streifen (oder zum verschiebbaren Spalt) polarisirten Welle gegen die andere, so ergiebt sich die Beziehung zwischen δ und x bezw. $\omega_1^2 - \omega_2^2$ dadurch, dass man denjenigen Werth von δ berechnet, für welchen die Intensität des durch den Polarisator, Compensator, die elliptisch polarisirende Krystallplatte und den Analysator hindurchgegangenen Lichtes ein Minimum wird. Die Gleichung, zu welcher man so gelangt[1]), lautet:

$$\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}\frac{2\pi}{23{,}8}\varDelta =$$

$$33)\quad -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{\{(1-\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2}))\sin L\delta^0 + \sqrt{1+x^2}\cdot\sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\cos L\delta^0\}}{\{\sqrt{1+x^2}\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\cos L\delta^0 + \sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\sin L\delta^0\}}.$$

1) Wegen der Ableitung vergl. F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 274—276. 1889.

Sowohl bei rechten, als bei linken Krystallen hat δ oder Δ dasselbe Vorzeichen wie $\omega_1^2 - \omega_2^2$; denn im ersten Falle ist der Nenner des Ausdruckes für x (nämlich $\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}$) positiv, dagegen δ^0 und somit $\sin L\,\delta^0$ und (für die in Betracht kommenden x) $\sin L\,\delta^0\sqrt{1+x^2}$ negativ, und im zweiten Falle ist es umgekehrt.

Die Berechnung von x wird nun wesentlich dadurch erleichtert, dass die transcendente Gleichung 33) in den beim Natriumchlorat vorkommenden Fällen mit genügender Genauigkeit ersetzt werden kann durch eine lineare Relation

$$x = c\,\Delta, \tag{33'}$$

worin c einen für jede speciell gegebene Plattendicke L besonders zu berechnenden constanten Factor bezeichnet. In den einzelnen Fällen der Anwendung wird zu prüfen sein, wie weit diese Annäherung berechtigt ist.

Wir wollen jetzt noch die Ausdrücke für x aufstellen, welche in den speciellen, bei den Beobachtungen vorkommenden Fällen dielektrischer Polarisation, die wir unter a betrachteten, gelten.

Ist die Richtung der Kraftlinien die X^0-Axe, so ist zufolge Ia im Abschnitt a: bei Beobachtung parallel X^0:

$$x = x_1 = \frac{2\,e_{41}\,m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}, \tag{34a}$$

bei Beobachtung parallel den Halbirungslinien der Winkel (Y^0, Z^0) und $(-Y^0, Z^0)$:

$$x = \pm x_2 = \pm\frac{e_{41}\,m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}. \tag{34b}$$

Dieselben Ausdrücke gelten natürlich, wenn die Richtung der Kraftlinien die Z^0-Axe und die Beobachtungsrichtung bezw. die Z^0-Axe oder die Halbirungslinie eines der Winkel zwischen X^0 und Y^0 ist.

Ist die Richtung der Kraftlinien eine Octaëdernormale, die Beobachtungsrichtung senkrecht dazu, so wird nach 31')

$$x = x_3 = \pm\frac{\sqrt{3}\cdot e_{41}\,m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}. \tag{35}$$

Das Vorzeichen hängt ab von der Lage der positiven Momentrichtung zum Coordinatensystem (d. h. davon, in welchem Octanten dieselbe liegt), sowie ausserdem von der Stellung der Platte zum Compensator, und soll daher erst später bestimmt werden.

Den Nenner der Ausdrücke 34) und 35) kann man in folgender Weise durch den mittleren Brechungsindex n^0 und das specifische Drehungsvermögen $\frac{1}{2}\,\delta^0$

des Krystalls ausdrücken. Es ist $\frac{1}{\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2}} = \frac{1}{v^2}\cdot\frac{1}{\frac{1}{n_r^{0^2}}-\frac{1}{n_l^{0^2}}} = \frac{1}{v^2}\frac{n_r^{0^2}n_l^{0^2}}{(n_r^0+n_l^0)(n_l^0-n_r^0)}$

oder mit sehr grosser Annäherung $= \frac{1}{v^2}\cdot\frac{n^{0^3}}{2}\cdot\frac{1}{n_l^0-n_r^0}$.

Nun ist

$$\delta^0 = 2\pi\left(\frac{1}{\lambda_r^0}-\frac{1}{\lambda_l^0}\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot(n_r^0-n_l^0),$$

folglich wird

$$\frac{1}{\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2}} = -\frac{1}{v^2}\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\delta^0}.$$

Setzt man noch $m = -\varkappa\frac{\partial V}{\partial n}$ ein, wo $\frac{\partial V}{\partial n}$ das Potentialgefälle im Krystall bezeichnet, so nehmen die Formeln 34) und 35), abgesehen von den später zu bestimmenden Vorzeichen, die Gestalt an:

$$x_1 = 2x_2 = 2\frac{e_{41}\varkappa}{v^2}\frac{\partial V}{\partial n}\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\delta^0}, \tag{34'}$$

$$x_3 = \sqrt{3}\frac{e_{41}\varkappa}{v^2}\frac{\partial V}{\partial n}\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\delta^0}. \tag{35'}$$

Der Factor $\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\delta_0}$ erhält bei Benutzung der früher angegebenen optischen Constanten des Natriumchlorats für Natriumlicht den numerischen Werth $16{,}8.10^4$.

d. Berücksichtigung der optischen Anomalien des Natriumchlorats.

Die im Vorhergehenden entwickelte Bestimmung der Schwingungsrichtungen und relativen Verzögerungen kann beim Natriumchlorat nicht immer ohne Weiteres angewendet werden, weil alle grösseren Krystalle desselben bereits von Natur optisch anisotrop sind, also, wie die meisten regulär krystallisirten Substanzen, optische Anomalien zeigen. Dieselben sind hier infolge der Circularpolarisation daran zu erkennen, dass die Krystallplatten beim Drehen in ihrer Ebene zwischen feststehenden Nicols im weissen Licht einen Wechsel der Farbennuance zeigen, was nicht der Fall sein dürfte, wenn sie optisch isotrop und rein circularpolarisirend wären. Nur bei bestimmten Stellungen der Platten gegen die Nicols erscheint die Färbung so tief und homogen, wie sie es im letzteren Falle müsste, bei allen dazwischenliegenden Stellungen dagegen gleichsam mit mehr oder weniger Weiss gemischt, was natürlich beim empfindlichen Blauviolett am auffallendsten ist. Bei den hauptsächlich zur Untersuchung gelangten tafelförmigen, von Würfelflächen begrenzten Krystallen trat bei Beobachtung auf der vor-

herrschenden Würfelfläche, welche die Auflagerungsfläche der Krystalle war, die tiefste Färbung dann ein, wenn die Halbirungslinien der Winkel zwischen dem Hauptschnitt des Polarisators und der Normale zum Hauptschnitt des Analysators mit den Diagonalen jener Würfelfläche zusammenfielen; in den Zwischenstellungen war die Aufhellung in der Mitte der Krystalle stärker als am Rande, im Uebrigen aber ziemlich homogen und zeigte nichts von der Feldertheilung, welche sonst bei optisch anomalen regulären Krystallen gewöhnlich vorhanden ist. Jene Krystalle verhielten sich demnach so, als ob sie durch verschieden starke Spannung parallel den Diagonalen der Auflagerungsfläche dauernde Doppelbrechung angenommen hätten, die sich der Circularpolarisation superponirte. Dieser Auffassung entsprach auch das Verhalten der Platten beim Hindurchsehen parallel zur Auflagerungsfläche, d. h. bei Beobachtung auf den schmalen natürlichen Würfelflächen oder auf angeschliffenen seitlichen Dodekaëderflächen; hierbei zeigte sich nämlich ebenfalls anomale Doppelbrechung, aber der Art, dass die Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur vorherrschenden Würfelfläche waren. Wenn man nun die anomale Doppelbrechung als durch Spannungen von der bezeichneten Orientirung hervorgerufen ansehen kann, gleichviel ob dies ihre wirkliche Ursache ist oder nicht, so wird dieselbe nach dem Ansatz 24) darstellbar sein durch die Grössen

$$36)\qquad \begin{aligned} B^0_{11} &= B^0_{22} = \omega^{0^2} + a', & B^0_{33} &= \omega^{0^2}, \\ B^0_{23} &= B^0_{31} = 0, & B^0_{12} &= b', \end{aligned}$$

falls zur Z^0-Axe die Normale der vorherrschenden Würfelfläche gewählt wird, und a', b' zwei für die anomale Doppelbrechung jedes einzelnen Krystalls bezw. jeder Stelle desselben charakteristische Constanten sind.

Den Werth von b' kann man in folgender Weise durch Compensatorbeobachtungen auf der vorherrschenden Fläche 001 ermitteln. Man stellt den Polarisatorhauptschnitt parallel einer Kante dieser Fläche, die Compensatorhauptschnitte unter 45° dagegen, den Analysator auf möglichste Dunkelheit des Compensatorstreifens und stellt den letzteren ein; dann dreht man die Platte in ihrer Ebene (001) um 90° — wobei darauf zu achten ist, dass man nachher wieder an derselben Stelle beobachtet — und stellt den Compensator wiederum ein. Die Hälfte der hierbei auszuführenden Compensatorverstellung liefert dann nach der Formel 33) eine Grösse x, welche $= \pm \frac{2b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ ist. Durch ein ganz analoges Verfahren kann man auf den zu 001 senkrechten schmaleren Würfelflächen die Grösse a', oder auf den zu 001 senkrechten Dodekaëderflächen $a' + b'$ bezw. $a' - b'$ ermitteln. Die Resultate solcher Beobachtungen werden später für die beiden Platten, wo sie gebraucht wurden, mitgetheilt werden; es sei hier nur erwähnt, dass sie die Uebereinstimmung des Sinnes der Doppelbrechung auf den ganzen 001-Flächen, d. h. das Fehlen von Sectorentheilung, bestätigten. —

Es fragt sich nun, in welcher Weise die im elektrischen Felde eintretenden optischen Wirkungen durch diese anomale Doppelbrechung modificirt werden.

Allgemein werden jetzt die Grössen $B_{hh} - \omega^{0^2}$ und B_{hk}, welche die Doppelbrechung bestimmen, die Summe der bereits vorhandenen, die anomale Doppelbrechung charakterisirenden Grössen 36) und der durch die dielektrische Polarisation hinzukommenden, früher allein berücksichtigten Ausdrücke 19) sein. Wir wollen aber nur diejenigen speciellen Fälle näher betrachten, welche bei den Beobachtungen vorkamen.

Ist zunächst das Moment m parallel der ausgezeichneten Würfelnormale, welche wir oben zur Z^0-Axe gewählt haben, so bleibt

$$B_{11} = B_{22} = \omega^{0^2} + a', \qquad B_{33} = \omega^{0^2}, \qquad B_{23} = B_{31} = 0,$$

und wird

$$B_{12} = b' + e_{41} m.$$

Demzufolge bleibt die Lage der optischen Symmetrieaxen dieselbe wie früher, d. h. die eine von ihnen fällt in die Richtung Z^0 der Kraftlinien, und die beiden anderen (X, Y) halbiren die Winkel zwischen der X^0- und Y^0-Axe. Demnach besitzen auch die Schwingungsrichtungen bei Beobachtung parallel Z^0 oder parallel den die Winkel (X^0, Y^0), $(X^0, -Y^0)$ halbirenden Dodekaëdernormalen die früher (unter Ia, S. 34) bestimmte Lage, unabhängig von der Stärke der anomalen Doppelbrechung und des elektrischen Feldes.

Setzt man die obigen Werthe der Grössen B, sowie die Richtungscosinus der optischen Symmetrieaxen, nämlich

$$\alpha_1 = \beta_2 = -\alpha_2 = \beta_1 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \qquad \gamma_1 = \gamma_2 = \alpha_3 = \beta_3 = 0, \qquad \gamma_3 = 1,$$

in die Gleichungen 4) zur Bestimmung der Hauptlichtgeschwindigkeiten ein, so erhält man:

$$\begin{aligned}\omega_x^2 &= \omega^{0^2} + a' - b' - e_{41} m,\\ \omega_y^2 &= \omega^{0^2} + a' + b' + e_{41} m,\\ \omega_z^2 &= \omega^{0^2},\end{aligned}$$

und für die Differenz $\omega_1^2 - \omega_2^2$ folgende Werthe:

für die Beobachtungsrichtung	Z^0:	$2(e_{41} m + b')$ statt des früheren	$2 e_{41} m$,
„ „ „ „	Y:	$a' - b' - e_{41} m$ „ „ „	$-e_{41} m$,
„ „ „ „	X:	$a' + b' + e_{41} m$ „ „ „	$+e_{41} m$.

Bei den in der früher (S. 40) beschriebenen Weise ausgeführten Compensator-Messungen ist demnach die ursprüngliche Einstellung des Compensators bereits von seiner Nullstellung verschieden, und zwar um eine Grösse Δ^0, die sich aus der Gleichung 33) ergiebt, wenn man darin der Grösse x in den obigen 3 Fällen den Werth $x^0 = \dfrac{2b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ bezw. $\dfrac{a' - b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ und $\dfrac{a' + b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ beilegt. Daher erhält man auch, wenn man die bei der dielektrischen Polarisation beobachtete Compensatorverstellung Δ in die Formel 33) einsetzt, nicht die wahren, durch

34a) und 34b) definirten Werthe x_1 und x_2. Man müsste vielmehr zu deren strenger Ermittelung wie folgt verfahren. Zunächst wäre Δ^0, wie S. 43 angegeben, durch Drehen des Krystalles um 90^0 um die jeweilige Beobachtungsrichtung zu bestimmen und nach 33) das entsprechende x^0 zu berechnen; dann $\Delta^0 + \Delta = \Delta'$ in die Gleichung 33) einzusetzen und diese nach x aufzulösen, endlich von dem so gefundenen Werthe $x = x'$ das der betreffenden Beobachtungsrichtung entsprechende x^0 zu subtrahiren; die so erhaltene Differenz $x' - x^0$ ist das richtige x_1, bezw. $\pm x_2$. Sofern nun aber die Gleichung 33) auch für die grössten noch in Betracht kommenden Werthe x' noch mit genügender Annäherung durch die Relation 33'): $x = c\Delta$ ersetzbar ist, kann man sich jene umständliche Rechnung ersparen und die Werthe $x' - x^0 = x_1$ bez. $\pm x_2$ nach dieser linearen Relation aus dem direct beobachteten $\Delta = \Delta' - \Delta^0$ berechnen. Dass dies thatsächlich in den vorkommenden Fällen zulässig war, werden wir später sehen. Man braucht dann also bei der Berechnung von e_{41} aus den Compensatormessungen in den oben bezeichneten Beobachtungsrichtungen die Grössen a' und b' gar nicht zu kennen, d. h. man kann dabei die anomale Doppelbrechung ganz ignoriren.

Ist zweitens die Richtung des Momentes eine der zur vorherrschenden Fläche 001 parallelen Würfelnormalen, etwa die X^0-Axe, so wird

$$B_{11} = B_{22} = \omega^{0^2} + a', \quad B_{33} = \omega^{0^2}, \quad B_{23} = e_{41}m, \quad B_{31} = 0, \quad B_{12} = b'.$$

Da hier zwei der Grössen B_{hk} von 0 verschieden sind, so fällt keine optische Symmetrieebene mehr mit einer Coordinatenebene zusammen.

Für die Beobachtungen kommt hier nur die den Kraftlinien parallele Fortpflanzungsrichtung in Betracht, und es handelt sich zunächst um die theoretische Bestimmung der zu dieser gehörigen Schwingungsrichtungen. Letztere sind die Hauptaxen der Schnittcurve des Ovaloids mit der Wellenebene. Im vorliegenden Falle ist die Gleichung des Ovaloids

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + a'(\mu^{0^2} + \nu^{0^2}) + 2e_{41}m\nu^0\pi^0 + 2b'\mu^0\nu^0,$$

und die Wellenebene ist die Y^0Z^0-Ebene, also $\mu^0 = 0$. Demnach ist die Gleichung der Schnittcurve in Polarcoordinaten, wenn das Azimuth φ von der Y^0-Axe aus gerechnet wird,

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + a'\cos^2\varphi + e_{41}m\sin 2\varphi,$$

und die Bedingung für die Maxima und Minima von ϱ lautet

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2e_{41}m}{a'}.$$

Da der Zähler dieses Ausdruckes dem Moment proportional, der Nenner dagegen constant ist, so folgt, dass die Schwingungsrichtungen ihre Lage mit der Stärke des elektrischen Feldes ändern, und zwar so, dass sie anfangs den Würfelkanten parallel sind (— denn φ wird $= 0$ oder

$= \frac{\pi}{2}$ für $m = 0$ —) und sich (— da $\varphi = \frac{\pi}{4}$ oder $\frac{3\pi}{4}$ wird für $m = \infty$ —) mit wachsender Feldstärke einer um 45^0 von der Anfangslage abweichenden Grenzlage nähern, nämlich derjenigen Lage, welche sie bei fehlender anomaler Doppelbrechung von vornherein hätten. Demnach kann es im vorliegenden Falle, wenn man bei wechselnder Feldstärke beobachtet, gar keine festen Schwingungsrichtungen geben und somit auch keine Stellungen der Nicols, für welche deutlich ausgeprägte Minima des Intensitäts- bezw. Farbenwechsels eintreten. Wenn jedoch das maximale Potentialgefälle so gross ist, dass dabei $2e_{41}m$ einen gegen a' grossen Werth und somit die Lage der Schwingungsrichtungen schon nahezu die erwähnte Grenze erreicht, so wird man relative Minima des Intensitätswechsels dennoch bei denjenigen Stellungen der Nicols beobachten, welche jener Grenzlage der Schwingungsrichtungen, also dem normalen Verhalten entsprechen. Letzteres war bei den Beobachtungen auf den Schmalseiten natürlicher Krystallplatten meist in der That sehr nahe der Fall, wie man im nächsten § sehen wird; der Grund dafür liegt also in der Schwäche der anomalen Doppelbrechung und der Grösse der angewandten Feldintensität.

Die Differenz $\omega_1^2 - \omega_2^2$ ergiebt sich für die Richtung X^0 gleich $\sqrt{a'^2 + 4e_{41}^2 m^2}$; somit würde hier die in Gleichung 33) vorkommende Grösse x nicht proportional mit dem Momente m sein. Da ausserdem die Schwingungsrichtungen sich mit m verändern und daher dem Compensator je nach der Feldstärke eine verschiedene Lage gegen den Krystall gegeben werden müsste, damit die Formel 33) noch gültig wäre, so ist es überhaupt unthunlich, bei Elektrisirung parallel X^0 oder Y^0 Compensatormessungen auszuführen.

Wir haben sodann die Fälle zu betrachten, dass die Kraftlinien die Richtung einer in der vorherrschenden Würfelfläche liegenden Dodekaëdernormale (X oder Y nach der Bezeichnung S. 44) besitzen und parallel der anderen (Y oder X) beobachtet wird.

Sind die Kraftlinien parallel Y (Halbirungslinie des Winkels $(+X^0, +Y^0)$, so wird $a = b = m\sqrt{\tfrac{1}{2}}$, also

$$B_{11} = B_{22} = \omega^{0^2} + a', \quad B_{33} = \omega^{0^2},$$
$$B_{23} = B_{31} = e_{41} m \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \quad B_{12} = b'.$$

Auch hier fällt also keine der optischen Symmetrieaxen mit einer Coordinatenaxe zusammen, und ihre Lage variirt mit m. Ein Schnitt durch das Ovaloid senkrecht zu X hat die Gleichung

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + \frac{a'+b'}{2}(1 - \cos 2\psi) + e_{41} m \sin 2\psi,$$

falls das Azimuth ψ von der Z^0-Axe gegen die Y-Axe hin gerechnet wird. Die Schwingungsrichtungen für die Fortpflanzungsrichtung X bestimmen sich demnach durch

$$\operatorname{tg} 2\psi = -\frac{2e_{41}m}{a'+b'}.$$

Der Winkel ψ durchläuft hiernach die Werthe von 90° bis 45° (oder 0° bis —45°), wenn m von 0 bis ∞ wächst; der Grenzwerth $\psi = \pm 45^0$ entspricht wieder derjenigen Lage der Schwingungsrichtungen, welche dieselben ohne die anomale Doppelbrechung für jeden Werth m haben würden (vergl. I b, S. 34), und welche man also bei starkem elektrischen Felde und schwacher ursprünglicher Doppelbrechung noch nahezu beobachten wird.

Ist die Richtung der Kraftlinien die X-Axe, so wird $B_{23} = e_{41} m \sqrt{\frac{1}{2}}$, $B_{31} = -e_{41} m \sqrt{\frac{1}{2}}$, und die Gleichung des zur Beobachtungsrichtung Y senkrechten Ovaloidschnittes $\varrho^2 = \omega^{0^2} + \frac{a'-b'}{2}(1-\cos 2\psi) + e_{41} m \sin 2\psi$; der einzige Unterschied gegen den vorhergehenden Fall ist also der, dass $a'-b'$ an Stelle von $a'+b'$ steht.

Zu Compensatormessungen sind diese beiden Fälle aus denselben Gründen ungeeignet, welche oben für den Fall der Elektrisirung und Beobachtung parallel X^0 angeführt wurden.

Für eine Platte, die aus einer Ecke eines natürlichen Krystalls so herausgeschnitten ist, dass ihre Breitseiten einer Octaëderfläche parallel sind, und welche senkrecht zu letzterer dielektrisch polarisirt wird, ergiebt sich bei der in 36) enthaltenen Annahme über die ursprüngliche Doppelbrechung, dass die Schwingungsrichtungen nur noch für diejenige zu den Kraftlinien senkrechte Beobachtungsrichtung, welche zugleich senkrecht ist zur Schnittkante der Octaëderfläche mit der vorherrschenden Würfelfläche 001 des Krystalles, die früher bestimmte Lage, nämlich parallel und senkrecht zu den Kraftlinien, für jede Feldstärke besitzen. Demnach müssen auch Compensatorbeobachtungen, welche in der früheren Weise die durch 35) bestimmte Grösse x_3 liefern sollen, in der soeben definirten Beobachtungsrichtung ausgeführt werden. Bei der Octaëderplatte, welche später zu diesem Zweck wirklich zur Verwendung kam, schien jedoch die bisher gemachte Annahme über die anomale Doppelbrechung, — dass sie als von Spannungen parallel den Diagonalen der Fläche 001 herrührend angesehen werden könne — nicht genau erfüllt zu sein, da bei Beobachtung senkrecht zur Kante 001:111 die ursprünglichen Schwingungsrichtungen etwas von den zu 111 parallelen und senkrechten Richtungen abwichen. Ueberhaupt waren bei den besonders grossen Krystallen (— und aus einem solchen war jene Platte geschnitten —) die optischen Anomalien zum Theil unregelmässiger, als sie oben beschrieben wurden.

Als allgemeines Resultat geht aus den vorstehenden Betrachtungen hervor, dass die Bestimmung der Schwingungsrichtungen und die Compensatorbeobachtungen in allen denjenigen Fällen nicht durch die ursprüngliche, anomale Doppelbrechung beeinflusst werden, wo die der letzteren entsprechenden Schwingungsrichtungen bereits dieselbe Lage haben, welche sie in Folge der künstlich hervorgebrachten Doppelbrechung allein einnehmen würden.

Dies ist auch bei den Beobachtungen, die zur Ermittelung der piëzooptischen Constanten dienen sollen, zu berücksichtigen. Beispielsweise kann man dazu Compensatorbeobachtungen in der Richtung Z^0 oder Y^0 an einer parallel X^0 comprimirten natürlichen Würfelplatte nicht verwenden, wohl aber solche Beobachtungen in der Richtung Z^0 an einer parallel einer der Dodekaëdernormalen X oder Y comprimirten Platte, weil dabei die Schwingungsrichtungen schon zu Anfang parallel und senkrecht zur Druckrichtung sind.

§ 3. **Elektrooptische Beobachtungen.**

a. Die untersuchten Krystallplatten.

Die Natriumchlorat-Krystalle, welche zur Untersuchung gelangten, waren theils von mir selbst im mineralogischen Institut zu Göttingen gezüchtet, theils von Herrn Goldbach in Kehl bezogen. Sie waren grösstentheils nur von Würfelflächen begrenzt und als mehr oder weniger dicke quadratische Tafeln ausgebildet, wobei oft die eine Breitseite (die Auflagerungsfläche) in der Mitte trichterförmig vertieft war. Die grössten, von Hrn. Goldbach stammenden Krystalle, deren Kanten bis zu 2½ cm lang waren, enthielten einen zu Beginn des Wachsthums gebildeten, der Mitte der einen Breitseite anliegenden, einschlussreichen Kern, und waren daher nicht in ihrer ganzen Ausdehnung verwendbar. Unter den selbstgezüchteten befanden sich aber einige ganz klare tafelförmige Krystalle mit glatten Flächen, welche ohne weitere Bearbeitung benutzt werden konnten; hierher gehört insbesondere die zu einem Theil der Compensatormessungen verwandte, später schlechthin als „Würfelplatte" bezeichnete Krystallplatte, deren Dicke ($\parallel Z^0$) 3,77 mm betrug und deren längere Kanten 12,0 bezw. 11,35 mm maassen, und welche nur mässig starke, gegen die Ränder hin abnehmende anomale Doppelbrechung zeigte.

Zum Zwecke der Beobachtungen in der Richtung von Dodekaëdernormalen war aus dem oberen, klaren Theile eines der grossen Krystalle eine Platte so geschnitten, dass ihre Breitseiten parallel der vorherrschenden Würfelfläche (001) des Krystalles, also senkrecht zur Z^0-Axe nach der Festsetzung in § 2d, waren, und dass die schmalen Seitenflächen von den zu 001 senkrechten Dodekaëderflächen (110 und $1\bar{1}0$) gebildet wurden, somit unter 45° gegen die langen Kanten des ursprünglichen Krystalles (die X^0 und Y^0-Axe) geneigt waren. Diese Platte, welche in erster Linie zu allen absoluten Messungen diente, soll einfach als „Dodekaëderplatte" bezeichnet werden. Die ursprüngliche Doppelbrechung war ziemlich stark, aber nahezu gleichmässig auf der ganzen Ausdehnung der Breitseiten (weil die Platte aus dem Innern des grossen Krystalles geschnitten war) und entsprach gut der in § 2d gemachten Annahme. Die Dicke der Platte betrug 3,48 mm, die Länge ihrer Schmalseiten anfangs 15,2 und 15,6 mm, später, nachdem sie zum Zwecke der piëzoelektrischen Beobachtungen neu abgeschliffen waren, 13,55 und 15,2 mm. Schliesslich war noch aus der Ecke eines grossen Krystalles eine Platte so geschnitten, dass ihre Breitseiten nahezu die Orien-

tirung einer Octaëderfläche (111) besassen. Zwei der Schmalseiten dieser „Octaëderplatte" waren parallel zu der Schnittkante der Flächen 111 und 001 angeschliffen, damit man, wie in § 2d begründet wurde, senkrecht zu dieser Kante beobachten konnte; die breiten Flächen der Platte hatten dementsprechend die Form eines Paralleltrapezes, dessen Höhe etwa 6,3 mm betrug. Die Dicke der Platte war = 2,55 mm. Wegen dieser kleinen Dimensionen und der dadurch bedingten Krümmung der Schmalseiten gestattete diese Platte keine genauen Messungen. Ausserdem schien sie aus zwei Theilen von verschiedener anomaler Doppelbrechung zu bestehen, die in einer zur Höhenlinie des Trapezes parallelen Dodekaëderfläche zusammenstiessen. —

Die Präparate mussten wegen ihrer grossen Hygroskopicität, die auch bei ihrer vom Herrn Mechaniker Brunnée in Göttingen ausgeführten Herstellung besondere Schwierigkeiten verursacht hatte, stets in einem Exsiccator aufbewahrt werden.

b. Beobachtungen der Schwingungsrichtungen.

Experimentelle Anordnung. Als Polarisator und Analysator dienten, wie bei den übrigen elektrooptischen Beobachtungen, zwei grosse Nicol'sche Prismen, welche mit Theilkreisen verbunden waren, an denen ihre Drehung bis auf $\frac{1}{10}^0$ abgelesen werden konnte. Sie waren auf Stativen von regulirbarer Höhe so aufgestellt, dass ihre Drehungsaxen möglichst in eine und dieselbe, der Beobachtungsrichtung parallele horizontale Gerade fielen. Zwischen den Nicols wurde, in gleicher Höhe mit deren Mitte und etwa in deutlicher Sehweite vom Beobachter, die Krystallplatte zwischen den zur Herstellung des elektrischen Feldes dienenden Conductorplatten aufgestellt. Diese letzteren mussten in den Fällen, wo in der Richtung der elektrischen Kraftlinien beobachtet werden sollte, durchsichtig sein. Sie wurden daher anfangs hergestellt durch frische Gelatineschichten, deren jede zwischen einer kleineren und einer grösseren Glasplatte lag, also durch letztere ringsum isolirt war und durch einen mit dem einen Ende zwischen die Glasplatten hineingeschobenen Stanniolstreifen entweder mit der Erde oder mit einem Pol der Influenzmaschine verbunden werden konnte. Diese Platten wurden vermittelst Holzklötzen senkrecht zur Beobachtungsrichtung in solchem gegenseitigen Abstande aufgestellt, dass der gerade zu untersuchende Krystall, von kleinen Glasstücken gehalten, eben dazwischen passte. Später wurden als durchsichtige Conductorplatten mit Wasser gefüllte schmale Glaströge benutzt, welche an den Breitseiten eines ähnlichen, nur breiteren und höheren Glastroges angekittet, also auch isolirt waren. In dem mittleren Trog wurde auf einem Glasklotz die zu untersuchende Krystallplatte so aufgestellt, dass sie sich etwa zwischen den Mitten der seitlichen Tröge befand. Es wurden verschiedene solche dreifache Glaströge benutzt: kleinere mit 4,1 bezw. 4,63 mm lichter Weite des Mitteltroges zu Beobachtungen an dünneren Platten in der Richtung Z^0, und ein grösserer, dessen Mitteltrog innen 16,2 mm Weite besass, für die Untersuchung dickerer Krystalle, sowie für solche Fälle, wo die Platte mit ihren längeren Kanten parallel den Kraftlinien gestellt werden sollte. Die

Seitentröge besassen immer etwa 5 mm Weite. Sowohl die breiten Seitenflächen aller Tröge, als die schmalen des Mitteltroges wurden von Spiegelglasplatten gebildet, so dass man nicht nur parallel den Kraftlinien, sondern auch senkrecht zu denselben (also parallel den Breitseiten der Tröge) durch den Krystall hindurchsehen konnte. Der mittlere Trog wurde meist mit Benzol gefüllt, welches stets mittelst Natriumstückchen wasserfrei gehalten wurde. Das Eintauchen des Krystalles in Benzol sollte einerseits die Bildung einer leitenden Feuchtigkeitsschicht auf der Oberfläche des Krystalles, die das elektrische Feld in seinem Inneren mehr oder weniger geschwächt hätte, verhindern, andererseits die Störung der Lichtstrahlen durch die Unebenheiten und Krümmung der Krystalloberfläche abschwächen. Ausserdem wird durch die Gegenwart des Benzols in denjenigen Fällen, wo der Krystall die Weite des Troges nicht ganz ausfüllt, an und für sich schon das Potentialgefälle innerhalb des Krystalles verstärkt, wie die Formel 12a in § 3*b* des I. Theiles erkennen lässt.

Wenn senkrecht zu den Kraftlinien beobachtet werden sollte, konnten natürlich auch undurchsichtige, also metallene Conductorplatten angewendet werden, z. B. Stanniolbelegungen auf Glimmerplatten. Dieselben wurden dann mit der dazwischen liegenden Krystallplatte in horizontaler Lage auf Holzklötzen in geeigneter Höhe zwischen die Nicols gebracht. —

Bei den Beobachtungen zur Bestimmung der Schwingungsrichtungen wurde immer die eine Conductorplatte bezw. die Flüssigkeit in dem einen Seitentroge mit der Gasleitung, die andere mit dem einen Pol der Holtz'schen Maschine durch Drähte verbunden, und die Maschine bei geeignetem Abstand ihrer Elektroden ganz langsam gedreht; bei jeder Funkenentladung fand dann ein plötzlicher Abfall der Potentialdifferenz der Conductorplatten und eine entsprechende plötzliche Aenderung der Doppelbrechung des Krystalles statt. Diese im Moment der Entladung eintretende plötzliche Aenderung zu beobachten ist zweckmässig einmal, weil sie am leichtesten wahrnehmbar ist, dann aber auch, weil sie selbst bei Vorhandensein einer schlecht leitenden Oberflächenschicht noch merklich ist.

Um zunächst die Ablesungen an den Theilkreisen der Nicols auf eine feste Richtung im Krystall beziehen zu können, wurde meist so verfahren, dass die lange Diagonale (also die Polarisationsebene) des Polarisators einer Kante der Krystallplatte parallel gestellt und dann der Analysator so gedreht wurde, dass das Gesichtsfeld neben der Platte völlig dunkel erschien. Bisweilen wurde die Orientirung der Nicols in Bezug auf die Oberseite der Krystallplatte auch dadurch ermittelt, dass sie auf Auslöschung eines auf die letztere quer zur Beobachtungsrichtung gelegten kleinen Beryllprismas eingestellt wurden. Die Einstellung war in beiden Fällen mindestens bis auf 1° sicher, was vollständig genügte, da die Stellungen für die Minima des Intensitäts- bezw. Farbenwechsels bei den Entladungen der Conductorplatten nur bis auf 1 bis 2° bestimmt werden konnten. Diese Minima wurden durch successives Drehen beider Nicols aufgesucht und zwar, wie früher erwähnt, für die empfindliche blauviolette Farbe der Platte; als Lichtquelle diente dabei ein Argandbrenner.

Resultate. Entsprechend der theoretischen Entwicklung in § 2*b* werden nachstehend mit i' und ψ' bezeichnet die Azimuthe des Polarisators und Analysators, für welche der Farbenwechsel der Platte möglichst gering war, und zwar werden beide Winkel von einer Kante der Krystallplatte (meist der vertikalen) an gerechnet. Es giebt natürlich 4 um je 90° verschiedene solche Stellungen des Polarisators und zu jeder derselben wieder 2 um 180° verschiedene des Analysators. Wo diese verschiedenen Stellungen beobachtet worden sind, sind sie aber der Uebersichtlichkeit halber in den nachstehenden Tabellen immer auf eine von ihnen reducirt, indem von den beiden direct abgelesenen Winkeln i' und ψ' zugleich 90° oder 180° oder 270° subtrahirt wurden. Jede einzelne Stellung wurde als Mittelwerth aus 3 bis 4 Einstellungen bestimmt.

In der dritten Columne ist der aus i' und ψ' nach der Formel 32″) berechnete Winkel φ angegeben, d. i. das gesuchte Azimuth einer der Schwingungsrichtungen, bezogen auf dieselbe Krystallkante wie i' und ψ', welches natürlich auch nur bis auf $\pm 90^0$ bestimmt ist, also um diesen Betrag beliebig geändert werden konnte, je nachdem es gerade bequem war. Der Werth von φ ist jedesmal in zwei Theile zerlegt, von denen der erste, fett gedruckte denjenigen Werth angiebt, welchen φ nach der in § 2*a* entwickelten Theorie haben müsste, so dass also der zweite Theil die Abweichung der beobachteten von der theoretischen Lage der Schwingungsrichtungen bedeutet. Die vierte und fünfte Columne enthalten die durch $\psi' - i' \mp 90^0$ gegebene Drehung $\frac{1}{2} L\delta^0$ der Krystallplatte für diejenige Lichtsorte, für welche das Minimum des Intensitätswechsels bestimmt wurde, sowie die daraus berechnete specifische Drehung $\frac{1}{2}\delta^0$ (immer positiv gerechnet als Linksdrehung); dieselbe ist nur angegeben, um zu zeigen, in welchen Grenzen etwa die an sich belanglose Auswahl der empfindlichen Färbung variirte. (Man vergleiche die S. 30 angeführten Werthe von $\frac{1}{2}\delta^0$ für verschiedene Farben). Vor jeder Beobachtungsreihe ist die Fläche des Krystalles, welche zur Beobachtungsrichtung senkrecht stand, sowie die parallel der letzteren gerechnete Dicke L desselben in mm angegeben. —

A. Kraftlinien- und Beobachtungsrichtung eine Würfelnormale.

	i'	ψ'	φ	$\frac{1}{2} L\delta^0$	$\frac{1}{2}\delta^0$
Würfelplatte I. Breitseite, $L = 3{,}77$	$-50^0 20'$	$+50^0$	**45°** $-0^0 10'$	$+10^0 20'$	$+2{,}75^0$
Erste Schmalseite, $L = 12{,}0$	$+23^0 48'$	$-28^0 30'$	**45°** $-2^0 21'$	$+38^0 20'$	$+3{,}19^0$
	$24^0 18'$	$27^0 6'$	$-1^0 24'$		
	$24^0 54'$	$26^0 12'$	$-0^0 39'$		
	$24^0 42'$	$27^0 12'$	$-1^0 15'$		
	$+24^0 25'$	$-27^0 15'$	$-1^0 25'$		
Zweite Schmalseite, $L = 11{,}35$	$+26^0 12'$	$-27^0 30'$	**45°** $-0^0 39'$	$+36^0 10'$	$+3{,}17^0$
	$27^0 24'$	$26^0 24'$	$+0^0 30'$		
	$27^0 18'$	$26^0 24'$	$+0^0 27'$		
	$27^0 18'$	$26^0 48'$	$+0^0 12'$		
	$+27^0 3'$	$-26^0 47'$	$+0^0 8'$		

	i'	ψ'	φ	$\frac{1}{2} L\delta^0$	$\frac{1}{2}\delta^0$
Würfelplatte II.					
Breitseite, $L = 5{,}2$	+ 38° 20′	− 36° 15′	45° + *1° 3′*	+ 15° 25′	+ 2,96°
Würfelplatte III.					
Breitseite, $L = 5{,}0$	+ 52° 35′	− 50° 40′	45° + *58′*	− 13° 15′	− 2,83°
1te Schmalseite, $L = 14{,}0$	+ 67° 1′	+ 111° 36′	45° − *42′*	− 45° 25′	− 3,24°
2te „ $L = 13{,}7$	+ 65° 40′	+ 115° 39′	45° + *40′*	− 40° 1′	− 2,92°
Würfelplatte IV.					
Breitseite, $L = 5{,}8$	+ 52° 45′	− 55° 25′	45° − *1° 20′*	− 18° 10′	− 3,13°
Schmalseite, $L = 17{,}5$	− 18° 42′	+ 15° 38′	45° − *1° 32′*	− 55° 40′	− 3,18°
Würfelplatte V.					
	− 12° 35′	+ 14° 45′	45° + 1° 5′		
1te Schmalseite, $L = 18{,}0$	12° 15′	14° 25′	+ 1° 5′	− 62° 22′	− 3,46°
	14° 35′	13° 21′	− 0° 37′		
	13° 47′	14° 49′	+ 0° 31′		
	− 13° 18′	+ 14° 20′	45° + *31′*		
	− 16° 59′	+ 15° 10′	45° − 0° 55′		
2te Schmalseite, $L = 17{,}2$	15° 50′	15° 15′	− 0° 18′	− 58° 16′	− 3,35°
	16° 28′	15° 6′	− 0° 41′		
	16° 46′	15° 22′	− 0° 42′		
	− 16° 31′	+ 15° 13′	− *0° 39′*		
Würfelplatte VI.					
	− 26° 48′	+ 32° 18′	45° + 2° 45′		
Breitseite, $L = 10$	27° 42′	32° 6′	+ 2° 12′	− 30° 11′	− 3,02°
	28° 18′	31° 42′	+ 1° 42′		
	28° 48′	31° 36′	+ 1° 24′		
	− 27° 54′	+ 31° 55′	+ *2° 1′*		
Desgl., entgegengesetzt	− 28° 12′	+ 31° 54′	45° + 1° 49′		
elektrisirt.	28° 30′	31° 18′	+ 1° 24′	− 30° 3′	− 3,01°
	− 28° 21′	+ 31° 36′	+ *1° 37′*		

Die Abweichung des beobachteten Werthes φ von dem theoretischen (45°) beträgt also im Maximum 2°, meist viel weniger, welche Uebereinstimmung in Anbetracht der 1 bis 2° erreichenden Beobachtungsfehler ganz befriedigend ist.

Ebenso fand sich die Forderung der Theorie, dass bei dielektrischer Polarisation parallel einer Würfelnormale die optischen Axen in die beiden anderen Würfelnormalen fallen sollen, insofern bestätigt, als an den Würfelplatten auf den zu den Kraftlinien parallelen Würfelflächen keine Spur von elektrooptischer Wirkung wahrzunehmen war, während gleichzeitig die Wirkung in der Richtung der Kraftlinien sehr deutlich war.

Zwei Beobachtungsreihen auf der Breitseite der „Dodekaëderplatte“ ergaben:

	i'	ψ'	φ	$\frac{1}{2} L\delta^0$	$\frac{1}{2}\delta^0$
1. Stellung.	95° 27′	−5° 24′	0° + 1,5′		
	96° 6′	−5° 34′	+ 16′		
	96° 0′	−5° 28′	+ 16′		
	95° 16′	−5° 4′	+ 6′		
	95° 42′	−5° 22′	+ *10′*	−11° 4′	−3,18°
2. Stellung.	95° 30′	−5° 55′	0° − 12,5′		
	95° 6′	−6° 32′	−43′		
	94° 37′	−6° 43′	−1° 3′		
	95° 0′	−5° 38′	−19′		
	95° 3′	−6° 12′	− *34½′*	−11° 15′	−3,24°

Hier müssen, falls die Schmalseiten der Platte genau orientirt sind, die Schwingungsrichtungen mit den Plattenkanten zusammenfallen, entsprechend $\varphi = 0$; in der That ergab sich, wie vorstehende Tabelle zeigt, φ nur $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}^0$ von 0 verschieden.

B. Kraftlinien parallel der Z^0-Axe, Beobachtungsrichtung eine dazu senkrechte Dodekaëdernormale (X oder Y).

Beobachtungen auf den Schmalseiten der Dodekaëderplatte, die sich im kleineren Glastrog oder zwischen Metallplatten in einem elektrischen Felde mit zu ihren Breitseiten normalen Kraftlinien befand, ergaben folgende Resultate.

	i'	ψ'	φ
1te Schmalseite.	+ 25° 32′	−116° 34′	0° − 31′
	25° 46′	116° 42′	−28′
	26° 56′	115° 16′	+ 50′
	25° 38′	116° 52′	−37′
	+ 25° 58′	−116° 21′	− *12′*
2te Schmalseite.	+ 24° 57′	−115° 31′	0° − 17′
	25° 59′	114° 1′	+ 59′
	26° 0′	114° 19′	+ 50′
	26° 33′	115° 1′	+ 46′
	+ 25° 52′	−114° 43′	+ *35′*

Spätere Beobachtungen ergaben ebenfalls befriedigende Uebereinstimmung mit der Theorie, welche zufolge Ia in § 2*a* hier den Werth $\varphi = 0$ verlangt; es wurde nämlich im Mittel gefunden

auf den längeren Schmalseiten $\varphi = +1^0\,18'$, ($\frac{1}{2}L\delta^0 = 43^0$, $\frac{1}{2}\delta^0 = 3{,}17^0$),
„ „ kürzeren „ $\varphi = +18'$, ($\frac{1}{2}L\delta^0 = 48^0 48'$, $\frac{1}{2}\delta^0 = 3{,}21^0$).

C. Kraftlinien parallel X, Beobachtungsrichtung Y, oder umgekehrt.

Die Dodekaëderplatte wurde so in den grossen Trog gebracht, dass die einen längeren Kanten den Kraftlinien des elektrischen Feldes, d. i. der Normale der breiten Seitenwände des Troges, parallel waren, während man parallel den anderen durch die schmalen Seitenwände des Troges hindurchsehen konnte. Die Azimuthe wurden auf die quer zur Beobachtungsrichtung liegende kurze Kante der Platte, d. i. Z^0 bezogen, mit welcher die Schwingungsrichtungen theoretisch Winkel von 45^0 bilden müssen, wie in Ib, S. 34, § 2a gezeigt worden ist. Die Beobachtungsresultate sind folgende:

Beobachtungsrichtung	i'	ψ'	φ
parallel den kürzeren Kanten;	$-21^0\,12'$	$+24^0\,30'$	$45^0+1^0\,39'$
	$22^0\;\;0'$	$23^0\,42'$	$+0^0\,49'$
	$22^0\,12'$	$24^0\,24'$	$+1^0\;\;6'$
	$23^0\,54'$	$23^0\,48'$	$-0^0\;\;3'$
	$-22^0\,20'$	$+24^0\;\;6'$	$+53'$
parallel den längeren Kanten;	$-18^0\;\;0'$	$+23^0\,18'$	$45^0+2^0\,39'$
	$18^0\,18'$	$22^0\,54'$	$2^0\,18'$
	$19^0\,54'$	$21^0\,30'$	$0^0\,48'$
	$20^0\,48'$	$21^0\,36'$	$0^0\,24'$
	$-19^0\,15'$	$+22^0\,20'$	$+1^0\,33'$
desgl. bei entgegengesetzter Elektrisirung.	$-19^0\,18'$	$+22^0\;\;0'$	$45^0+1^0\,21'$
	$20^0\,18'$	$21^0\,48'$	$+0^0\,45'$
	$19^0\,36'$	$21^0\,12'$	$+0^0\,48'$
	$20^0\,24'$	$21^0\,30'$	$+0^0\,33'$
	$-19^0\,54'$	$+21^0\,38'$	$+0^0\,52'$

Die Uebereinstimmung mit der Theorie ist also auch hier recht gut, obgleich möglicherweise die ursprüngliche Doppelbrechung hätte stören können. Der Einfluss der letzteren zeigte sich darin, dass die Stellungen der Nicols, für welche das Maximum der Wirkung eintrat, etwas unsymmetrisch zwischen den Minimum-Stellungen lagen und sich dementsprechend bei Umkehrung des Elektrisirungssinnes verschoben.

Der in § 2a entwickelten Theorie zufolge müssen im vorliegenden Fall die optischen Axen parallel den Kraftlinien und der Plattennormale Z^0 sein, und in der That war bei Beobachtung in diesen beiden Richtungen keinerlei optische Wirkung des wechselnden elektrischen Feldes wahrzunehmen, wie man auch die Nicols stellen mochte.

D. Kraftlinien parallel einer Octaëdernormale, Beobachtungsrichtung senkrecht dazu und zur Kante 111 : 001.

Die unter *a*) dieses § beschriebene Octaëderplatte wurde zwischen zwei Metallplatten einem elektrischen Felde mit zu ihren Breitseiten senkrechten Kraftlinien ausgesetzt, und dabei der Farbenwechsel auf den beiden einander parallelen Schmalseiten beobachtet. Dann muss der Theorie in § 2*a* (S. 36) und § 2*d* (S. 47) gemäss das auf die Plattennormale bezogene Azimuth $\varphi = 0$ sein.

Beobachtet wurde:

	i'	ψ'	φ
	$+7^0 24'$	$+78^0 18'$	$0^0 - 2^0\ 9'$
	$6^0 42'$	$79^0\ 0'$	$-2^0\ 9'$
	$8^0 24'$	$79^0\ 0'$	$-1^0 18'$
	$8^0 36'$	$78^0 24'$	$-1^0 30'$
Bei entgegengesetzter Elektrisirung.	$7^0 36'$	$77^0 54'$	$-2^0 15'$
	$7^0 48'$	$78^0 12'$	$-2^0\ 0'$
	$7^0 45'$	$78^0 28'$	$-1^0 54'$

Eine andere Beobachtungsreihe ergab im Mittel $\varphi = -2^0 30'$.

Dass hier die Uebereinstimmung nicht ganz so gut ist, wie in den früheren Fällen, liegt wohl theils an der ungenaueren Einstellung infolge der kleinen Dimensionen, theils an der bereits erwähnten Abweichung der anomalen Doppelbrechung von dem in § 2*d* vorausgesetzten Verhalten.

In Uebereinstimmung mit der Theorie, nach welcher die Platte optisch einaxig mit zur Breitseite senkrechter optischer Axe werden muss (sofern man von den Anomalien absieht, was hier zulässig ist), wurde keine Farbenänderung beobachtet, wenn man die Platte in dem schmalen Trog mit der Breitseite senkrecht zu den Kraftlinien aufstellte und parallel den letzteren hindurchsah.

c. Beobachtungen des Gangunterschiedes.

Nachdem die im vorhergehenden Abschnitte besprochenen Beobachtungen gezeigt hatten, dass die Lage der Schwingungsrichtungen, d. h. der Hauptaxen der Schwingungsellipsen, der Theorie bis auf kaum über die Grenze der Beobachtungsfehler hinausgehende Abweichungen entsprach, konnten Messungen der Gangunterschiede für Natriumlicht mittelst des Compensators auf Grund der in § 2*c* durchgeführten Rechnung ausgeführt werden, indem der Compensator und die Nicols in die dort (S. 40) vorausgesetzte Orientirung in Bezug auf die theoretischen Schwingungsrichtungen gebracht wurden. Um aber sicher zu sein, dass die aus der Gleichung 33) berechnete Grösse x wirklich die Bedeutung von $\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ hatte, musste ich mich bei den Compensatorbeobachtungen

auf solche Fälle beschränken, in denen zufolge den in § 2*d* angestellten Ueberlegungen die ursprünglich vorhandene anomale Doppelbrechung auch bei sehr schwacher elektrooptischer Wirkung vollständig ignorirt werden kann. Es sind dies folgende Fälle: 1. Beobachtungsrichtung und Richtung der Kraftlinien senkrecht zur Breitseite der Würfel- oder der Dodekaëderplatte (also parallel Z^0); 2. Beobachtungsrichtung senkrecht zu den Schmalseiten der Dodekaëderplatte, Kraftlinien wie zuvor; 3. Beobachtung an der Octaëderplatte unter gleichen Umständen, wie bei der Bestimmung der Schwingungsrichtungen.

Die verlangte Orientirung der Nicols und Compensatorhauptschnitte wurde in der Weise hergestellt, dass zunächst die lange Diagonale des Polarisators unter demjenigen Winkel gegen eine Krystallkante eingestellt wurde, welchen die Halbirungslinie des Winkels zwischen den theoretischen Schwingungsrichtungen mit der betreffenden Kante bildete, dann der Compensator um seine horizontale Axe (cf. Theil I, § 3*a*) zunächst bis zum Verschwinden der Streifen, welches bei Coincidenz seines einen Hauptschnittes mit dem des Polarisators eintritt, und darauf aus dieser Stellung um weitere 45° gedreht, und endlich der Analysator so gestellt wurde, dass der Compensatorstreifen möglichst scharf erschien. Dann sind die Bedingungen erfüllt, welche der in § 2*c* angegebenen Berechnung zu Grunde liegen. Das Nähere über die Ausführung der Compensator-Beobachtungen selbst ist dort bereits gesagt worden.

Bei den unter 1) und einem Theil der unter 2) erwähnten Beobachtungen war die Krystallplatte in einem der früher beschriebenen Glaströge (demjenigen von der lichten Weite 4,63 mm) aufgestellt und zwar meist in Benzol eingetaucht, sowohl um oberflächliche Leitung möglichst zu verhindern, als auch um die Schärfe des durch die Platte hindurch gesehenen Compensatorstreifens zu verbessern. In diesen Fällen bedarf man, um aus dem Ladungspotential V der mit der Influenzmaschine und Batterie verbundenen Wasserfüllung des einen Seitentroges das Potentialgefälle $\frac{\partial V}{\partial n}$ im Innern der Krystallplatte nach der Formel 12a) berechnen zu können, der Kenntniss der Dielektricitätsconstanten des Natriumchlorates (K), des die Trogwände bildenden Glases (K_1) und des Benzols (K_2). Für die letztere kann mit hinreichender Sicherheit der Werth 2,3 angenommen werden; dagegen waren K und K_1 unbekannt und hätten auch für statische Ladungen nicht leicht zuverlässig bestimmt werden können. Für das $NaClO_3$ ergab eine von Herrn Prof. Nernst freundlichst ausgeführte vergleichende Messung nach der von demselben in den Nachr. der Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1893, 762—72, beschriebenen Methode einen Werth der Dielektricitätsconstante, der das $2\frac{1}{2}$fache von demjenigen für Hartgummi war, wonach K etwa $= 6$ zu setzen wäre. Für das Glas mag der Werth $K_1 = 7{,}5$ angenommen werden nach Bestimmungen verschiedener Beobachter für statische Ladungen. Immerhin können diese Annahmen nur zu einer rohen Schätzung des Nenners in dem Ausdruck 12a) dienen, und es können demnach die im Glastrog angestellten Compensatormessungen nur unter einander verglichen, nicht aber

zur Berechnung des absoluten Werthes der Constante e_{41} verwendet werden. Hierzu sind nur die Messungen auf den Schmalseiten der Dodekaëderplatte brauchbar, bei denen diese direct zwischen zwei auf bestimmte Potentialdifferenz geladenen Metallplatten lag. Dass die Conductorplatten dem Krystall direct anliegen und nicht durch Schichten eines anderen Dielektricums, wie etwa Glimmer, von ihm getrennt sind, ist für die absolute Berechnung des Potentialgefälles in dem Krystall auch deshalb wünschenswerth, weil nur in diesem Fall eine leitende Oberflächenschicht des letzteren unschädlich ist (abgesehen von der etwa durch sie verursachten schnelleren Abnahme der Potentialdifferenz). Sind nämlich zwischen der Krystallplatte und den Conductorplatten Schichten eines anderen Dielektricums vorhanden, so bildet sich auf der Oberfläche des Krystalls, falls sie etwas leitet, eine inducirte elektrische Belegung, welche das Potentialgefälle in seinem Inneren schwächt. Umgekehrt findet eine Verstärkung des Potentialgefälles statt, wenn jene Zwischenschichten noch bessere Leitungsfähigkeit besitzen, als der Krystall. Letzteres war vermuthlich bei den Glaswänden der Tröge der Fall, wenn sich die Krystallplatte in Benzol befand; dann war nämlich die oberflächliche Leitungsfähigkeit der letzteren offenbar verschwindend gering, da die durch eine bestimmte Potentialdifferenz der Seitentröge hervorgerufene Doppelbrechung kaum eine merkliche Abnahme zeigte, wenn man die Potentialdifferenz längere Zeit hindurch constant erhielt.

Damit das Potential bei jedem einzelnen Versuch während der Zeit, welche die Compensatoreinstellung erforderte, möglichst constant blieb, war die zu ladende Conductorplatte mit mehreren grossen Leydener Flaschen verbunden. Hierdurch war in der That eine sehr gute Constanz des Potentials erreicht, selbst wenn die Conductorplatten dem Krystall direct anlagen; freilich wurden diese Beobachtungen auch zu einer Zeit ausgeführt, wo die Luftfeuchtigkeit sehr gering war.

Die Messung des Ladungspotentials geschah bei einigen Versuchsreihen mit Hülfe der Maassflasche in der Weise, dass die Compensatoreinstellung unmittelbar vor der bei einer bestimmten Schlagweite erfolgenden Entladung beobachtet wurde. Später wurde aber immer das in § 3 des I. Theiles beschriebene Bifilar-Elektrometer benutzt, welches durch langsame Vermehrung der Ladung oder Ableitung mittelst eines Holzstabes leicht auf einen bestimmten, dem gerade gewünschten Potential entsprechenden Ausschlag eingestellt werden konnte. Nach jeder Beobachtung wurde die Batterie entladen und die Nullstellung des Elektrometers und Compensators neu bestimmt; wenn die letztere sich ein wenig (um einige Hundertstel Umdrehung) geändert hatte, wurde das Mittel aus dem vor und nach der Ladung gefundenen Werthe in Rechnung gezogen. —

A. Kraftlinien und Beobachtungsrichtung parallel der Würfelnormale Z^0.

1. Beobachtungen auf der Breitseite der Würfelplatte.

Die Compensatorhauptschnitte mussten hier parallel den Diagonalen der Platte gestellt werden. – Aus der Dicke $L = 3{,}77$ mm folgt für Natriumlicht $L\delta^0 = 23^0 47'$, und bei Einsetzung dieses Werthes ergiebt die Formel 33)

für $x =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$-\Delta =$	0,152	0,305	0,458	0,611	0,7465	0,916	1,069	1,220.

Nun betrug die Verschiebung $2\Delta^0$, welche man infolge der ursprünglichen Doppelbrechung bei Drehung der Platte um 90^0 in ihrer Ebene beobachtete (vergl. § 2d, S. 43), im Maximum, nämlich in der Mitte der Platte, 0,88 Umdrehungen. Die grössten im elektrischen Felde beobachteten Verschiebungen Δ betrugen etwa 0,63, folglich betrug der grösste Gesammtwerth Δ' im Falle gleichen Vorzeichens von Δ^0 und Δ höchstens 1,07, entsprechend dem Werthe $x = 0{,}7$. Demnach kommt hier für den Werth von x in 33) nur das Intervall von 0 bis 0,7 in Betracht, und für dieses ist zufolge den oben angegebenen Zahlen, aus denen sich $\frac{\Delta}{x} = -1{,}52$ für $x = 0{,}1$ und $= -1{,}53$ für $x = 0{,}7$ ergiebt, Δ sehr nahe proportional mit x, so dass die vereinfachte Formel 33') mit vollkommen genügender Genauigkeit angewendet werden kann. Dieselbe wird hier:

$$x = -0{,}655\Delta.$$

Was die Formel 12a) zur Berechnung der Feldstärke $\frac{\partial V}{\partial n}$ aus dem beobachteten Potential V betrifft, so war im vorliegenden Fall, da die Platte immer in dem Glastrog von der Weite 0,463 cm untersucht wurde und da $D = 0{,}377$ war, $D_2 = 0{,}086$, ferner D_1, d. i. die Dicke beider Glaswände des Mitteltrogs zusammengenommen, $= 0{,}197$. Bei den oben (S. 56) motivitirten Annahmen $K = 6$, $K_1 = 7{,}5$ wird daher der Nenner des Ausdruckes 12a), falls die Platte von Luft umgeben, $= 1{,}05$, und falls sie von Benzol umgeben war, $= 0{,}76$. –

Die Compensatoreinstellungen einer ersten Versuchsreihe, wobei das Potential durch die Schlagweite $a = 2{,}0$ der Maassflasche gemessen, also nach den S. 25 mitgetheilten Angaben Hrn. Heydweiller's $= 53{,}4$ absoluten Einheiten war, mögen, um ein Beispiel zu geben, direct wie sie abgelesen wurden angegeben werden. In den mit + und – bezeichneten Zeilen stehen die Einstellungen bei abwechselnd positiver und negativer Ladung der Vorderseite des Trogs, in der mittleren Zeile die jedesmal zwischen zwei solchen Einstellungen bestimmte Nullstellung des Compensators. Die Mittelwerthe von Δ und die daraus berechneten von x sind immer nur dem absoluten Betrage nach ange-

geben, da eine krystallographische Unterscheidung der Ecken der Würfelplatte und somit eine Vorzeichenbestimmung von e_{41} doch nicht möglich war.

Platte in Luft. Beobachtet in der Mitte der Platte.

+				1,42				1,37		
0	0,99		0,99		0,97		0,97		0,95	
−		0,53				0,55				
Δ		−0,46		+0,44		−0,42		+0,41,		Mittel $\lvert\Delta\rvert$ = **0,433**.
										x = **0,284**.

Platte in Benzol.

Mitte der Platte.

+				1,89						2,00		
0	1,35		1,32		1,35		1,33	|	1,41		1,42	
−		0,76				0,77						
Δ		−0,575		+0,555		−0,57				+0,585		Mittel $\lvert\Delta\rvert$ = 0,571.

Nahe dem rechten Rande.

+		1,83				1,80				
0	1,22		1,27		1,22		1,24		1,23	
−				0,65				0,67		
Δ		+0,585		−0,595		+0,57		−0,565.		Mittel $\lvert\Delta\rvert$ = 0,579.

Nahe dem linken Rande.

+				1,76				1,77		
0	1,18		1,16		1,19		1,15		1,21	
−		0,56				0,56				
Δ		−0,61		+0,585		−0,61		+0,59.		Mittel $\lvert\Delta\rvert$ = 0,599.

Gesammtmittel in Benzol: $|\Delta|$ = **0,583**, daraus x = **0,382**.

Da bei den Beobachtungen in Luft $\frac{\partial V}{\partial n} = 53{,}4 : 1{,}05 = 50{,}8$, bei denen in Benzol $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{53{,}4}{0{,}76} = 70{,}3$ war, so ergiebt sich der auf das Potentialgefälle 1 reducirte Werth von x, welcher immer mit $\bar{x}$ bezeichnet werden soll und hier ausserdem entsprechend der Unterscheidung in den Formeln 34) den Index 1 erhält, wie folgt:

aus den Beobachtungen in Luft $\bar{x}_1$ = **0,00558**,

„ „ „ „ Benzol $\bar{x}_1$ = **0,00543**.

Unsere Annahme über die Dielektricitätsconstanten des $NaClO_3$ und des Glases haben also hier zu guter Uebereinstimmung der Resultate geführt.

Spätere Versuche, in Luft zu beobachten, scheiterten an der oberflächlichen Leitung der Krystallplatten; alle folgenden Beobachtungsresultate wurden also bei in Benzol eingetauchter Platte erhalten.

Eine Beobachtungsreihe, bei welcher das Potential mittelst des Bifilar-Elektrometers gemessen wurde und 52 bis 55 (c. g. s.) betrug, ergab bei zwei Stellungen der Platte, die sich durch eine Drehung von 90^0 um die Z^0-Axe unterschieden, folgende Mittelwerthe von $|\varDelta| : V$

	linker Rand	Mitte	rechter Rand
1. Stellung	0,0112	0,0108	0,0112
2. Stellung	0,0114	0,0116	0,0115

Aus dem Gesammtmittel $\frac{|\varDelta|}{V} = 0{,}0113$ folgt $\overline{x}_1 = \mathbf{0{,}00556}$.

Bei Anwendung kleinerer Potentiale (28 bis 29) wurde später jedoch der viel kleinere Werth $\frac{|\varDelta|}{V} = 0{,}00825$ $\overline{x}_1 = \mathbf{0{,}00404}$ gefunden.

2. Beobachtungen auf der Breitseite der Dodekaëderplatte.

Hier ist $L = 0{,}348$ cm, $L\delta^0 = -22^0 0'$, und die Formel 33) ergiebt demgemäss

$$\varDelta = +0{,}142 \text{ für } x = 0{,}1, \qquad \varDelta = +0{,}710 \text{ für } x = 0{,}5.$$

Also ist $\varDelta$ in diesem Intervall und noch bis $x = 1$ wiederum proportional mit x, und zwar wird

$$x = +\mathbf{0{,}704}\,\varDelta.$$

Der von der ursprünglichen Doppelbrechung bedingte Werth $\varDelta^0$ wurde ziemlich übereinstimmend auf der ganzen Breitseite der Platte $= 0{,}45$ gefunden, und es kamen demnach bei den elektrooptischen Beobachtungen keine über das Gültigkeitsgebiet der vorstehenden Relation hinausgehende Werthe von $\varDelta$ vor.

Für den Nenner des Ausdruckes 12a) ergiebt sich der Werth $0{,}348 + 0{,}157 + 0{,}30 = 0{,}805$, so dass die Feldintensität in der Platte nahe $= \frac{5}{4}\,V$ war.

Bei einer Beobachtungsreihe wurde aber das Potentialgefälle bei gleichem V dadurch verändert, dass zwischen die Krystallplatte und die Glaswand des Troges ein Glasstreifen von 0,091 cm Dicke eingeschoben wurde, wodurch D_1 um diesen Betrag zunahm, D_2 um ebensoviel abnahm und $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}64}$ wurde. Es wurde in diesem Fall bei dem Potential 53,4, entsprechend der Maassflaschenentladung beim Kugelabstand $a = 2{,}0$, beobachtet im Mittel:

$$\varDelta = 0{,}62,$$

woraus folgt

$$x_1 = \mathbf{0{,}00523}.$$

Dagegen wurde bei gleichem Potential ohne eingeschobenen Glasstreifen (immer aber in Benzol) gefunden

$$\Delta = 0{,}515 \text{ im Mittel},$$

und folglich

$$\overline{x_1} = \mathbf{0{,}00535},$$

also in befriedigender Uebereinstimmung mit dem ersteren Werth.

Eine Beobachtungsreihe mit noch etwas höheren Potentialen, die mittelst des Bifilar-Elektrometers gemessen wurden, ergab bei den vier, durch eine Drehung von je 90° um die Beobachtungsrichtung verschiedenen Stellungen der Krystallplatte folgende Resultate:

1. Stellung.

	linker Rand		Mitte		rechter Rand	
V	+ 53,2	− 53,2	+ 53,2	− 53,2	+ 53,2	− 53,2
$\|\Delta\|$	0,57	0,60	0,62	0,635	0,60	0,62
$\frac{\|\Delta\|}{V}$	0,0109		0,0117		0,0113	

$$\text{insgesammt } \frac{|\Delta|}{V} = \mathbf{0{,}0113}.$$

	2. Stellung, Mitte		3. Stellung, Mitte		4. Stellung, Mitte	
V	+ 55,1	− 54,5	+ 56,1	− 56,1	+ 56,1	− 56,1
$\|\Delta\|$	0,72	0,68	0,705	0,705	0,60	0,56
$\frac{\|\Delta\|}{V}$	**0,0127**		**0,01254**		**0,0103**	

Da sich im 1. Falle ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen den Verzögerungen in der Mitte und an den Rändern der Platte ergeben hatte, und somit die dielektrische Polarisation als homogen betrachtet werden durfte, so ist weiterhin nur in der Mitte der Platte beobachtet worden. Das Gesammtmittel aus den vorstehenden Resultaten ist: $\frac{|\Delta|}{V} = 0{,}0117$ woraus folgt $\overline{x_1} = \mathbf{0{,}00663}$.

Eine letzte ausführliche Beobachtungsreihe mit niedrigeren Potentialen, welche hauptsächlich zum Vergleich mit den unter gleichen Umständen auf den Schmalseiten der Platte beobachteten Gangunterschieden diente, führte wieder auf kleinere Werthe von $\overline{x_1}$. Die nachstehend angegebenen Werthe Δ sind immer das Mittel aus je 5 Einstellungen.

	1. Stellung der Platte				2. Stellung				1. Stellung wiederholt			
V	−27,4	−27,4	+28,4	+28,0	−28,0	−28,0	+28,0	+28,0	−28,1	−28,1	+27,8	+28,1
Δ	+0,225	+0,22	−0,24	−0,24	−0,212	−0,228	+0,225	+0,227	+0,226	+0,228	−0,216	−0,235
$10^3 \cdot \frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$	8,21	8,01	8,46	8,56	7,54	8,17	8,07	8,12	8,05	8,12	7,75	8,37
$\frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$ Mittel:	0,0083				0,0080				0,0081			

$$\text{Gesammtmittel } \frac{|\Delta|}{V} = \mathbf{0{,}0081}, \text{ daraus } \overline{x_1} = \mathbf{0{,}0046}.$$

Wie man sieht, differiren die auf der Breitseite der Würfel- und Dodekaëderplatte bei verschiedenen Beobachtungsreihen gefundenen Werthe von x_1 sehr erheblich, namentlich ergaben die Versuche mit hohen Potentialen (53,4 bis 60,5) stets grössere Werthe als diejenigen mit niederen Potentialen (27 bis 28); denn es wurde gefunden:

an der Würfelplatte für hohe Potentiale $\overline{x_1} = 0{,}0054$ bis $0{,}0056$, für niedere 0,00404,
„ „ Dodekaëderplatte „ „ „ $\overline{x_1} = 0{,}0052$ bis $0{,}0066$, „ „ 0,0046.

Möglicherweise erklärt sich dieser Unterschied dadurch, dass bei den hohen Spannungen die Glaswände des Troges nicht mehr hinreichend isolirten, und somit ein Theil der Ladung auf deren Innenseite überging, was eine Steigerung des Potentialgefälles in der Krystallplatte zur Folge haben musste.

B. Kraftlinien parallel der Würfelnormale Z^0, Beobachtungsrichtung parallel den zu Z^0 senkrechten Dodekaëdernormalen.

Diese Beobachtungen wurden auf den Schmalseiten der „Dodekaëderplatte“ ausgeführt; dabei betrug die Kantenlänge parallel der Beobachtungsrichtung anfangs 15,15 und 15,6 mm, später 13,55 und 15,2 mm. Nun ergiebt die Formel 33)

für $L = 15{,}5$, $L\delta^0 = -98^0$ $+\Delta = 0{,}3745$ 1,86 2,935 3,624
für $x = 0{,}1$ 0,5 0,8 1,0;
für $L = 15{,}15$, $L\delta^0 = -95{,}8^0$ $+\Delta = 0{,}3733$ für $x = 0{,}1$, 3,62 für $x = 1{,}0$;
für $L = 13{,}55$, $L\delta^0 = -85\tfrac{2}{3}^0$ $+\Delta = 0{,}378$ für $x = 0{,}1$, 1,87 für $x = 0{,}5$.

Demnach ist bei diesen grossen Dicken das Verhältniss $\Delta : x$ zwar nicht mehr ganz constant, kann aber immer noch in Anbetracht der geringen Genauigkeit, mit welcher Δ selbst ermittelt werden konnte, durch einen mittleren constanten Werth ersetzt werden, der sich aber nach dem in Betracht kommenden Intervall von x richten muss.

Die Verschiebung des Compensatorstreifens, welche in Folge der ursprünglichen Doppelbrechung bei der Drehung der Platte um die Beobachtungsrichtung beobachtet wurde (also $2\Delta^0$ nach der Bezeichnung in § $2d$), betrug auf der einen Schmalseite 1,20, auf der anderen $-0,9$ Umdrehungen. Nun waren die grössten durch dielektrische Polarisation bewirkten Verschiebungen Δ etwa $= 0,76$, folglich das für Δ überhaupt in Betracht kommende Intervall dasjenige von 0 bis ca. 1,35, und in diesem gilt durchschnittlich

$$x = +0,268\,\Delta, \text{ wenn } L = 15,15 \text{ bis } 15,6 \text{ ist,}$$

$$x = +0,266\,\Delta, \text{ wenn } L = 13,55 \text{ ist.}$$

Der Fehler, den man bei Annahme dieser Proportionalität macht, beträgt nicht einmal 2 Proc. und gleicht sich überdies aus, da mit positiver und negativer Ladung beobachtet wurde.

Zunächst wurde eine Reihe von Beobachtungen bei gleicher Aufstellung der Platte im mit Benzol gefüllten Trog angestellt, wie bei der letzten Beobachtungsreihe auf der Breitseite. Die Resultate sind:

	Beob. ‖ den längeren Kanten				‖ den kürzeren Kanten ($L = 13,55$)					
V	+27,9	+27,9	−28,0	−28,3	+28,3	+28,0	+27,9	−28,0	−27,9	−27,9
Δ	+0,21	+0,22	−0,273	−0,268	−0,307	−0,292	−0,282	+0,297	+0,317	+0,292
$\frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$	0,00754	0,00790	0,00975	0,00947	0,0109	0,0104	0,0101	0,0106	0,0113	0,0104

Mittel: $\pm 0,00867$ $\qquad$ $\mp 0,0106$;

woraus $\overline{x_2} = \pm 0,00186$ $\qquad$ $\overline{x_2} = \mp 0,00227$.

Der Theorie nach (cf. S. 34 und 41) sollten diese Werthe entgegengesetztes Vorzeichen haben und dem absoluten Werthe nach beide gleich $\frac{1}{2}\overline{x_1}$ sein. Ersteres haben die Beobachtungen bestätigt; von den absoluten Werthen stimmt der zweite mit dem unter gleichen Umständen gefundenen $\frac{1}{2}\overline{x_1} = 0,0023$ genau überein, während der erste erheblich zu klein ist, offenbar weil die Ablesungen $\Delta = 0,21$ und 0,22 durch irgend einen Fehler zu klein ausgefallen sind; denn später haben sich die auf beiden Schmalseiten ermittelten absoluten Werthe untereinander gleich ergeben. Es sei noch erwähnt, dass das Vorzeichen von Δ auf jeder Schmalseite dasselbe war, wie unter gleichen Umständen, d. h. bei gleicher Elektrisirung und gleicher Stellung des Compensators, auf der Breitseite, ebenfalls in Uebereinstimmung mit der Theorie.

Im Uebrigen ist das wirkliche Vorzeichen von $\overline{x_2}$, also auch dasjenige von e_{41}, auch hier noch unbestimmt gelassen, da der Krystall keine Tetraëderflächen besessen hatte, in Bezug auf welche man das Coordinatensystem hätte orientiren können.

Sodann wurden Beobachtungen angestellt, bei denen die Platte in Luft zwischen zwei aussen mit Stanniol belegten Glimmerplatten lag. Die Dicke der letzteren zusammengenommen betrug 0,015 cm, und da die Dielektricitätsconstante des Glimmers = 6,64 ist, so ergiebt sich aus 12a) $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0,362}$. Der Compensatorspalt stand hier vertikal, d. h. parallel den Kraftlinien und der Plattennormale. Beobachtet wurde:

parallel den kürzeren Kanten:

	5 mm vom linken Rande		5 mm vom rechten Rande	
V	− 28,0	+ 28,0	− 28,0	+ 28,0
Δ	+0,61; 0,67; 0,61 } 0,63	−0,705; 0,665; 0,65; 0,68 } 0,675	+0,535; 0,49; 0,52 } 0,515	−0,63; 0,545; 0,56 } 0,578
$\frac{\|\Delta\|}{V}$	0,0232		0,0195	

zusammen $\mp$ **0,0214**;

daraus $\overline{x}_2 = \mp$ **0,00206**;

parallel den längeren Kanten:

	Mitte		etw. links davon (rechts nicht gut beobachtbar)	
V	− 28,0	+ 28,0	− 28,0	+ 28,0
Δ	−0,735; 0,64; 0,64; 0,625 } 0,66	+0,61; 0,59; 0,60 } 0,60	−0,62; 0,545; 0,58 } 0,58	+0,58; 0,57; 0,56; 0,54 } 0,56
$\frac{\|\Delta\|}{V}$	0,0225		0,0203	

zusammen $\pm$ **0,0214**,

also ebenfalls $\overline{x}_2 = \pm$ **0,00206**.

Die Forderung der Theorie, dass die auf den beiden Schmalseiten bestimmten Werthe von $\overline{x}$ entgegengesetzt gleich sein müssen, bestätigt sich hier also vollständig. Der absolute Werth von $2\overline{x}_2$, der gleich $\overline{x}_1$ sein sollte, erreicht nur die kleinsten für letztere Grösse gefundenen Werthe, doch sind letztere, weil durch Beobachtungen im Benzoltrog gefunden, mit den gegenwärtigen Resultaten auch nicht sicher vergleichbar. Auch diese Beobachtungen, wobei die Platte zwischen

Glimmerplatten lag, schienen zur absoluten Berechnung von e_{41} noch nicht sicher genug, da sie bei späterer Wiederholung kleinere Werthe, als die obigen, lieferten, wahrscheinlich wegen schlechterer Isolation der Krystallplatte. Es wurde daher nun die Krystallplatte direct zwischen zwei Metallplatten gelegt, welche dann jedoch, um das Ueberspringen von Funken zu vermeiden, nur auf niedrigere Potentialdifferenzen gebracht werden konnten, wie die Conductorplatten bei den früheren Versuchen. Es wurde immer soweit geladen, dass das Bifilar-Elektrometer beim Kugelabstand $e^0 = 30{,}7$ mm und dem Scalenabstand $A = 282$ einen Ausschlag von 40 Scalentheilen gab, woraus der Werth von $V' = 16{,}5$, also derjenige des Potentiales $= 15{,}7$ folgt. Bei dieser Versuchsanordnung wurden die Werthe Δ auf jeder Schmalseite bei zwei verschiedenen Lagen der Platte an verschiedenen Stellen derselben gemessen. Das Vorzeichen von V in den nachstehenden Tabellen ist dasjenige der Ladung der einen, durch eine Marke bezeichneten Plattenfläche.

Beobachtet parallel den kürzeren Kanten ($L = 15{,}15$ mm).

Erste Lage.

	Linke Seite		Rechte Seite	
V	+15,7	−15,7	+15,7	−15,7
Δ	−0,40 0,355 0,365 } 0,373	+0,36 0,34 0,34 } 0,347	−0,335 0,35 0,335 } 0,34	+0,34 0,335 0,34 } 0,338
$\frac{\Delta}{V}$	−0,0229		−0,0216	

Zweite Lage.

	4 mm vom linken Rand		Mitte		5 mm vom rechten Rand	
V	+15,7	−15,7	+15,7	−15,7	+15,7	−15,7
Δ	−0,345 0,310 0,355 } 0,333	+0,355 0,335 0,34 } 0,347	−0,315 0,315 } 0,315	+0,325 0,325 0,335 } 0,328	−0,33 0,35 0,34 } 0,34	+0,31 0,315 0,34 } 0,322
$\frac{\Delta}{V}$	−0,0216		−0,0205		−0,0211	

Gesammtmittel $\frac{\Delta}{V} = \mathbf{-0{,}02154}$.

Beobachtet parallel den längeren Kanten ($L = 15{,}6$).

Erste Lage.

	4 mm vom linken Rand		Mitte		4 mm vom rechten Rand	
V	+15,7	−15,7	+15,7	−15,7	+15,7	−15,7
Δ	+0,345 0,33 0,33 } 0,335	−0,345 0,33 0,34 } 0,338	+0,335 0,345 0,325 } 0,335	−0,325 0,31 0,315 } 0,317	+0,36 0,325 0,345 } 0,343	−0,36 0,335 0,355 } 0,350
$\frac{\Delta}{V}$	+0,0214		+0,02075		+0,0222	

Zweite Lage.

	Nahe dem linken Rand		Etwas links von der Mitte		Etwas rechts von der Mitte	
V	+15,7	−15,7	+15,7	−15,7	+15,7	−15,7
Δ	+0,345 0,33 0,345 } 0,34	−0,375 0,375 0,39 } 0,38	+0,375 0,37 } 0,373	−0,41 0,43 } 0,42	+0,35 0,37 0,36 } 0,36	−0,36 0,335 0,34 } 0,345
$\frac{\Delta}{V}$	+0,0229		+0,0253		+0,0224	

Gesammtmittel $\frac{\Delta}{V} = +\mathbf{0{,}0225}$.

Die Gleichheit der absoluten Werthe der auf den beiden Schmalseiten beobachteten Gangunterschiede bei entgegengesetzten Vorzeichen bestätigt sich auch hier. Ebenso sind die an derselben Stelle bei entgegengesetzter Ladung beobachteten Werthe Δ stets nahezu entgegengesetzt gleich, sodass sich die Voraussetzung der Umkehrbarkeit der elektrooptischen Wirkung mit dem Moment ebenfalls erfüllt zeigt.

Zur Berechnung von x, — hier x_2 —, aus Δ dient hier für beide Beobachtungsrichtungen die Gleichung $x = 0{,}268\,\Delta$, und zufolge Formel 12) ist $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}348}$; also ergiebt sich aus allen vorstehenden Beobachtungen zusammen ohne Rücksicht auf das Vorzeichen: $\overline{x}_2 = 0{,}0220 \cdot 0{,}348 \cdot 0{,}0268$ oder

$$\overline{x}_2 = \mathbf{0{,}00205}.$$

Eine andere Beobachtungsreihe bei gleicher Anordnung, bei der aber das Potential nicht immer auf gleiche Höhe gebracht, sondern so wie es gerade ausfiel am Elektrometer abgelesen wurde, lieferte folgende, aus je etwa 20 einzelnen

Einstellungen bei Potentialwerthen von 15 bis 17 abgeleitete Mittelwerthe von $|\varDelta| : V$:

0,0201 bei Beobachtung parallel den kürzeren (jetzt nur 13,55 mm langen) Kanten,
0,0219 „ „ „ „ längeren Kanten.

Hieraus folgt $\overline{x}_2 = 0{,}00187$ bezw. 0,00204, und das Mittel aus beiden:

$$\overline{x}_2 = \mathbf{0{,}001955}.$$

Als definitiver Werth soll der Mittelwerth aus diesem und dem aus der ersten Beobachtungsreihe gewonnenen: 0,00205 angenommen werden, also

$$\overline{x}_2 = \mathbf{0{,}00200},$$

welcher wohl bis auf etwa 5 Procent zuverlässig ist und übrigens auch gut mit demjenigen übereinstimmt, der oben aus den bei höherem Potential angestellten Versuchen mit Glimmerschutzplatten gefunden wurde.

Nach der Formel 34') ist nun $\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = \frac{\overline{x}_2}{16{,}8} \cdot 10^{-4}$; daraus findet sich schliesslich:

$$\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = \mathbf{1{,}19} \cdot 10^{-8}.$$

Es handelt sich nun noch um die Feststellung des V o r z e i c h e n s dieser Constante, welches erst dadurch bestimmt wird, dass man dem Coordinatensystem eine bestimmte Lage in Bezug auf die Tetraëderflächen des Krystalles giebt, d. h. festsetzt, in welchen Octanten des von drei Würfelnormalen gebildeten Coordinatenaxenkreuzes die äusseren Normalen dieser Flächen liegen sollen. Hierzu mussten also Beobachtungen der elektrooptischen Wirkung an Krystallen angestellt werden, die Tetraëderflächen aufwiesen. Solche fanden sich unter den von mir gezüchteten Krystallen vor, und zwar sowohl linke als rechte. Beobachtungen auf den Würfelflächen, wobei sich die Krystalle im mit Benzol gefüllten Glastrog befanden, ergaben nun für beide Arten von Krystallen folgendes Resultat. Stellte man den Krystall mit einer Würfelfläche nach vorn so auf, dass eine Tetraëderfläche rechts oben vorn lag, stellte man ferner den Compensator so dahinter, dass sein Spalt, also auch die Streifen unter 45° gegen die Würfelkanten von links unten nach rechts oben verliefen, und lud man nun die hintere Seite des Troges positiv, so musste der Compensator auf kleinere Zahlen gedreht werden, d. h. es war $\varDelta$ negativ; das gleiche Vorzeichen hatte also nach der Formel 33) auch $\omega_1^2 - \omega_2^2$, d. h. die Verzögerung der im Fall fehlender Circularpolarisation senkrecht zum Compensatorspalt polarisirten Welle gegen die andere. Verbindet man nun mit dem wie angegeben aufgestellten Krystall das rechtwinklige Axensystem $X^0 Y^0 Z^0$ in der gewöhnlichen Lage, d. h. so, dass die $+X^0$-Axe nach vorn, die $+Z^0$-Axe nach oben gerichtet ist, so zeigen die Formeln 29), dass bei der obigen Stellung des Compensators und Richtung der Kraft-

linien ($\| X^0$) $\omega_1^2 - \omega_2^2 = \omega_y^2 - \omega_z^2 = -2e_{41} m$ ist; ferner ist m positiv, wenn die Hinterseite positiv geladen wird; folglich hat $-e_{41}$ dasselbe Vorzeichen, welches bei obiger Beobachtung $\varDelta$ besass, d. h. negatives, und wir erhalten das Resultat:

Wählt man das von den Würfelnormalen gebildete Coordinatensystem so, dass eine Tetraëderfläche im ersten Octanten liegt, so ist sowohl bei linken als bei rechten Krystallen die Constante e_{41} positiv, und zwar

$$\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = +\mathbf{1{,}19} \cdot 10^{-8}.$$

C. Beobachtungen an der senkrecht zu ihren Breitseiten polarisirten Octaëderplatte.

Diese Platte wurde ebenfalls in Luft zwischen Metallplatten untersucht, die Beobachtungsrichtung war senkrecht zu den Kraftlinien und überdies senkrecht zu den beiden einander parallelen Schmalseiten der Platte, wie bei den Bestimmungen der Schwingungsrichtungen. Der Compensatorspalt wurde parallel der Plattennormale gestellt. Es wurden folgende Mittelwerthe von $\varDelta$ beobachtet:

1. bei direct anliegenden Metallplatten für $V = +11{,}8 \quad -11{,}8$

$$\varDelta = +0{,}36 \quad -0{,}34$$

$$\frac{|\varDelta|}{V} = +0{,}0296;$$

2. bei durch eine Luftschicht von 0,023 cm von der Krystallplatte getrennten Metallplatten: für $V = +13{,}8 \quad -13{,}8$

$$\varDelta = +0{,}291 \quad -0{,}28$$

$$\frac{|\varDelta|}{V} = +0{,}02066.$$

Dabei ist V positiv gerechnet, wenn diejenige Plattenfläche $F^\times$, welche durch ein Kreuz bezeichnet war, positive Ladung erhielt.

Im ersten Falle war $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D} = \frac{V}{0{,}262}$, im zweiten ungefähr $= \frac{V}{0{,}4}$; ferner wird für diese Beobachtungsrichtung, da $L = 6{,}3$ mm war, die Näherungsformel 33'):

$$x = 0{,}415\,\varDelta.$$

Demnach findet man aus den Beobachtungen 1) $x = \bar{x}_3 = 0{,}00322$,

aus den Beobachtungen 2) $x = \bar{x}_3 = 0{,}00343$,

also im Mittel

$$\bar{x}_3 = \mathbf{0{,}00333}.$$

Nach den theoretischen Resultaten, welche in den Formeln 34) und 35) ausgedrückt sind, muss $\bar{x}_3 = \sqrt{3} \cdot \bar{x}_2$ sein, also wenn man den in B gefundenen Werth von $\bar{x}_2$: 0,0020 einsetzt,

$$\bar{x}_3 = \mathbf{0{,}00347}.$$

Die Uebereinstimmung ist also recht befriedigend trotz der wegen der Kleinheit und Unebenheit der Seitenflächen der Platte schwierigen Beobachtungen.

Aus den obigen elektrooptischen Beobachtungen lässt sich jetzt die krystallographische Orientirung der bezeichneten Plattenbreitseite $F^{\times}$ feststellen. Nach Formel 31′) wird nämlich, da e_{41} positiv ist, die Platte negativ doppeltbrechend, wenn die positive Momentrichtung im 1ten Octanten liegt; nach den Beobachtungen wird sie negativ doppeltbrechend, nämlich Δ negativ, wenn die Fläche $F^{\times}$ negativ geladen wird; folglich liegt die äussere Normale von $F^{\times}$ im 1ten Octanten, oder die bezeichnete Plattenseite wäre einer Tetraëderfläche zugekehrt gewesen, falls diese am Krystall entwickelt gewesen wären.

§ 4. Piëzoelektrische Beobachtungen.

Das piëzoelektrische Verhalten des Natriumchlorats ist durch eine einzige Constante δ_{14} charakterisirt; denn die durch mechanische Einwirkung erregten Momente sind zufolge 25), § 1:

$$a = -\delta_{14} Y_z, \qquad b = -\delta_{14} Z_x, \qquad c = -\delta_{14} X_y.$$

Für die experimentelle Bestimmung dieser Constante kommen nur Beobachtungen bei einseitigem Drucke in Betracht. Die Richtung des letzteren ist am zweckmässigsten so zu wählen, dass sie in einer Coordinatenebene liegt und den Winkel zwischen den betreffenden Coordinatenaxen halbirt; dann ist nämlich nur eine der Druckcomponenten Y_z, Z_x, X_y von 0 verschieden und zwar hat dieselbe ihren grössten möglichen Werth $\frac{1}{2}p$, wenn p die Grösse des einseitigen Druckes ist, und ferner ist dann das erregte Moment senkrecht zu der die Druckrichtung enthaltenden Coordinatenebene, so dass es durch Messung der auf einer zu letzterer parallelen Krystallfläche entwickelten Elektricitätsmenge gefunden werden kann. Dieser Fall liegt vor, wenn die schon bei den elektrooptischen Beobachtungen beschriebene Dodekaëderplatte parallel ihren langen Kanten, also durch Belastung eines Schmalseitenpaares, comprimirt wird. Denn die Druckrichtung halbirt dann den Winkel $(+X^0, +Y^0)$ oder $(+X^0, -Y^0)$, und es ist somit $Y_z = Z_x = 0$, $X_y = +\frac{1}{2}p$ oder $-\frac{1}{2}p$, und also

$$a = 0, \qquad b = 0, \qquad c = -\tfrac{1}{2}\delta_{14} p \text{ oder } +\tfrac{1}{2}\delta_{14} p,$$

so dass die Breitseiten der Platte sich mit elektrischen Belegungen von der Dichtigkeit $\mp\frac{1}{2}\delta_{14} p$ laden. Werden die Breitseiten der Platte mit Stanniolbelegungen versehen, so können diese Elektricitätsmengen durch das Potential, zu welchem sie einen Conductor von bekannter Capacität laden, gemessen werden.

Die experimentelle Anordnung zur Ausführung dieser Beobachtungen war genau dieselbe, wie bei der Untersuchung der Herren Riecke und Voigt über die Piëzoelektricität des Quarzes und Turmalins, so dass wegen der Einzelheiten auf die von jenen gegebene ausführliche Beschreibung [1]) verwiesen werden kann. —

---

1) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. 45, 530–532. 1892.

Die Krystallplatte wurde auf einer ihrer Schmalseiten auf einer Hartgummiplatte vertikal aufgestellt, dann eine zweite Hartgummiplatte oben darauf gelegt und mit einem bestimmten Gewicht belastet, welches auf eine Waagschale gesetzt wurde, die an einem über die obere Hartgummiplatte gelegten Rahmen hing. Vermittelst federnder Contacte waren die Stanniolbelegungen der Breitseiten mit zwei Klemmen eines Commutators leitend verbunden, die ihrerseits mit der Gasleitung bezw. mit zwei Quadranten eines Thomsonschen Elektrometers, dessen Nadel durch eine Zamboni'sche Säule geladen war, in Verbindung standen. Es wurde der Ausschlag φ_0 des vorher jedesmal zur Erde abgeleiteten Elektrometers beobachtet, welcher bei einer bestimmten Vermehrung oder Verminderung der Belastung der Platte eintrat. Um aus diesem das Potential, zu welchem durch die auf der Plattenoberfläche entwickelte Elektricitätsmenge die Elektrometerquadranten nebst der Plattenbelegung und den Verbindungsdrähten geladen wurden, berechnen zu können, beobachtete man den durch ein Clarkelement hervorgebrachten Elektrometerausschlag Φ; dann ist das fragliche Potential, ausgedrückt durch die elektromotorische Kraft des Clarkelementes, gleich $\frac{\varphi_0}{\Phi}$, oder in absolutem elektrostatischem Masss $\frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}$. Ist nun C die Capacität aller auf dieses Potential geladenen Leitertheile, so ist die gesammte entwickelte Elektricitätsmenge $C \cdot \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}$, und somit, wenn P die entsprechende Belastungsänderung, q' die Grösse der belegten Plattenfläche und q diejenige der belasteten Fläche bezeichnet,

$$37) \qquad \pm \tfrac{1}{2}\delta_{14} = \frac{c}{p} = \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot \frac{q}{Pq'} C \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}.$$

Dabei ist P in Dynen, also Grammen multiplicirt mit 981, auszudrücken, wenn man δ_{14} in absolutem Maass erhalten will.

Der Ausschlag φ_0 konnte nicht in der gewöhnlichen Weise aus den direct beobachteten Umkehrpunkten berechnet werden, weil auf das durch den Elektricitätsverlust während der Beobachtungsdauer verursachte Zurückgehen der Ruhelage Rücksicht genommen werden musste. Während dies bei der Untersuchung von Hrn. Riecke und Voigt in der Weise geschehen konnte, dass das Zurückgehen der Ruhelage als gleichförmig angenommen wurde, schien letztere Annahme bei den Beobachtungen am Natriumchlorat nicht mehr zulässig, da wegen der geringen Dicke und grösseren oberflächlichen Leitungsfähigkeit der untersuchten Platte der Elektricitätsverlust verhältnissmässig stärker war, trotz der grossen Lufttrockenheit, bei welcher die Beobachtungen angestellt wurden. Eine genauere Berücksichtigung des Elektricitätsverlustes wird man durch die Annahme erhalten, dass derselbe dem augenblicklich auf der mit dem Elektrometer verbundenen Belegung herrschenden Potential proportional ist, woraus dann folgt, dass sich die Ruhelage des Elektrometers dem Nullpunkt nach dem Gesetze $\varphi_0 e^{-ct}$

nähert, wenn c eine der gerade vorhandenen oberflächlichen Leitungsfähigkeit proportionale Constante und t die seit dem Momente der Ladung vergangene Zeit ist. Bezeichnen nun a eine von der Torsionskraft der Aufhängung, b eine von der Dämpfung der Elektrometernadel abhängige Constante, so hat dann die Differentialgleichung der Schwingungen des Elektrometers die Form

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2b\frac{d\varphi}{dt} + a\varphi = a\,\varphi_0\, e^{-ct}$$

und ergiebt für den zur Zeit t beobachteten, von der Ruhelage des zur Erde abgeleiteten Elektrometers aus gerechneten Ausschlag die Lösung

$$\varphi = \varphi_0 \frac{a}{a-2bc+c^2}\left\{e^{-ct} + (c-b)\frac{T}{2\pi}\sin 2\pi\frac{t}{T}e^{-bt} - \cos 2\pi\frac{t}{T}e^{-bt}\right\},$$

worin $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{a-b^2}$ ist.

Im vorliegenden Falle konnten nun c^2, cb und b^2 neben a vernachlässigt werden; dann erhält man für die Zeitpunkte t_h der Umkehr der Nadel die Relation

$$\sin 2\pi\frac{t_h}{T} = \frac{2\pi c}{aT}\left(e^{(b-c)t_h} - (-1)^h\right),$$

und die entsprechenden Werthe $\varphi = \varphi_h$, d. h. die Umkehrpunkte selbst sind gegeben durch

$$\varphi_h = \varphi_0\left\{e^{-ct_h} - (-1)^h e^{-bt_h}\right\}.$$

Solange man für t_h den Näherungswerth $h\cdot\frac{T}{2}$ setzen, d. h. die Schwingungsdauer als constant ansehen kann, was bei kleinem c jedenfalls für die ersten Schwingungen zulässig ist, erhält man demnach für φ_h die einfache Formel

$$\varphi_h = \varphi_0\left\{\alpha^h - (-\beta)^h\right\}, \tag{38}$$

worin $\alpha = e^{-c\frac{T}{2}}$, $\beta = e^{-b\frac{T}{2}}$ ist.

Beobachtet wurden der 1te, 2te, 4te und 5te Umkehrpunkt; diese sind nach vorstehender Formel:

$$\varphi_1 = \varphi_0(\alpha+\beta), \quad \varphi_2 = \varphi_0(\alpha^2-\beta^2), \quad \varphi_4 = \varphi_0(\alpha^4-\beta^4), \quad \varphi_5 = \varphi_0(\alpha^5+\beta^5).$$

Bildet man hieraus die zwei Werthe

$$\varphi_{\mathrm{I}} = \varphi_1\beta + \varphi_2, \qquad \varphi_{\mathrm{II}} = \varphi_4\beta + \varphi_5, \tag{39}$$

welche, wenn kein Elektricitätsverlust stattfände, nach Division durch $1+\beta$ beide die gesuchte Ruhelage φ_0 ergeben würden, so werden dieselben jetzt

$$\varphi_{\mathrm{I}} = \varphi_0\alpha(\alpha+\beta), \qquad \varphi_{\mathrm{II}} = \varphi_0\alpha^4(\alpha+\beta),$$

und man findet aus ihnen

40) $$\alpha = \sqrt[3]{\frac{\varphi_{II}}{\varphi_I}}$$

und schliesslich

41) $$\varphi_0 = \frac{\varphi_I}{\alpha(\alpha+\beta)}.$$

Die Grösse β, welche das Dämpfungsverhältniss für Schwingungen um eine constante Ruhelage bedeutet, kann durch Beobachtung der Schwingungen des zur Erde abgeleiteten Elektrometers ein für alle Mal — oder wenigstens für denselben Beobachtungstag — bestimmt werden, während die Grösse α sich schneller verändern kann, und daher bei jedem einzelnen Versuch als Unbekannte zu behandeln und erst aus der Formel 40) zu berechnen ist.

Dass die Näherungsformel 38) den Verlauf der Schwingungen wirklich gut darzustellen vermochte, wurde zunächst durch einige Beobachtungsreihen, bei denen nach Belastung der Krystallplatte 10 aufeinanderfolgende Umkehrpunkte beobachtet wurden, festgestellt. Die beobachteten, und die mit den aus 39), 40), 41) ermittelten Werthen $\varphi_0 = 20{,}6$, $\alpha = 0{,}965$, $\beta = 0{,}68$ berechneten Umkehrpunkte (wie immer von der Nullstellung des Elektrometers aus gerechnet) waren:

	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}
Beobachtet	33,7	9,55	25,1	13,1	20,5	14,5	17,7	14,5	15,9	14,2
Berechnet	33,95	9,7	25,1	13,5	20,2	14,6	17,4	14,55	15,6	14,0.

Der Werth $\beta = 0{,}68$ ist auch bei der Berechnung der eigentlichen Beobachtungen benutzt worden. Zur Ausführung der letzteren selbst ist noch zu bemerken, dass sowohl das Schliessen und Unterbrechen der Ableitung des Elektrometers zur Erde, als das Aufsetzen und Abheben der die Krystallplatte comprimirenden Gewichte durch Vermittelung von Fäden und Rollen vom Sitze des Beobachters aus geschah, wodurch allein es ermöglicht war, schon den ersten Umkehrpunkt zu beobachten. Es wurden immer abwechselnd bei Belastung und Entlastung (wobei aber immer noch eine constante Anfangsbelastung übrig blieb) die Ausschläge φ_1, φ_2, φ_4, φ_5 beobachtet, und zwischendurch jedesmal die Ruhelage des zur Erde abgeleiteten Elektrometers. Diese Ruhelage, auf welche als Nullpunkt stets die angegebenen Werthe φ bezogen sind, war meist constant; falls sie aber eine langsame Verschiebung zeigte, wurde dieselbe in Rechnung gezogen. Nach jeder solchen Beobachtungsreihe mit vier- bis fünfmaliger Belastung und Entlastung wurde der Commutator umgelegt, so dass die zuerst zur Erde abgeleitete Breitseite der Platte nun mit dem Elektrometer in Verbindung stand und umgekehrt, und nun eine analoge Reihe von Beobachtungen ausgeführt. Vorher und nachher wurde der einem Clarkelement entsprechende Ausschlag Φ beobachtet, welcher allmählich abnahm, wahrscheinlich weil sich mit der Zeit die Isolation des Elektrometers verschlechterte.

In den nachstehenden Tabellen sind angegeben die aus φ_1, φ_2, φ_4, φ_5 nach 39) abgeleiteten Werthe φ_I und φ_{II}, sodann die aus 40) berechnete Grösse α, welche ein Maass für die Elektricitätszerstreuung abgiebt, und endlich der aus 41) gefundene Werth φ_0, d. i. der Ausschlag, bei dem sich das Elektrometer im Falle vollkommener Isolation ruhig eingestellt haben würde. Ueber jeder Beobachtungsreihe ist ausser dem Ausschlag Φ für ein Clark noch angegeben, ob die mit einem Kreuz bezeichnete Krystallfläche ($F^{\times}$) oder die andere (F) mit dem Elektrometer verbunden war. Am Schluss steht jedesmal der Mittelwerth $\overline{\varphi}_0$ aus den absoluten Werthen der bei den einzelnen Versuchen gefundenen φ_0, sowie das daraus berechnete Verhältniss $\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi}$. Die über den einzelnen Columnen stehenden Buchstaben B und E geben an, ob die darunter stehenden Resultate bei Belastung oder Entlastung der Krystallplatte erhalten wurden.

Druckrichtung parallel den längeren Kanten ($L = 15{,}2$ mm).

Belastungsgewicht 1001,5 g.

$F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 72{,}0$.

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ_I	+ 35,2	− 36,2	34,5	35,6	34,9	35,7	34,9	35,9
φ_{II}	+ 30,45	− 32,6	30,4	31,8	31,1	32,4	30,6	32,4
α	0,953	0,965	0,958	0,962	0,962	0,968	0,957	0,966
φ_0	+ 22,68	− 22,80	+ 21,94	− 22,5	+ 22,1	− 22,4	+ 22,26	− 22,56

$$\overline{\varphi}_0 = 22{,}40, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}311.$$

(Die Annahme gleichmässiger Abnahme des Potentials würde hier auf den Werth $\overline{\varphi}_0 = 21{,}7$ geführt haben).

F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 70{,}0$.

	B	B	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	− 34,9	− 34,7	+ 35,65	34,3	35,35	34,5	35,6	34,5	35,65	34,75
φ_{II}	− 31,1	− 31,05	+ 31,2	30,8	31,55	30,6	31,5	31,6	31,4	29,75
α	0,962	0,964	0,956	0,965	0,963	0,961	0,964	0,971	0,958	0,950
φ_0	− 22,05	− 21,85	+ 22,80	− 21,60	+ 22,3	− 21,8	+ 22,4	− 21,5	+ 22,7	− 22,4

$$\overline{\varphi}_0 = 22{,}10, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}316.$$

Wieder $F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 64{,}7$.

	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_{I}	−32,5	+32,7	32,4	32,6	32,4	32,75	32,6	32,55
φ_{II}	−30,0	+29,6	30,25	29,7	29,85	29,55	29,75	29,8
α	0,974	0,968	0,977	0,97	0,973	0,966	0,97	0,971
φ_0	−20,2	+20,5	−20,0	+20,35	−20,1	+20,6	−20,4	+20,3

$$\overline{\varphi}_0 = 20{,}31, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}314.$$

Wieder F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 63{,}7$.

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ_{I}	−32,1	+32,9	32,2	32,3	32,1	33,2	32,1	32,8
φ_{II}	−29,2	+30,1	29,1	29,5	29,5	29,55	29,5	29,9
α	0,968	0,971	0,968	0,97	0,972	0,962	0,972	0,97
φ_0	−20,1	+20,5	−20,15	+20,2	−20,0	+21,0	−20,0	+20,5

$$\overline{\varphi}_0 = 20{,}31, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}3185.$$

Gesammtmittel aus diesen 4 Beobachtungsreihen: $\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = \mathbf{0{,}315}$.

Daraus berechnet nach 37): $\frac{c}{p} = \frac{0{,}315 \cdot 0{,}348 \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}}{1001{,}5 \cdot 981 \cdot 1{,}52} \cdot C = \mathbf{0{,}03505 \cdot C \cdot 10^{-8}}$.

Druck parallel den kürzeren Kanten ($L = 13{,}55$ mm).

Belastungsgewicht 1000 g.

F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 63{,}25$.

	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_{I}	−28,1	+28,25	27,55	27,6	27,2	27,4	28,0	27,8	27,7	27,7
φ_{II}	−25,3	+24,95	24,85	25,15	24,8	24,8	25,35	25,2	25,0	25,0
α	0,961	0,96	0,966	0,97	0,97	0,968	0,968	0,968	0,967	0,967
φ_0	−17,8	+17,9	−17,35	+17,25	−17,0	+17,2	−17,55	+17,3	−17,4	+17,4

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}42, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}276.$$

$F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 63{,}25$.

	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	+28,0	−28,35	27,8	27,45	28,2	27,8	27,6	27,55	28,1	27,8
φ_{II}	+24,5	−25,45	24,6	24,9	24,45	24,9	24,8	25,0	25,1	24,9
α	0,957	0,964	0,96	0,968	0,954	0,964	0,966	0,968	0,963	0,96[illegible]
φ_0	+17,9	−17,85	+17,65	−17,22	+18,1	−17,5	+17,35	−17,25	+17,74	−17,6

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}60, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}278.$$

Platte 180° um Z^0 gedreht; F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 60{,}4$.

	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	−27,9	+28,05	27,3	28,2	27,05	27,75	27,1	28,1
φ_{II}	−25,6	+25,6	24,75	25,9	24,75	25,45	24,6	25,5
α	0,972	0,97	0,968	0,972	0,971	0,972	0,968	0,968
φ	−17,4	+17,55	−17,1	+17,6	−16,85	+17,3	−17,0	+17,6

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}3, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}286.$$

$F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden, $\Phi = 60{,}0$.

	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	+27,65	−26,7	27,2	27,2	27,3	26,9	27,35	27,3
φ_{II}	+25,25	−24,5	24,5	24,8	24,5	24,8	24,8	25,1
α	0,971	0,972	0,966	0,97	0,964	0,973	0,968	0,972
φ_0	+17,25	−16,6	+17,1	−17,0	+17,2	−16,7	+17,1	−17,0

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}0, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}284.$$

Gesammtmittel aus diesen 4 Beobachtungsreihen: $\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = \mathbf{0{,}281}$.

Daraus folgt nach 37): $\frac{c}{p} = \frac{-0{,}281 \cdot 0{,}348 \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}}{1000 \cdot 981 \cdot 1{,}355} C = -\mathbf{0{,}03515}\, C \cdot 10^{-8}$.

Das Vorzeichen von $\frac{c}{p}$ ist hier negativ, wenn es bei der ersten Druckrichtung positiv angenommen wurde; denn im ersten Fall (bei Druck parallel den längeren Kanten) wurde durch Belastung der Platte die Fläche F positiv elektrisch (da positive Ausschläge des Elektrometers negativer Ladung entsprachen), bei der zweiten Druckrichtung dagegen die Fläche $F^{\times}$. Die vorstehende Vorzeichenbestimmung von c ist richtig, wenn man festsetzt, dass die positive Z^0-Axe aus der Fläche F austreten soll.

Wie zu Anfang dieses Paragraphen gezeigt wurde, müssen theoretisch die für beide Druckrichtungen erhaltenen Werthe von $\frac{c}{p}$ entgegengesetzt gleich sein; dies wird durch die vorstehenden Beobachtungsresultate sehr gut bestätigt.

Aus dem mittleren absoluten Werthe: $0{,}0351 \cdot C \cdot 10^{-8}$ ergiebt sich nach 37)

$$|\delta_{14}| = 0{,}0702 \cdot C \cdot 10^{-8}.$$

Für die Capacität des Elektrometers und der Verbindungsdrähte wurde gelegentlich der piëzoelektrischen Beobachtungen am Quarz, bei denen die Anordnung der Apparate genau die gleiche war, durch besondere, später mitzutheilende (aber früher ausgeführte) Versuche der Werth $C^0 = 66{,}2$ [cm] gefunden. Um C zu erhalten, ist noch die Capacität C' der mit Stanniol belegten Krystallplatte hinzuzufügen. Diese kann angenähert berechnet werden, indem man die letztere als ein Stück eines unendlich grossen Plattencondensators betrachtet. Dann wird, falls man die Dielektricitätsconstante des Natriumchlorates wieder $= 6$ annimmt,

$$C' = \frac{q' \cdot 6}{4\pi D} = \frac{1{,}52 \cdot 1{,}355 \cdot 6}{4\pi \cdot 0{,}348} = 2{,}82,$$

also

$$C = C^0 + C' = \mathbf{69{,}0}.$$

Demnach wird der absolute Werth des „piëzoelektrischen Moduls“

$$|\delta_{14}| = \mathbf{4{,}84 \cdot 10^{-8}},$$

d. i. ein Werth von derselben Grössenordnung, wie diejenigen für Quarz und Turmalin. Es bleibt jetzt noch das Vorzeichen von δ_{14} zu bestimmen bei derselben Verfügung über das Coordinatensystem, bei welcher oben das positive Vorzeichen von e_{41} ermittelt worden ist. Da die Lage der Tetraëderflächen an der Dodekaëderplatte nun nicht bekannt war, so muss diese Vorzeichenbestimmung indirect durch Vergleichung der piëzoelektrischen und elektrooptischen Beobachtungen an der Dodekaëderplatte geschehen. Besonders zu diesem Zwecke angestellte Versuche ergaben folgendes Resultat. — Es war die eine Breitseite durch einen parallel zur einen Kantenrichtung eingeritzten Pfeil ausgezeichnet; wir wollen festsetzen, dass aus dieser Breitseite die $+Z^0$-Axe austritt, und dass die bezeichnete Kantenrichtung X den Winkel $(+X^0, -Y^0)$ halbirt. Dies stimmt nämlich mit der früheren Vorzeichenbestimmung von e_{41} überein; denn es wurde bei negativer Ladung der bezeichneten Fläche, also positivem Moment c, in der den Winkel $(+X^0, +Y^0)$ halbirenden Richtung Y eine Verzögerung der parallel der Plattennormale Z^0 polarisirten Welle gegen die andere, parallel der Kantenrichtung X polarisirte Welle beobachtet, und nach der Theorie ist in diesem Falle $\omega_x^2 - \omega_z^2 = -e_{41} c$, also die erstere Welle in der That bei positivem c die langsamere. Das Ergebniss der piëzoelektrischen Beobachtung war nun, dass

die bezeichnete Fläche durch Druck parallel dem Pfeil, also parallel X, negativ elektrisch wurde, somit das erregte Moment c negativ war, wenn X_y einen negativen Werth hatte. Da aber der Theorie zufolge $c = -\delta_{14} X_y$ ist, so muss, damit die Vorzeichen von c und X_y übereinstimmen, δ_{14} negativ sein. Wir haben also bei der früheren Festlegung des Coordinatensystems (cf. S. 67—68) das Endresultat:

$$\boldsymbol{\delta_{14} = -4{,}84 \cdot 10^{-8}}.$$

Es wurden dann noch Messungen der piëzoelektrischen Erregung der früher beschriebenen „Octaëderplatte“ ausgeführt, welche zu einer Prüfung der Theorie dienen konnten.

Ist die Richtung des einseitigen Druckes p eine Octaëdernormale, — wir wollen annehmen die im ersten Octanten liegende — so ist

$$Y_z = Z_x = X_y = \tfrac{1}{3}p,$$

somit sind nach 25), § 1, die erregten Momente:

$$a = b = c = -\tfrac{1}{3}p\,\delta_{14}.$$

Das Gesammtmoment fällt folglich in die Druckrichtung und hat die Grösse:

$$m = -\frac{1}{\sqrt{3}}p\,\delta_{14}.$$

Um dieses Moment zu messen, wurde die Octaëderplatte zwischen zwei Metallplatten comprimirt, von denen die eine mit der Erde, die andere mit dem Elektrometer verbunden war. Dann findet man aus dem Elektrometerausschlage gerade wie früher die auf den Breitseiten der Platte entwickelte Elektricitätsmenge. Letztere ist hier aber unabhängig von den Dimensionen der Platte, da ja der Querschnitt q, auf den sich die Belastung P vertheilt, gleich der elektrisch geladenen Fläche q' ist; somit ist jene Elektricitätsmenge direct gleich dem Momente m für $p = 1$, und man erhält, wenn alle Grössen in absolutem Maass ausgedrückt werden, die Relation

$$\text{42)} \qquad \frac{m}{p} = -\frac{\delta_{14}}{\sqrt{3}} = \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot \frac{C}{P} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}.$$

Die Beobachtungsresultate sind folgende.

$$P = 1004 \text{ g.} \qquad \Phi = 42{,}25.$$

Fläche $F^{\times}$ mit dem El. verbunden.

	B	E	B	E	B	E	B	E	
φ_0	$-3{,}9$	$+3{,}5$	$-3{,}8$	$+3{,}6$	$-3{,}8$	$+3{,}6$	$-3{,}9$	$+3{,}7$;	$\bar{\varphi}_0 = 3{,}725$.

Fläche F mit dem El. verbunden.

	B	E	B	E	B	E	B	E	
φ_0	$+3{,}95$	$-3{,}45$	$+4{,}0$	$-3{,}4$	$+3{,}95$	$-3{,}5$	$+3{,}95$	$-3{,}6$;	$\bar{\varphi}_0 = 3{,}725$.

Also aus allen Beobachtungen: $\bar{\varphi}_0 = \mathbf{3{,}725}$, $\quad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = \mathbf{0{,}088}$.

Die Capacität C' war hier kleiner als früher, nämlich ungefähr $= \frac{6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}62}{0{,}26 \cdot 4\pi}$ $= 0{,}7$; dafür kam aber noch die Capacität der Metallplatten, auf welche der Druck ausgeübt wurde, hinzu, sodass man im Ganzen $C = 68$ wird setzen können (statt des Werthes 69 bei der Dodekaëderplatte). Dann erhält man nach 42):

$$\frac{m}{p} \text{ beobachtet: } = \mathbf{2{,}9 \cdot 10^{-8}},$$

$$\frac{m}{p} \text{ berechnet } = \frac{-\delta_{14}}{\sqrt{3}} = \mathbf{2{,}79 \cdot 10^{-8}}.$$

In Anbetracht der Kleinheit der beobachteten Ausschläge ist diese Uebereinstimmung ganz befriedigend.

In Betreff des Vorzeichens ist Folgendes zu bemerken. Nach den mitgetheilten Beobachtungen erhielt man bei Belastung negative Ausschläge, also positive Ladung, wenn die Fläche $F^\times$ mit dem Elektrometer verbunden war. Da nun nach der Bestimmung von δ_{14} das durch Druck parallel der im 1. Octanten liegenden Octaëdernormale entwickelte Moment ebenfalls positiv ist, so folgt, dass diese Octaëdernormale die äussere Normale der Fläche $F^\times$ der Octaëderplatte ist. Damit stimmen nun die elektrooptischen Beobachtungen an dieser Platte überein; denn wir waren durch diese am Schluss des § 3 ebenfalls zu dem Resultate gelangt, dass die Fläche $F^\times$ zur äusseren Normale die Octaëdernormale des ersten Octanten haben müsse. — Das Resultat, dass bei unserer Wahl des Coordinatensystems δ_{14} negativ ist, lässt sich nach dem Vorstehenden auch so aussprechen: es wird diejenige Fläche einer Octaëderplatte durch Druck positiv elektrisch, welche einer Tetraëderfläche des Krystalles zugekehrt ist. Wie in der Einleitung dieses Theiles erwähnt wurde, haben die Herren Hankel und Lindenberg sowie J. und P. Curie an tetraëdrischen Krystallen von $NaClO_3$ das entgegengesetzte, erstere dagegen an Krystallen mit vorherrschendem Würfel dasselbe Verhalten beobachtet.

§ 5. **Piëzooptische Beobachtungen.**

Wie wir schon in § 1 dieses Theiles (S. 32) sahen, braucht man von den Constanten $a_{11} - a_{12}$ und a_{44}, welche dem Ansatze 24) zufolge im Allgemeinen die durch Deformationen erzeugte Doppelbrechung regulärer Krystalle bestimmen, für den vorliegenden Zweck, d. h. die Berechnung der von der Deformation eines Natrium-

chloratkrystalles im elektrischen Felde herrührenden Doppelbrechung, nur die eine: a_{44} zu kennen, da in diesem Falle nach 26) nur Deformationen y_z, z_x, x_y auftreten. Aus den Formeln 24) lässt sich nun ableiten, dass $a_{44}s_{44}$ das Maass für den Gangunterschied ist, welcher in einem inactiven regulären Krystall in der Richtung einer Würfelnormale auftritt, wenn auf denselben einseitiger Druck parallel einer zu jener Würfelnormale senkrechten Dodekaëdernormale ausgeübt wird; es wird nämlich in diesem Falle[1])

$$\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{p v^2} = \frac{a_{44}}{v^2} s_{44},$$

wo ω_1 die Geschwindigkeit der parallel zur Druckrichtung, ω_2 diejenige der senkrecht zur Druckrichtung polarisirten Welle bezeichnet, und s_{44} die Bedeutung des Torsionsmoduls für die Torsion um eine Würfelnormale hat.

Besitzt der Krystall optisches Drehungsvermögen, so findet man durch Compensatorbeobachtungen in der Richtung der Würfelnormale nicht direct die der Geschwindigkeitsdifferenz $\omega_1 - \omega_2$ entsprechende relative Verzögerung, sondern zunächst die Grösse

$$x = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}} = -\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{v^2} \frac{n_0^3 \pi}{\lambda \delta_0}.$$

Aus der Grösse x, welche man aus der beim Drucke p beobachteten Compensatorverstellung Δ nach 33) berechnet hat, ergiebt sich dann

$$\text{43)} \qquad \frac{a_{44}}{v^2} s_{44} = -\frac{x}{p} \frac{\lambda \delta^0}{n_0^3 \pi}, \text{ oder für Na-Licht} = \mp \frac{x}{p} \cdot \frac{10^{-4}}{16{,}8},$$

wobei das obere Vorzeichen für einen linken, das untere für einen rechten Krystall gilt, immer unter der Voraussetzung, dass der Compensatorspalt zur Druckrichtung parallel ist.

Die hier vorausgesetzten Versuchsbedingungen sind nun erfüllt, wenn man die „Dodekaëderplatte" parallel einer ihrer langen Kanten, also ebenso wie bei den piëzoelektrischen Beobachtungen comprimirt und dabei auf der Breitseite der Platte, also in der Richtung Z^0, die Streifenverschiebung am in der gewöhnlichen Stellung befindlichen Compensator beobachtet. Bei den Beobachtungen, welche in dieser Weise ausgeführt wurden, stand die Krystallplatte unter einem Hebel in solcher Entfernung von dessen (zur Beobachtungsrichtung paralleler) Drehungsaxe, dass die Belastung P der Platte das 4,07-fache von derjenigen Q des Hebelendes war. Zum Ausgleich des auf die Schmalseiten der Platte wirkenden Druckes dienten Bleiplatten[2]). Die Nicols wurden in derselben Weise in Bezug auf die Plattenkanten orientirt, wie bei den elektrooptischen Beobachtungen.

Wie schon am Schlusse von § 2, *d*, S. 48 oben, bemerkt wurde, braucht bei diesen Beobachtungen die ursprünglich vorhandene (anomale) Doppelbrechung

1) Vergl. F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 376—378. 1889.

2) Wegen der Versuchsanordnung im Einzelnen vergl. meine Arbeit in Wied. Ann. **37**.

nicht berücksichtigt zu werden, da die derselben entsprechenden „Schwingungsrichtungen“ bereits parallel und senkrecht zu der Druckrichtung liegen, wie sie es in der comprimirten Platte thun. Wir sahen ferner S. 60, dass die Formel 33) im vorliegenden Fall durch die lineare Relation

$$x = +0{,}704\,\Delta$$

ersetzt werden kann, wenn das beobachtete Δ nicht grösser ist als 1, was hier erfüllt war.

Nachstehende Tabellen enthalten die Compensatoreinstellungen, welche an 3 bis 5 verschiedenen Stellen der Platte (am linken Rand [L. Rd.], in der Mitte [M.] und am rechten Rand [R. Rd.], und ev. noch dazwischen) bei entlastetem, mit $Q = 2344$ g belastetem und wieder entlastetem Hebel erhalten wurden. Die einzelnen Zahlen sind Mittelwerthe aus je 5 bis 6 Einstellungen.

Druck parallel den 15,6 mm langen Kanten.

Erste Aufstellung.

	L. Rd.	M.	R. Rd.	
E	0,91	0,882	0,694	
B	0,05	0,262	0,042	
E	0,872	0,900	0,732	
Δ	– 0,841	– 0,629	– 0,671;	Mittel – 0,714.

Zweite Aufstellung.

	L. Rd.		M.		R. Rd.	
E	1,058	1,326	1,248	1,292	1,378	
B	0,310	0,774	0,468	0,648	0,724	
E	1,050	1,342	1,234	1,272	1,394	
Δ	–0,734	–0,560	–0,773	–0,634	–0,662;	Mittel –0,673.

Mittel aus beiden Beobachtungsreihen: $\Delta = -\mathbf{0{,}693}$;

daraus $\dfrac{\Delta}{p} = -\dfrac{0{,}693 \cdot 15{,}15 \cdot 3{,}48}{2344 \cdot 4{,}07} = -\mathbf{3{,}83 \cdot 10^{-3}}$.

Druck parallel den 15,15 mm langen Kanten.

Erste Aufstellung.

	L. Rd.		M.		R. Rd.	
E	1,544	1,774	1,950	1,642	1,842	
B	0,806	1,057	1,292	0,932	1,160	
E	1,572	1,776	1,930	1,640	1,818	
Δ	–0,752	–0,718	–0,648	–0,709	–0,670;	Mittel –0,70.

Zweite Aufstellung.

	L. Rd.		M.		R. Rd.
E	0,820	1,018	1,052	1,412	1,572
B	0,142	0,380	0,367	0,754	0,872
E	0,832	1,030	1,044	1,410	1,558
Δ	−0,684	−0,644	−0,681	−0,657	−0,693; Mittel −0,672.

Mittel aus beiden Reihen: $\Delta = -\mathbf{0{,}686}$;

$$\text{daraus}\ \frac{\Delta}{p} = -\frac{0{,}686 \cdot 15{,}6 \cdot 3{,}48}{2344 \cdot 4{,}07} = -\mathbf{3{,}90 \cdot 10^{-3}}.$$

Wenn auch die einzelnen Beobachtungen an verschiedenen Stellen der Platte in Folge der bei ihrer grossen Breite schwer zu vermeidenden Ungleichförmigkeit der Compression bisweilen stark differirten, so stimmen doch die Mittelwerthe gut überein und ergeben für beide Druckrichtungen nahe denselben Werth von $\frac{\Delta}{p}$, wie es die krystallographische Symmetrie der Platte verlangt. Das Gesammtmittel ist

$$\frac{\Delta}{p} = -3{,}865 \cdot 10^{-3},$$

und aus diesem Werthe folgt

$$\frac{x}{p} = -2{,}72 \cdot 10^{-3},$$

und schliesslich nach 43), wenn man berücksichtigt, dass die Dodekaëderplatte rechtsdrehend war,

$$\frac{a_{44}}{v^2} \cdot s_{44} = -\mathbf{1{,}62 \cdot 10^{-8}}.$$

Zum Vergleich sei angeführt, dass der entsprechende Werth für Steinsalz $-0{,}833 \cdot 10^{-8}$, für Sylvin $-4{,}22 \cdot 10^{-8}$ beträgt. —

In der zu prüfenden Relation 27) tritt aber nicht das Product $a_{44} s_{44}$, sondern die Constante a_{44} selbst auf, so dass man noch den Torsionsmodul s_{44} kennen muss. Dieser ist nun nach den Bestimmungen, welche Herr Voigt[1]) an Stäbchen, die aus einem der grössten Krystalle geschnitten waren, ausgeführt hat,

$$s_{44} = +0{,}821 \cdot 10^{-6},$$

falls ebenso, wie bei der obigen Berechnung von $\frac{a_{44} s_{44}}{v^2}$, Millimeter als Längeneinheit und Gramm als Krafteinheit gewählt werden. Demnach erhält man für

1) W. Voigt, Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen. 1893, 220—224.

die Constante $\frac{a_{44}}{v^2}$, welche eine reine Zahl ist, den Werth:

$$\frac{a_{44}}{v^2} = -0{,}0197.$$

(Die Werthe derselben für Steinsalz und Sylvin sind bezw. $-0{,}0108$ und $-0{,}0276$.)

§ 6. **Schlussfolgerung aus den gewonnenen Resultaten.**

Nachdem der piëzoelektrische Modul δ_{14} und die piëzooptische Constante $\frac{a_{44}}{v^2}$ bestimmt worden ist, kann nunmehr aus der Formel 27) diejenige Constante $\frac{e'_{41}\varkappa}{v^2}$ berechnet werden, welche die Doppelbrechung im elektrischen Felde bestimmen würde, falls dieselbe aus der gleichzeitig stattfindenden Deformation ebenso wie aus einer gleichen, mechanisch erzeugten Deformation berechnet werden könnte.

Man findet

$$\frac{e'_{41}\varkappa}{v^2} = \delta_{14}\frac{a_{44}}{v^2} = +4{,}84 \cdot 0{,}0197 \cdot 10^{-8}$$
$$= +0{,}0955 \cdot 10^{-8}.$$

Dagegen war der durch directe Beobachtungen gefundene Werth dieser elektrooptischen Constante (siehe § 3, c, B, S. 68):

$$\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = +1{,}19 \cdot 10^{-8}.$$

Während also die Vorzeichen der beobachteten und berechneten Constanten übereinstimmen, differiren ihre absoluten Werthe ganz ausserordentlich, so zwar, dass die beobachtete elektrooptische Wirkung mehr als 12mal so gross ist, wie die aus der Deformation berechnete. Es kann demnach kein Zweifel sein, dass im Natriumchlorat die durch dielektrische Polarisation verursachte optische Wirkung verschieden ist von derjenigen, welche eine der dabei stattfindenden Deformation gleiche, durch mechanische Einwirkung hervorgebrachte Deformation verursachen würde, woraus zu schliessen ist, dass das elektrostatische Feld auf die Lichtbewegung im Natriumchlorat eine **directe** Wirkung ausübt.

III. Theil.

Quarz.

§ 1. Allgemeine Formeln.

Das Coordinatensystem soll ebenso festgelegt werden, wie es in der Untersuchung von Hrn. Voigt[1]) über die Elasticitätsverhältnisse des Quarzes zuerst geschehen und später in den Arbeiten über dessen piëzooptische[2]) und piëzoelektrische[3]) Constanten beibehalten worden ist, nämlich es sollen die Hauptaxe (dreizählige Symmetrieaxe) zur Z^0-Axe, eine zweizählige Symmetrieaxe zur X^0-Axe gewählt und deren positive Richtungen so angenommen werden, dass die $+Y^0$-Axe aus einer der um die $+Z^0$-Axe herum liegenden Flächen des positiven Rhomboëders austritt. Dann nimmt der allgemeine Ansatz 6) folgende specielle Form an[4]):

$$44)\quad \begin{aligned} &B_{11}-\omega_o^{0^2}=e_{11}a, \quad B_{22}-\omega_o^{0^2}=-e_{11}a, \quad B_{33}-\omega_e^{0^2}=0, \\ &B_{23}=e_{41}a, \quad B_{31}=-e_{41}b, \quad B_{12}=-e_{11}b. \end{aligned}$$

Hieraus wären die Hauptaxen des veränderten Ovaloids mittelst der Formeln 3) und 4) abzuleiten und die Lichtgeschwindigkeiten ω_1, ω_2 für eine gegebene Fortpflanzungsrichtung in bekannter Weise zu berechnen. Doch ist dabei wieder die Circularpolarisation zu berücksichtigen, also sind die Gleichungen 22) und 23) anzuwenden, wenigstens für Beobachtungen in Richtungen, die wenig von der Hauptaxe Z^0 abweichen. Sobald es sich aber um Richtungen handelt, welche unter Winkeln von mehr als 25^0 gegen die Hauptaxe geneigt sind, hat beim Quarz in Folge seiner natürlichen Doppelbrechung die Circularpolarisation keinen merklichen Einfluss mehr, d. h. die Wellen sind nicht von linearpolarisirten zu unterscheiden und folgen dem Huyghens'schen Gesetz für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Für solche, hinreichend stark gegen die Axe Z^0 geneigte Beobachtungsrichtungen kann man also auch die modificirten Geschwindigkeiten ω_1, ω_2 direct aus den obigen B_{hk} berechnen, als ob es sich um einen inactiven Krystall handelte, und dementsprechend werden wir bei den Anwendungen im § 2 verfahren. Zu den Formeln 44) sei noch bemerkt, dass unter ω_o^0 der Mittelwerth aus den beiden ursprünglich in der Richtung der Hauptaxe stattfindenden Lichtgeschwindigkeiten ω_r^0 und ω_l^0 zu verstehen ist, während ω_e^0 die ursprüngliche ausserordentliche Hauptlichtgeschwindigkeit bezeichnet.

1) W. Voigt, Wied. Ann. 31, 701. 1887.
2) F. Pockels, Wied. Ann. 37, 161. 1889.
3) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. 45, 525. 1892.
4) F. Pockels, N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. 7, 210. 1890.

Die Aenderungen des optischen Verhaltens rhomboëdrischer und auch trapezoëdrisch-tetartoëdrischer Krystalle durch elastische Deformationen sind gegeben durch folgende Werthe der Grössen B_{hk}:[1])

$$
45)\quad \left|\begin{aligned}
B_{11} - \omega_o^{0^2} &= a_{11}x_x + a_{12}y_y + a_{13}z_z + a_{14}y_z\\
B_{22} - \omega_o^{0^2} &= a_{12}x_x + a_{11}y_y + a_{13}z_z - a_{14}y_z\\
B_{33} - \omega_e^{0^2} &= a_{31}(x_x + y_y) + a_{33}z_z\\
B_{23} &= a_{41}(x_x - y_y) + a_{44}y_z\\
B_{31} &= a_{44}z_x + a_{41}x_y\\
B_{12} &= a_{14}z_x + \tfrac{1}{2}(a_{11} - a_{12})x_y.
\end{aligned}\right.
$$

In Betreff der Berücksichtigung der Circularpolarisation bei der Anwendung dieser Formeln gilt das oben Gesagte, d. h. dieselbe kommt nur für die in der Nähe der Hauptaxe zu beobachtenden Erscheinungen in Betracht.

Der Voigt'sche Ansatz 7) für die piëzoelektrischen Momente nimmt für die Gruppe des Quarzes in Bezug auf das oben definirte Axensystem die Form an:

$$
46)\quad \left|\begin{aligned}
a &= -\delta_{11}(X_x - Y_y) - \delta_{14}Y_z,\\
b &= +\delta_{14}Z_x + 2\delta_{11}X_y,
\end{aligned}\right.
$$

enthält also, wie die Formeln 44), nur 2 Constante.

Zufolge den Gleichungen 8) werden demnach die Deformationen in einem homogenen elektrischen Felde, welches die Momente a, b, c inducirt, folgende:

$$
47)\quad \left|\begin{aligned}
x_x &= \delta_{11}\frac{a}{\varkappa_1}, \qquad y_y = -\delta_{11}\frac{a}{\varkappa_1}, \qquad z_z = 0,\\
y_z &= \delta_{14}\frac{a}{\varkappa_1}, \qquad z_x = -\delta_{14}\frac{b}{\varkappa_1}, \qquad x_y = -2\delta_{11}\frac{b}{\varkappa_1},
\end{aligned}\right.
$$

worin $\varkappa_1$ die Inductionsconstante für Richtungen senkrecht zur Z^0-Axe bezeichnet.

Es sei hier erwähnt, dass von diesen Formeln diejenige für y_y durch directe Messungen der Dilatation im elektrischen Felde, welche J. und P. Curie[2]) an dünnen Quarzplatten ausgeführt haben, sehr gute Bestätigung gefunden hat.

Aus den piëzoelektrischen Modulen δ_{11}, δ_{14} und den piëzooptischen Constanten setzen sich nun diejenigen Werthe e'_{11}, e'_{41}, welche die elektrooptischen Constanten im Falle lediglich indirecter, d. h. aus den Deformationen 47) nach 45) zu berechnender elektrooptischer Wirkung haben müssen, nach den allgemeinen Gleichungen 9) folgendermaassen zusammen:

---

1) Vergl. meine schon citirte Abhandlung in Wied. Ann. 37.

2) J. u. P. Curie, Journ. de phys. (2) VIII, 149. 1889. Vergl. auch Th. Liebisch, Physikalische Krystallographie, Leipzig 1891, p. 277—280.

$$
48) \quad \left| \begin{aligned} e'_{11} &= \frac{1}{\varkappa_1}\{\delta_{11}(a_{11} - a_{12}) + \delta_{14} a_{14}\}, \\ e'_{41} &= \frac{1}{\varkappa_1}\{2\delta_{11} a_{41} + \delta_{14} a_{44}\}. \end{aligned} \right.
$$

Schliesslich seien noch die Relationen zwischen den elastischen Drucken und Deformationsgrössen, von denen bei der experimentellen Bestimmung der a_{hk} Anwendung zu machen ist, angeführt; sie lauten für die trapezoëdrische Tetartoëdrie des hexagonalen Systems wie folgt:

$$
49) \quad \left| \begin{aligned} x_x &= -\{s_{11} X_x + s_{12} Y_y + s_{13} Z_z + s_{14} Y_z\} \\ y_y &= -\{s_{12} X_x + s_{11} Y_y + s_{13} Z_z - s_{14} Y_z\} \\ z_z &= -\{s_{13}(X_x + Y_y) + s_{33} Z_z\} \\ y_z &= -\{s_{14}(X_x - Y_y) + s_{44} Y_z\} \\ z_x &= -\{s_{44} Z_x + 2 s_{14} X_y\} \\ x_y &= -\{2 s_{14} Z_x + 2(s_{11} - s_{12}) X_y\}. \end{aligned} \right.
$$

§ 2. Theorie der beobachteten elektrooptischen Erscheinungen.

Zur experimentellen Bestimmung der Constanten e_{11} und e_{41} reicht es aus, die optischen Aenderungen zu beobachten, welche bei dielektrischer Polarisation parallel der X^0- und Y^0-Axe eintreten. Bei der vorliegenden Untersuchung kamen daher nur diese 2 speciellen Elektrisirungsrichtungen zur Anwendung, was mir um so mehr ausreichend schien, als über die Lage der optischen Symmetrieaxen und die relative Grösse der Gangunterschiedsänderungen bei anderen Elektrisirungsrichtungen in der X^0Y^0-Ebene bereits Beobachtungen von Herrn P. Czermak vorliegen, welche die aus den Formeln 44) zu ziehenden Folgerungen bestätigen [1]). — Die Abweichungen der Richtung der Kraftlinien von der X^0- oder Y^0-Axe, welche bei den Beobachtungen infolge fehlerhafter Orientirung der untersuchten Platten vorkamen, waren so gering, dass sie nicht berücksichtigt zu werden brauchen (überdies wären Abweichungen innerhalb der X^0Y^0-Ebene gar nicht so genau nachweisbar gewesen, dass sich eine Correctionsrechnung dieserhalb verlohnt hätte).

a. Kraftlinien parallel X^0.

Hier ist a = dem Gesammtmoment m, $b = 0$, folglich nach 44):

$$
B_{11} - \omega_o^{0^2} = -(B_{22} - \omega_o^{0^2}) = e_{11} m, \qquad B_{33} - \omega_e^{0^2} = 0,
$$
$$
B_{23} = e_{41} m, \qquad B_{31} = B_{12} = 0.
$$

1) P. Czermak, Sitzungsber. d. Wiener Akad. **97** (2) 301—324. 1888. Eine Vergleichung der Resultate Czermaks mit meiner allgemeinen Theorie habe ich im N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. **7**, 218, 1890, gegeben.

Da B_{31} und B_{12} verschwinden, so besteht die Richtungsänderung der optischen Symmetrieaxen nur in einer Drehung um die X^0-Axe und zwar um einen Winkel Φ_x, welcher, positiv gerechnet, wenn die neue Symmetrieaxe Y von Y^0 aus gegen Z^0 hin gedreht ist, gegeben ist durch[1])

$$\operatorname{tg} 2\Phi_x = \frac{2 B_{23}}{B_{22} - B_{33}}.$$

Da nun die Aenderungen der Doppelbrechung im elektrischen Felde sehr klein sind gegen die ursprüngliche Doppelbrechung, also auch B_{23} sehr klein ist gegen $\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}$, so kann die Tangente oder der Sinus des Winkels Φ_x mit dem Winkel selbst vertauscht und im Nenner des vorstehenden Ausdruckes $e_{11} m$ neben $\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}$ vernachlässigt werden, so dass man erhält

$$\Phi_x = \frac{e_{41} m}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}. \tag{50}$$

Demgemäss werden die Richtungscosinus der Symmetrieaxen X, Y, Z bis auf Grössen zweiter Ordnung:

$$\alpha_1 = 1, \quad \beta_2 = \gamma_3 = 1, \quad \beta_1 = \gamma_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0, \quad \beta_3 = -\gamma_2 = \Phi_x,$$

und die Gleichungen 4) für die neuen Hauptlichtgeschwindigkeiten ergeben mit derselben Annäherung:

$$\omega_x^2 = \omega_o^{0^2} + e_{11} m, \qquad \omega_y^2 = \omega_o^{0^2} - e_{11} m, \qquad \omega_z^2 = \omega_e^{0^2}. \tag{50'}$$

Wir wollen nun sehen, wie auf Grund dieser Formeln die Grössen e_{11} und e_{41} durch Compensatorbeobachtungen, sowie die erstere auch durch Messung der Durchmesser der in der Richtung der Hauptaxe im convergenten Lichte beobachtbaren Interferenzcurven ermittelt werden können.

I. Compensatorbeobachtungen parallel Y^0 oder den Halbirungslinien der Winkel (Y^0, Z^0) und ($-Y^0$, Z^0).

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in der Richtung Y^0 oder einer sehr wenig davon abweichenden unterscheiden sich von ω_x und ω_z nur um Grössen zweiter Ordnung, wenn $e_{11} m$ und $e_{41} m$ als solche erster Ordnung betrachtet werden. Compensatormessungen in der Beobachtungsrichtung Y^0, bei denen der Compensatorspalt parallel zu X^0 gerichtet ist, liefern demnach nach Gl. 11) die Grösse

$$\bar{\Delta}_1 = \frac{L^0}{2\lambda}\left\{\frac{+e_{11} m}{v^2} n_o^{0^3} + 2\,\frac{L - L^0}{L^0}(n_e^0 - n_o^0)\right\}.$$

Die Aenderung der Dicke des Krystalles in der Beobachtungsrichtung ist $L - L^0 = L^0 y_y$, und dabei ist y_y die durch 47) gegebene Dilatation in Folge der

1) Vergl. F. Pockels, Wied. Ann. 37, p. 156.

dielektrischen Polarisation $a = m$, $b = c = 0$, also gleich $-\delta_{11}\frac{m}{\varkappa_1}$. Daher kann man obigen Ausdruck schreiben:

$$\overline{\varDelta}_1 = \frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{n_o^{0^3}}{2}\cdot\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} + \delta_{11}(n_o^0 - n_e^0)\right\}, \tag{51}$$

worin $\frac{m}{\varkappa_1}$ das negative Potentialgefälle innerhalb des Krystalles in der Richtung $+X^0$ ist. Es sei daran erinnert, dass $\overline{\varDelta}$, die wirklich stattfindende relative Verzögerung in Wellenlängen, mit der beobachteten Anzahl $\varDelta$ von Umdrehungen der Compensatorschraube in dem Zusammenhang steht, dass $\overline{\varDelta} = -\frac{\varDelta}{23,8}$ ist, vorausgesetzt die Anwendung von Natriumlicht. Wird mit einer anderen Lichtsorte beobachtet, so ändert sich der Streifenabstand im Compensator d (= 23,8 für Na-Licht) in demselben Verhältniss wie λ, und da bei der Berechnung des Klammerausdruckes in 51) schliesslich nur das Verhältniss $\frac{\lambda}{d}$ auftritt, so kann man, auch wenn $\varDelta$ mit anderem Licht beobachtet wurde, doch immer die für Na-Licht geltenden Werthe $d = 23,8$ und $\lambda = 589,2\cdot 10^{-6}$ einsetzen; so wird später bei Berechnung der mit „weissem Licht" angestellten Beobachtungen verfahren werden.

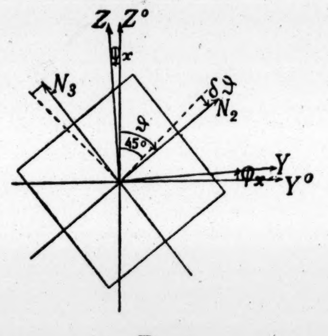


Fig. 7.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in einer Richtung N, die in der Y^0Z^0-Ebene liegt und mit der Z^0-Axe den Winkel ϑ, positiv gerechnet gegen die $+Y^0$-Axe hin, mit der Z-Axe also den Winkel $\vartheta + \Phi_x$ bildet (vergl. Fig. 7), sind gegeben durch

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \omega_z^2\sin^2(\vartheta+\Phi_x) + \omega_y^2\cos^2(\vartheta+\Phi_x)\\ &= \omega_e^{0^2}\sin^2\vartheta + \omega_o^{0^2}\cos^2\vartheta + (\omega_e^{0^2}-\omega_o^{0^2})\,\Phi_x\sin 2\vartheta + (\omega_y^2-\omega_o^{0^2})\cos^2\vartheta,\\ \omega_2^2 &= \omega_x^2,\end{aligned}$$

oder mit Berücksichtigung der Formeln 50) und 50′)

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \omega_e^{0^2}\sin^2\vartheta + \omega_o^{0^2}\cos^2\vartheta - e_{41}m\sin 2\vartheta - e_{11}m\cos^2\vartheta,\\ \omega_2^2 &= \omega_o^{0^2} + e_{11}m.\end{aligned}$$

Bei den Beobachtungen sollte der Winkel $\vartheta = \pm 45^0$ sein; um aber gleich die Orientirungsfehler zu berücksichtigen, wollen wir ihn $= +45^0 + \delta\vartheta$ bezw. $-45^0 + \delta\vartheta$ annehmen. Dann erhält man

$$\begin{aligned}\omega_2^2 - \omega_2^{0^2} &= e_{11}m \text{ in beiden Fällen},\\ \omega_1^2 - \omega_1^{0^2} &= -e_{41}m - e_{11}m(\tfrac{1}{2} - \delta\vartheta) \text{ für } \vartheta = +45^0 + \delta\vartheta,\\ &= +e_{41}m - e_{11}m(\tfrac{1}{2} + \delta\vartheta) \;\;\text{„}\;\; \vartheta = -45^0 + \delta\vartheta.\end{aligned}$$

Um die relative Verzögerung berechnen zu können, ist noch die Dickenzunahme $L-L^0$ in der Beobachtungsrichtung zu bestimmen, wobei jedoch $\vartheta = \pm 45^0$ gesetzt werden kann. Dieselbe ist allgemein $L^0(\frac{1}{2}y_y + \frac{1}{2}z_z \pm \frac{1}{2}y_z)$, oder, da hier zufolge 47) die speciellen Werthe

$$y_y = -\delta_{11}\frac{m}{\varkappa_1}, \qquad z_z = 0, \qquad y_z = +\delta_{14}\frac{m}{\varkappa_1}$$

gelten,

$$L-L^0 = L^0\cdot\tfrac{1}{2}\frac{m}{\varkappa_1}(-\delta_{11}+\delta_{14}) \text{ für } \vartheta = +45^0,$$

$$L-L^0 = L^0\cdot\tfrac{1}{2}\frac{m}{\varkappa_1}(-\delta_{11}-\delta_{14}) \quad ,, \quad \vartheta = -45^0.$$

Ferner sind die Brechungsindices n_1^0 und n_2^0 (ersterer wenigstens sehr annähernd):

$$n_1^0 = \tfrac{1}{2}(n_o^0+n_e^0) = n_m, \qquad n_2^0 = n_o^0.$$

Nach Einsetzung aller vorstehend gefundenen Ausdrücke in 11) findet man für die mit dem Compensator in den Beobachtungsrichtungen N_2 ($\vartheta = 45+\delta\vartheta$) und N_3 ($\vartheta = -45+\delta\vartheta$) messbaren relativen Verzögerungen:

$$52)\qquad \bar{\Delta}_2 = \frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}\left(\frac{n_o^{0^3}}{2}+\frac{n_m^3}{2}(\tfrac{1}{2}-\delta\vartheta)\right)+\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}\frac{n_m^3}{2}+\tfrac{1}{4}(n_o^0-n_e^0)(\delta_{11}-\delta_{14})\right\},$$

$$53)\qquad \bar{\Delta}_3 = \frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}\left(\frac{n_o^{0^3}}{2}+\frac{n_m^3}{2}(\tfrac{1}{2}+\delta\vartheta)\right)-\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}\frac{n_m^3}{2}+\tfrac{1}{4}(n_o^0-n_e^0)(\delta_{11}+\delta_{14})\right\}.$$

Bei Vernachlässigung der Correctionen wegen der Dickenänderung und des Orientirungsfehlers, sowie der Verschiedenheit von n_o^3 und n_m^3, wird $\bar{\Delta}_2$ proportional mit $(\frac{3}{2}e_{11}+e_{41})$, $\bar{\Delta}_3$ mit $(\frac{3}{2}e_{11}-e_{41})$, so dass dann die Summe beider Grössen $3e_{11}$, die Differenz $2e_{41}$ liefert. Jedenfalls würde die Bestimmung von $\bar{\Delta}_2$ und $\bar{\Delta}_3$ allein zur Berechnung von e_{11} und e_{41} ausreichen.

Die in den Formeln 51)—53) vorkommenden Brechungsindices haben für Natriumlicht die Werthe: $n_o^0 = 1{,}5442$, $n_e^0 = 1{,}5533$, $n_m = 1{,}5488$, und dementsprechend ist

$$\frac{n_o^{0^3}}{2} = 1{,}841, \quad \frac{n_e^{0^3}}{2} = 1{,}874, \quad \frac{n_m^3}{2} = 1{,}858, \quad n_o^0-n_e^0 = -0{,}0091.$$

Bei Beobachtungen in Richtungen nahe parallel der Hauptaxe kommt, wie schon hervorgehoben, die Circularpolarisation zur Geltung und superponirt sich der ohne Rücksicht auf sie berechneten Doppelbrechung in derselben Weise, wie es beim Natriumchlorat erörtert wurde; nur ist diese Doppelbrechung hier zum weitaus grössten Theil bereits im natürlichen Zustande des Krystalles vorhanden, wo sie dem Huyghens'schen Gesetz folgt. Für die Richtung der Hauptaxe selbst ist $\omega_1^2-\omega_2^2 = \omega_x^2-\omega_y^2 = 2e_{11}m$, die Differenz der Geschwindigkeitsquadrate also $\pm\sqrt{(\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2})^2+(2e_{11}m)^2}$. Compensatorbeobachtungen genau in der Richtung Z^0

würden nach der Formel 33) eine Grösse $x = \frac{\pm 2 e_{11} m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ liefern. Dieser Grösse ist, wie wir früher sahen (vergl. die Näherungsformel 33'), die beobachtete Compensatorverschiebung $\varDelta$ nahezu proportional, wobei der Proportionalitätsfactor von der Weglänge L der Lichtstrahlen im Krystall abhängt, aber derart, dass er durch Vergrösserung derselben nicht wesentlich vergrössert werden kann, sondern schliesslich sogar wieder abnimmt. Da nun das Drehungsvermögen $\frac{1}{2}\delta^0$ des Quarzes in der Richtung der Hauptaxe fast 7 mal so gross ist, wie dasjenige des Natriumchlorats, so ist bei gleich starker elektrooptischer Wirkung x und folglich auch $\varDelta$ beim Quarz etwa 7mal kleiner, als beim Natriumchlorat. Daher können die Compensatorstreifen bei Beobachtung parallel Z^0 nur eine sehr geringe Verschiebung erfahren, welche auch durch Vergrösserung der Plattenlänge L nicht wesentlich gesteigert werden kann. In der That konnte an einer 59,9 mm langen Platte in einem starken elektrischen Felde kaum eine Verschiebung wahrgenommen werden.

Compensatorbeobachtungen in der Richtung der Hauptaxe sind demnach ungeeignet zur Bestimmung des Gangunterschiedes bezw. der Constante e_{11}. Dagegen konnte hierzu die Beobachtung der Aenderung der im convergenten homogenen Lichte sichtbaren Interferenzcurven dienen, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

II. Beobachtung der Interferenzringe um die Hauptaxe.

Eine Quarzplatte, welche von zwei zur Hauptaxe Z^0 senkrechten ebenen Flächen begrenzt wird, zeigt im convergenten homogenen Lichte zwischen gekreuzten Nicols dunkle Interferenzkreise, deren Winkelhalbmesser Θ sich durch die Gleichung

$$\frac{L\delta^0}{2\cos\vartheta}\sqrt{1 + k^{0^2}\sin^4\vartheta} = h\pi, \quad \text{wo } h = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \text{ ist,}$$

bestimmen, wenn ϑ der entsprechende Winkel im Innern des Krystalles, also gleich $\arcsin\left(\frac{1}{n_o^0}\sin\Theta\right)$, L die Dicke der Platte (parallel Z^0 gerechnet), $\frac{\delta^0}{2}$ wie früher das specifische Drehungsvermögen, und k^0 eine Constante, nämlich der Quotient $\frac{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ ist, welcher für Natriumlicht den numerischen Werth 126,5 besitzt. Wird nun der Krystall durch äussere Einwirkung — einseitigen Druck oder dielektrische Polarisation senkrecht zur Hauptaxe — optisch zweiaxig mit einem Axenwinkel 2Ω, so werden die Interferenzringe zu Lemniscaten deformirt, deren Gleichung ist[1]):

$$\frac{L\delta^0}{2\cos\vartheta}\sqrt{1 + \left(\frac{x\sin u\sin v}{\sin^2\Omega}\right)^2} = h\pi \qquad (h = \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

1) Vergl. hierzu F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 295—97. 1889.

worin ϑ wieder den Winkel zwischen der Wellennormale im Krystall und der Z^0-Axe, u, v die Winkel zwischen ersterer und den beiden optischen Axen bezeichnen, und x die frühere Bedeutung: $\pm \frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ besitzt. Da $\sin^2 \Omega = \frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{\omega_y^2 - \omega_z^2}$ oder $= \frac{\omega_x^2 - \omega_y^2}{\omega_x^2 - \omega_z^2}$ ist, je nachdem ω_y oder ω_x die grösste Hauptlichtgeschwindigkeit bedeutet, so ist $\frac{x}{\sin^2 \Omega}$ entweder $= \frac{\omega_y^2 - \omega_z^2}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ oder $= \frac{\omega_x^2 - \omega_z^2}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$, also, da $\omega_x^2 - \omega_z^2$ und $\omega_y^2 - \omega_z^2$ sich von $\omega_o^{0^2} - \omega_l^{0^2}$ verhältnissmässig sehr wenig unterscheiden, jedenfalls eine von k^0 sehr wenig verschiedene Grösse k.

Für die Messung kommen nur der grösste und kleinste Durchmesser der Lemniscaten in Betracht. Man misst zwar nicht direct ϑ, sondern den entsprechenden Winkel $\Theta = \arcsin (n_o^0 \sin \vartheta)$ ausserhalb des Krystalles; aber es kommt offenbar zunächst nur darauf an, ϑ zu berechnen.

Für den grössten Durchmesser, also denjenigen parallel der Ebene der optischen Axen, ist

$$u = \vartheta - \Omega, \qquad v = \vartheta + \Omega, \qquad \sin u \sin v = \sin^2 \vartheta - \sin^2 \Omega.$$

Setzt man noch

$$\frac{2\pi}{L\delta^0} = c,$$

welche Grösse für die gegebene Platte als constant betrachtet werden kann und im Falle der dielektrischen Polarisation streng constant ist, weil dieselbe keine Dilatation z_z erzeugt, so erhält man für die den grössten Ringdurchmessern entsprechenden Winkel ϑ_h die Gleichung

$$k^2 (\sin^2 \vartheta_h - \sin^2 \Omega)^2 = h^2 c^2 - 1 - h^2 c^2 \sin^2 \vartheta_h,$$

oder, da $k \sin^2 \Omega = x$ ist,

$$k \sin^2 \vartheta_h - x = \sqrt{(hc \cos \vartheta_h)^2 - 1}. \tag{54}$$

Für den kleinsten Durchmesser gilt, wenn ϑ' der entsprechende Winkel gegen Z^0 im Krystall ist,

$$u = v, \qquad \cos^2 u = \cos^2 \vartheta' \cos^2 \Omega,$$
$$\sin u \sin v = \sin^2 \Omega \cos^2 \vartheta' + \sin^2 \vartheta',$$

also erhält man die Gleichung:

$$k \sin^2 \vartheta_h' + x \cos^2 \vartheta_h' = \sqrt{(hc \cos \vartheta_h')^2 - 1}. \tag{54'}$$

Was die dem h beizulegenden ganzzahligen Werthe betrifft, so sind dieselben, wenn g die grösste in $\frac{1}{c} = \frac{L\delta^0}{2\pi}$ enthaltene ganze Zahl bezeichnet:

$h = g + 1$ für den 1ten, $= g + 2$ für den 2ten Ring u. s. w.

Es hängt also von der Dicke der Platte ab, mit welcher Zahl die Reihe der h beginnt; der Anfangswerth 1 wird nur dann zulässig sein, wenn $L < \frac{2\pi}{\delta^0}$, d. i. im Falle von Natriumlicht kleiner als $\frac{180}{21,67} = 8,3$ mm ist. — Die Formeln 54) und 54′) gelten, wie noch einmal hervorgehoben sei, nur für den Fall gekreuzter Nicols, wobei deren Polarisationsebenen übrigens aber beliebig gegen die Ebene der optischen Axen des Krystalles orientirt sein können.

Wir wollen sie nun anwenden auf den Fall, dass die Zweiaxigkeit durch dielektrische Polarisation parallel der X^0-Axe erzeugt ist. Dann ist nach 50′)

$$\omega_x^2 = \omega_o^{0^2} + e_{11} m, \qquad \omega_y^2 = \omega_o^{0^2} - e_{11} m, \qquad \omega_z^2 = \omega_e^{0^2},$$

also

$$\omega_y^2 - \omega_z^2 = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} - e_{11} m = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + \tfrac{1}{2}(\omega_y^2 - \omega_x^2),$$

$$\omega_x^2 - \omega_z^2 = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + e_{11} m = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} - \tfrac{1}{2}(\omega_y^2 - \omega_x^2),$$

und, wenn man unter x den absoluten Werth von $\frac{2e_{11} m}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ versteht und auch k und k^0 absolut rechnet:

$$k = k^0 + \tfrac{1}{2} x.$$

Setzt man diesen Werth ein, so gehen die Gleichungen 54) und 54′), in denen der Quadratwurzel ebenfalls stets der absolute Werth beizulegen ist, über in

$$55) \qquad x(1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\vartheta_h) = k^0 \sin^2\vartheta_h - \sqrt{(hc\cos\vartheta_h)^2 - 1},$$

$$55') \qquad x(1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\vartheta_h') = -k^0 \sin^2\vartheta_h' + \sqrt{(hc\cos\vartheta_h')^2 - 1},$$

während zugleich für die ursprünglichen Ringhalbmesser die Gleichung gilt:

$$56) \qquad 0 = k^0 \sin^2\vartheta_h^0 - \sqrt{(hc\cos\vartheta_h^0)^2 - 1}.$$

Diese letztere kann zur Berechnung von c dienen, oder wenigstens zur Controlle des aus der Dicke L nach der Formel $c = \frac{2\pi}{L\delta^0}$ berechneten Werthes dieser Grösse. Die Formeln 55) und 55′) zur Berechnung von x lassen sich nun in eine bequemere Form, in welcher sie die direct beobachteten Aenderungen der Ringdurchmesser enthalten, bringen, wenn man berücksichtigt, dass die bei den Beobachtungen in Betracht kommenden Winkel ϑ, umsomehr aber ihre Aenderungen $\vartheta - \vartheta^0$ und $\vartheta^0 - \vartheta'$, sehr klein sind. Man kann dann nämlich für jeden Ring $\sqrt{(hc\cos\vartheta)^2 - 1}$ als constant $= \sqrt{(hc\cos\vartheta^0)^2 - 1} = k^0 \sin^2\vartheta^0$ betrachten, ebenso $1 - \frac{1}{2}\sin^2\vartheta$ immer $= 1 - \frac{1}{2}\sin^2\vartheta^0 = \cos\vartheta^0$ setzen und erhält:

$$\text{aus 55)} \qquad x = \frac{k^0(\sin^2\vartheta_h - \sin^2\vartheta_h^0)}{\cos\vartheta_h^0},$$

aus 55′)
$$x = \frac{k^0 (\sin^2 \vartheta_h^0 - \sin^2 \vartheta_h')}{\cos \vartheta_h^0},$$

und durch Addition dieser beiden Ausdrücke:

$$x = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{k^0 (\sin^2 \vartheta_h - \sin^2 \vartheta_h')}{\cos \vartheta_h^0}.$$

Führt man nun die direct (in Luft) beobachteten Winkel Θ_h, Θ_h', Θ_h^0 ein, d.h. die beobachteten grössten, kleinsten und ursprünglichen Winkelhalbmesser der Interferenzcurven, so wird die letzte Gleichung:

57)
$$x = \frac{\tfrac{1}{2} k^0 (\sin^2 \Theta_h - \sin^2 \Theta_h')}{n_o^{0^2} - \tfrac{1}{2} \sin^2 \Theta_h^0},$$

wofür man annähernd auch schreiben kann:

57′)
$$x = \frac{k^0 \sin \Theta_h^0}{n_o^{0^2}} \cdot (\Theta_h - \Theta_h').$$

Wie weit, d.h. bis zu welchem Ringe diese Näherungsformel noch anwendbar ist, hängt von der Dicke der Platte ab; bei der zu den elektrooptischen Beobachtungen dienenden Platte, für die $L = 59{,}9$ mm war, konnte sie auf den dritten Ring noch mit genügender Annäherung angewendet werden. Die Ringdurchmesser Θ und Θ' konnten dabei nacheinander in derselben Richtung — parallel Y^0 — gemessen werden, indem das Vorzeichen der Elektrisirung bei gleicher Stärke umgekehrt wurde; denn die Ebene der optischen Axen und somit der grösste Ringdurchmesser ist, wie aus 50′) hervorgeht, parallel oder senkrecht zu den Kraftlinien, je nachdem $e_{11} m$ positiv oder negativ ist. Demnach kann die in 57′) vorkommende Grösse $\Theta_h - \Theta_h'$ als Aenderung des Ringhalbmessers beim Umkehren des Vorzeichens der elektrischen Ladung bequem beobachtet werden; die Anordnung, durch welche dies ausgeführt wurde, wird an späterer Stelle beschrieben werden.

Hat man die Grösse x aus 57′) berechnet, so findet man die Constante e_{11} bezw. $\frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2}$ dem absoluten Werthe nach aus

58)
$$\frac{|e_{11}| \varkappa_1}{v^2} = \frac{\lambda \delta^0}{2\pi n_o^{0^3}} \cdot \frac{x}{\partial V / \partial n}.$$

Das Vorzeichen lässt sich wie oben angegeben aus der Lage des längsten Ringdurchmessers bei bestimmtem Vorzeichen von m bestimmen.

Während bei meinen später mitzutheilenden Beobachtungen die Winkel Θ selbst gemessen wurden, hat Herr Czermak in der mehrfach citirten Arbeit die Aenderungen des scheinbaren, d.h. auf einen Glasmaassstab projicirten Ringdurchmessers beobachtet und dieselben in relativem Maass, nämlich ausgedrückt in Theilen des Durchmessers d selbst, angegeben. Es war nach seinen Beobach-

tungen der Mittelwerth aus der relativen Ringerweiterung und Verengerung

$$\frac{\delta d}{d} = 0{,}000387 \cdot \frac{\partial V}{\partial n}.$$

Nun folgt aus der Formel 57') annähernd:

$$\frac{\delta d}{d} = \frac{\Theta_h - \Theta'_h}{2 \sin \Theta_h^0} = \frac{\frac{1}{2} x}{\sqrt{h^2 c^2 - 1}};$$

um also x aus $\frac{\delta d}{d}$ berechnen zu können, muss man hc, somit die Dicke der Platte genau kennen. Diese giebt nun Herr Czermak nicht an; nach seinen Bemerkungen über die Herstellung der benutzten Platten scheint sie aber etwa 2 cm betragen zu haben. Dann würde für den ersten Ring, auf den sich die Messungen bezogen, $h = 3$, $c = 0{,}415$ und $\frac{x}{\partial V / \partial n} = 2 \cdot 0{,}743 \cdot 0{,}000387 = 0{,}000575$, folglich $\frac{|e_{11}| \varkappa_1}{v^2} = \frac{589 \cdot 21{,}67 \cdot 10^{-6}}{180 \cdot 3{,}68} \frac{x}{\partial V / \partial n} = \mathbf{1{,}11 \cdot 10^{-8}}$. Uebrigens ist auch nicht angegeben, ob Herr Czermak, wie hier vorausgesetzt, bei gekreuzten Nicols beobachtet hat. —

b. Kraftlinien parallel Y^0.

Hier ist $a = 0$, $b = m$, $c = 0$, folglich nach 44):

$$B_{11} - \omega_o^{0^2} = B_{22} - \omega_o^{0^2} = B_{33} - \omega_e^{0^2} = 0,$$
$$B_{23} = 0, \qquad B_{31} = -e_{41} m, \qquad B_{12} = -e_{11} m.$$

Da B_{31} und B_{12} von 0 verschieden sind, so wird das optische Symmetrieaxensystem X, Y, Z aus dem Axensystem X^0, Y^0, Z^0 durch eine Drehung um die Y^0-Axe und eine solche um die Z^0-Axe hervorgehen. Die erstere ist in Folge der starken ursprünglichen Doppelbrechung jedenfalls sehr klein, analog der Drehung um die X^0-Axe im Falle *a*. Daher sind die Richtungscosinus γ_1, γ_2, α_3, β_3 als kleine Grössen erster Ordnung, $1 - \gamma_3$ als eine solche zweiter Ordnung zu behandeln, und von den Gleichungen 3) zur Bestimmung der Richtungscosinus, welche zunächst lauten:

$$(\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \beta_3 \gamma_3 - e_{41} m (\beta_3 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_3) - e_{11} m (\beta_2 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_2) = 0,$$
$$(\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \gamma_3 \alpha_3 - e_{41} m (\gamma_3 \alpha_1 + \gamma_1 \alpha_3) - e_{11} m (\alpha_2 \gamma_1 + \alpha_1 \gamma_2) = 0,$$
$$(\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \alpha_3 \beta_3 - e_{41} m (\alpha_3 \beta_1 + \alpha_1 \beta_3) - e_{11} m (\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1) = 0,$$

kann man die beiden ersten schreiben:

$$e_{41} m \beta_1 = (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \beta_3 - (\beta_2 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_2) e_{11} m$$
$$e_{41} m \alpha_1 = (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \alpha_3 - (\gamma_2 \alpha_1 + \gamma_1 \alpha_2) e_{11} m,$$

während die dritte lehrt, dass $\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1$ eine kleine Grösse erster Ordnung

d. h. wie α_3 und β_3 von der Grössenordnung der Quotienten $\frac{e_{11} m}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}$ und $\frac{e_{41} m}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}$ ist. Aus der letzteren Bedingung in Verbindung mit dem oben über α_3 und β_3 Gesagten folgt, dass bis auf kleine Grössen erster Ordnung

$$\alpha_1 = \beta_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \qquad \alpha_2 = -\beta_1 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

ist. (Man könnte zwar über die Vorzeichen auch anders verfügen, doch hätte das keinen Einfluss auf das Endresultat). Hieraus folgt weiter, ebenfalls in erster Näherung, d. h. unter Vernachlässigung von $\gamma_1 e_{11} m$ und $\gamma_2 e_{11} m$,

$$\alpha_3 = -\beta_3 = + \frac{e_{41} m \sqrt{\tfrac{1}{2}}}{\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}},$$

$$\gamma_1 = \alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_2 = - \frac{e_{41} m}{\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}},$$

während γ_2 eine kleine Grösse 2ter Ordnung wird.

Aus vorstehenden Resultaten ist ersichtlich, dass die Drehung des Axensystems um die Z^0-Axe sehr nahe gleich $+\frac{\pi}{4}$, diejenige um die Y^0-Axe gleich $\frac{+e_{41} m}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}$ ist. Ferner werden die Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten, nach den allgemeinen Gleichungen 4) berechnet,

$$\omega_x^2 = \omega_o^{0^2} - e_{11} m, \qquad \omega_y^2 = \omega_o^{0^2} + e_{11} m, \qquad \omega_z^2 = \omega_e^{0^2}.$$

Die optischen Axen liegen also in der ZX-Ebene (— d. i. sehr annähernd die Halbirungsebene des Winkels zwischen den durch Z^0 und $+X^0$ bezw. $+Y^0$ gelegten Ebenen —), falls $e_{11} m < 0$ ist, in der YZ-Ebene, falls $e_{11} m > 0$ ist; jedenfalls ist der halbe Winkel zwischen den optischen Axen, Ω, bestimmt durch

$$\sin^2 \Omega = \frac{2 |e_{11} m|}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}},$$

wenn $|e_{11} m|$ den absoluten Betrag von $e_{11} m$ bezeichnet.

Für die Compensatorbeobachtungen kommen hier Beobachtungsrichtungen in Betracht, die in der Z^0X^0-Ebene liegen. Für eine solche Fortpflanzungsrichtung N soll daher jetzt die Differenz $\omega_2^2 - \omega_1^2$ berechnet werden, unter der Voraussetzung, dass der Winkel $Z^0 N = \vartheta$ (— positiv gerechnet, wenn N im Quadranten zwischen $+Z^0$, $+X^0$ liegt —) gross genug ist, damit man die Circularpolarisation vernachlässigen könne. Die eine Welle, deren Geschwindigkeit ω_1 sei, ist dann sehr nahe parallel Y^0, also parallel den Kraftlinien, die andere sehr nahezu in der Z^0X^0-Ebene polarisirt, und zwar gilt dies mit solcher Annäherung, dass die Abweichungen von jenen Richtungen praktisch, d. h. bei der Einstellung der Nicol- und Compensatorhauptschnitte, vollständig vernachlässigt werden können.

Für $\omega_2^2 - \omega_1^2$ hat man zunächst den Ausdruck

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + |e_{11} m|) \sin(A_1 N) \sin(A_2 N),$$

gleichgültig, ob die optischen Axen A_1, A_2 in der YZ-Ebene oder in der ZX-Ebene (etwa bei A_1', A_2' in nebenstehender Figur 8) liegen.

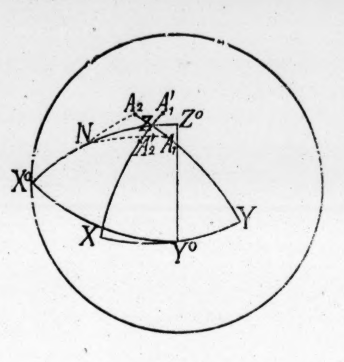


Fig. 8

Es ist nun, wie aus Fig. 8 leicht ersichtlich, da $\angle(NZA_1) = 135^0$, $\angle(NZA_2) = 45^0$ ist:

$$\cos(NA_1) = \cos(NA_1')$$
$$= \cos(NZ)\cos\Omega - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin(NZ)\sin\Omega,$$
$$\cos(NA_2) = \cos(NA_2')$$
$$= \cos(NZ)\cos\Omega + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin(NZ)\sin\Omega;$$

folglich jedenfalls

$$\sin^2(A_1 N)\sin^2(A_2 N) = (1 - \cos^2(NZ)\cos^2\Omega)^2 - \sin^2(NZ)\sin^2\Omega + \tfrac{1}{4}\sin^4(NZ)\sin^4\Omega$$
$$- \sin^2(NZ)\cos^2(NZ)\sin^2\Omega\cos^2\Omega.$$

Hierin ist $(NZ) = (NZ^0) - \gamma_1$, da $(ZZ^0) = \sin(ZZ^0) = \gamma_1$ gesetzt werden kann. Setzt man diesen Werth ein und entwickelt nun unter Vernachlässigung aller kleinen Grössen 2ter Ordnung, wie γ_1^2, $\sin^4\Omega$, $\gamma_1\sin^2\Omega$ etc., so folgt

$$\sin^2(A_1N)\sin^2(A_2N) = \sin^4\vartheta - \sin^2\vartheta\{\sin^2\vartheta\sin^2\Omega + 4\gamma_1\sin\vartheta\cos\vartheta\},$$
$$\sin(A_1 N)\sin(A_2 N) = \sin^2\vartheta\{1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\Omega - 2\gamma_1\operatorname{cotg}\vartheta\},$$

und demnach, ebenfalls bis auf Grössen 2ter Ordnung,

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + |e_{11} m|)\sin^2\vartheta - \tfrac{1}{2}(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin^2\Omega\sin^2\vartheta - \gamma_1(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin 2\vartheta,$$

oder, da $(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin^2\Omega = 2|e_{11} m|$ und $\gamma_1(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}) = e_{41} m$ ist,

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin^2\vartheta - e_{41} m \sin 2\vartheta.$$

Das erste Glied auf der rechten Seite stellt den ursprünglichen Werth der Differenz $\omega_2^2 - \omega_1^2$ dar; die Zunahme des Gangunterschiedes in Folge der dielektrischen Polarisation m ist also gegeben durch $-e_{41} m \sin 2\vartheta$, somit allein von der Constante e_{41}, nicht von e_{11}, abhängig und übrigens am grössten für $\vartheta = \pm 45^0$, gleich Null dagegen für $\vartheta = 0^0$ und 90^0, d. h. für die Richtungen der Z^0- und X^0-Axe.

Die Compensatormessungen in der Richtung N würden demnach ohne Berücksichtigung der Dickenänderung ergeben

$$\overline{\Delta} = -\frac{L}{\lambda}\frac{n_m'^3}{2}\frac{e_{41} m}{v^2}\sin 2\vartheta,$$

wo n_m' einen mittleren Werth des Brechungsindex bezeichnet, etwa $\frac{3}{4} n_o^0 + \frac{1}{4} n_e^0$, falls ϑ nahe $= \pm 45^0$ ist.

Die lineare Dilatation in der Richtung N ist allgemein

$$x_x \cos^2\vartheta + z_z \sin^2\vartheta + \tfrac{1}{2} z_x \sin 2\vartheta,$$

und da im vorliegenden Fall zufolge 47) $x_x = z_z = 0$, $z_x = -\delta_{14}\frac{m}{\varkappa_1}$ ist, so wird

$$L - L^0 = -L^0 \frac{\delta_{14}}{2}\frac{m}{\varkappa_1}\sin 2\vartheta.$$

Demnach erhält man schliesslich, da $n_1^0 - n_2^0$ wieder $= (n_e^0 - n_o^0)\sin^2\vartheta$ ist,

$$\overline{\varDelta} = -\frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{n_m'^3}{2}\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + (n_e^0 - n_o^0)\frac{\delta_{14}}{2}\sin^2\vartheta\right\}\sin 2\vartheta. \tag{59}$$

Die speciellen Werthe für $\vartheta = +45^0$ bezw. -45^0 sollen mit $\overline{\varDelta}_4$ und $\overline{\varDelta}_5$ bezeichnet werden; dieselben sind einander entgegengesetzt gleich, nämlich:

$$\overline{\varDelta}_4 = -\frac{1}{2}\frac{L}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{n_m'^3\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + \tfrac{1}{2}(n_e^0 - n_o^0)\delta_{14}\right\} \tag{60}$$

$$\overline{\varDelta}_5 = +\frac{1}{2}\frac{L}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{n_m'^3\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + \tfrac{1}{2}(n_e^0 - n_o^0)\delta_{14}\right\}. \tag{61}$$

c. Anmerkung.

Berechnung der optischen Wirkung der gewöhnlichen Elektrostriction im Falle der Elektrisirung parallel der X^0-Axe.

Es kann die Frage enstehen, wie weit beim Quarz die beobachteten Aenderungen der Doppelbrechung im elektrischen Felde von derjenigen Deformation beeinflusst werden konnten, welche mit der gewöhnlichen, auch in isotropen Körpern vorhandenen sog. Elektrostriction verbunden ist. Zwar würden sich diese „Wirkungen zweiter Ordnung", weil sie sich mit der Elektrisirungsrichtung nicht umkehren, jederzeit von den bisher allein berücksichtigten Wirkungen erster Ordnung trennen lassen und also die im Vorhergehenden entwickelte Bestimmung der Constanten e_{11} und e_{41} nicht stören, sofern nur für die Grössen $\frac{\overline{\varDelta}}{m}$ immer die Mittelwerthe aus den bei positivem und negativem Moment m beobachteten Werthen genommen werden; aber es hat an und für sich Interesse, die Grössenordnung jener Wirkungen zweiter Ordnung abzuschätzen, um zu erfahren, ob sie unter den Versuchsbedingungen wahrnehmbar werden konnten oder nicht. Wir wollen dies ausführen für den günstigsten Fall, der vorkam, nämlich die Beobachtung des Gangunterschiedes in der Richtung Y^0 in einer Platte von der Länge 44,7 mm und der Dicke 3,2 mm (parallel X^0), welche in der Richtung X^0 zwischen zwei Metallplatten dielektrisch polarisirt wurde.

Es soll dabei, wie es auch bei den vorhergehenden Berechnungen immer stillschweigend geschehen ist, vorausgesetzt werden, dass die dielektrische Polarisation der Platte gleichförmig sei, eine Voraussetzung, die bei relativ dünnen Platten zulässig ist und auch durch später zu erwähnende Beobachtungen bestätigt worden ist. Dann können auch die Kraftlinien in der Nähe der schmalen Seitenflächen der Platte als diesen parallel und das elektrische Feld somit neben der Platte und innerhalb derselben als gleich stark betrachtet werden. Das Potentialgefälle $\frac{\partial V}{\partial n}$ ist im Falle direct anliegender Metallplatten gleich deren Potentialdifferenz dividirt durch die Plattendicke, oder, wenn noch zum Schutz gegen Entladungen Glimmerplatten zwischengelegt sind, nach der entsprechend vereinfachten Formel 12a) zu berechnen.

Die Elektrostriction besteht dann aus einem Drucke auf die zu den Kraftlinien senkrechten Breitseiten der Platte von der Grösse

$$X_x = \frac{K_1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2$$

und aus einem auf die Schmalseiten wirkenden, nach aussen gerichteten Zuge

$$Y_y = Z_z = -\frac{K_1 - 1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2,$$

wo K_1 die Dielektricitätsconstante für die Richtungen senkrecht zur Hauptaxe bezeichnet, also $\frac{K_1 - 1}{4\pi}$ mit der zuvor eingeführten Grösse $\varkappa_1$ übereinstimmt.

Die von diesen Drucken bezw. Spannungen hervorgerufenen Deformationen sind nun nach den Gleichungen 49), worin aber die Elasticitätsmoduln jetzt in absolutem Maasse gemessen werden müssen und deshalb durch einen Index ausgezeichnet werden sollen, folgende:

$$x_x = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2\left\{s'_{11}K_1 - (s'_{11} + s'_{13})(K_1 - 1)\right\},$$

$$y_y = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2\left\{s'_{12}K_1 - (s'_{11} + s'_{13})(K_1 - 1)\right\},$$

$$z_z = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2\left\{s'_{13}K_1 - (s'_{13} + s'_{33})(K_1 - 1)\right\},$$

$$y_z = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2 \cdot s'_{14}(2K_1 - 1).$$

Die durch diese Deformationen verursachte Aenderung des Gangunterschiedes in der Richtung Y, in Wellenlängen ausgedrückt, ist nach den Gleichungen 45):

$$\frac{L}{2\lambda}\left\{\frac{\omega_o^{0^2}-B_{11}}{v^2}n_o^{0^3}-\frac{\omega_e^{0^2}-B_{33}}{v^2}n_e^{0^3}\right\}$$

$$=\frac{L}{2\lambda}\left\{\frac{1}{v^2}(a_{31}(x_x+y_y)+a_{33}z_z)n_e^{0^3}-\frac{1}{v^2}(a_{11}x_x+a_{12}y_y+a_{13}z_z+a_{14}y_z)n_o^{0^3}\right\}$$

$$=\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2\frac{Ln_m^3}{2\lambda}\left\{\frac{a_{11}}{v^2}(K_1 s'_{11}-(K_1-1)(s'_{12}+s'_{13}))\right.$$

$$+\frac{a_{12}}{v^2}(K_1 s'_{12}-(K_1-1)(s'_{11}+s'_{13}))+\frac{a_{14}}{v^2}s'_{14}(2K_1-1)$$

$$\left.-\frac{a_{31}}{v^2}(K_1(s'_{11}+s'_{12})-(K_1-1)(s'_{11}+s'_{12}+2s'_{13}))+\frac{(a_{33}-a_{13})}{v^2}((K_1-1)s'_{33}-s'_{13})\right\},$$

wo zuletzt für n_o^0 und n_e^0 ein mittlerer Werth n_m gesetzt ist.

Setzt man hierin ein $K_1 = 4{,}6$, $L = 44{,}7$, $n_m^3 = 3{,}7$, $\lambda = 589{,}2 \cdot 10^{-6}$ (gültig für Na-Licht), ferner nach meinen früheren Bestimmungen[1])

$$\frac{a_{11}}{v^2} = +0{,}138, \quad \frac{a_{12}}{v^2} = +0{,}250, \quad \frac{a_{31}}{v^2} = +0{,}258, \quad \frac{a_{33}-a_{13}}{v^2} = -0{,}161,$$

$$\frac{a_{14}}{v^2} = -0{,}029,$$

und nach denjenigen von Herrn Voigt[2]):

$$s'_{11} = 12{,}97 \cdot 10^{-13}, \quad s'_{12} = -1{,}66 \cdot 10^{-13}, \quad s'_{13} = -1{,}52 \cdot 10^{-13}, \quad s'_{33} = 9{,}91 \cdot 10^{-13},$$

$$s'_{14} = -4{,}31 \cdot 10^{-13},$$

so wird der ganze Ausdruck:

$$-73 \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2 \cdot 10^{-10},$$

oder die zu erwartende Verzögerung in Umdrehungen der Compensatorschraube:

$$-1{,}74 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2.$$

Berechnet für das grösste Potentialgefälle, welches zur Anwendung kam, nämlich ca. 90, giebt dies $-1{,}42 \cdot 10^{-3}$, d. h. 0,14 Trommeltheile, d. i. eine Grösse, die etwa zehnmal kleiner ist, wie die Beobachtungsfehler. Damit ist gezeigt, dass die optische Wirkung der Deformationen 2ter Ordnung nicht bemerkbar sein konnte, also etwa vorkommende Abweichungen der bei positivem und negativem Moment beobachteten absoluten Werthe von Δ lediglich auf Beobachtungsfehler oder sonstige Störungen zurückzuführen sind. In der That waren jene Differenzen immer nur klein und zeigten keinerlei Regelmässigkeit, d. h. nicht etwa ein Ueberwiegen der negativen über die positiven Δ.

1) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, p. 300. 1889.
2) W. Voigt, Wied. Ann. **31**, 701. 1887.

Bei der vorstehenden Berechnung sind freilich diejenigen Elektrostrictionsglieder, welche in reciproker Beziehung zur Aenderung des dielektrischen Verhaltens durch Deformationen stehen, nicht berücksichtigt, weil über diese beim Quarz nichts bekannt ist; es ist aber durchaus unwahrscheinlich, dass dieselben die Grösse der in Rechnung gezogenen gewöhnlichen Elektrostrictionsglieder erreichen oder gar übertreffen sollten.

§ 3. **Elektrooptische Beobachtungen.**

a. Elektrisirungsrichtung parallel der X^0-Axe.

Zu den Beobachtungen in den Richtungen Y^0 und Z^0 diente eine rechteckige Platte („No. 1"), welche in der Anstalt der Herren Dr. Steeg u. Reuter aus einem grossen, völlig einschlussfreien linken Quarzkrystall (wahrscheinlich aus Brasilien) unter sorgfältiger Vermeidung der verzwillingten Stellen geschnitten war. (Der Krystall besass nämlich in gewissen Theilen optisch erkennbare Zwillingsverwachsungen von Rechtsquarz.) Die Breitseiten der Platte waren senkrecht zu zwei natürlichen Prismenflächen und nahezu parallel zur Z^0-Axe geschliffen, also bis auf eine gleich zu erwähnende kleine Abweichung parallel zur $Y^0 Z^0$-Ebene bei der in § 1 getroffenen Verfügung über das Coordinatensystem. Die Breitseiten waren nur fein mattgeschliffen, die vier schmalen Seitenflächen dagegen gut polirt. Die Länge der zu Z^0 parallelen Kanten betrug 59,9 mm, diejenige der zu Y^0 parallelen 44,7 mm. Die Dicke D der Platte, welche an einer grösseren Anzahl gleichmässig über ihre Breitseite vertheilter Stellen mittelst eines Sphärometers gemessen wurde, dessen Theile 0,006478 mm entsprachen, variirte zwischen 3,115 und 3,19 mm und betrug im Mittel **3,16** mm.

Die Plattennormale hatte nicht ganz genau die beabsichtigte Orientirung parallel der X^0-Axe, sondern wich von dieser sowohl gegen die Y^0- als gegen die Z^0-Axe hin ein wenig ab. Die Abweichung in der $Z^0 X^0$-Ebene konnte direct durch Bestimmung der Auslöschungsrichtungen auf den längeren Schmalseiten ermittelt werden, da sie deren Abweichung von den Kantenrichtungen sehr nahezu gleich ist. Bei Drehung der Platte in ihrer Ebene um 180° änderten sich nun jene Auslöschungsrichtungen um $2\frac{1}{2}^0$; folglich betrug die Abweichung der Normale der Breitseiten von X^0 gegen Z^0 hin **1°15′**. Die Abweichung in der $Y^0 X^0$-Ebene war jedenfalls noch geringer, wie aus der Schnittfläche am Krystall zu ersehen war.

Wurde die Platte senkrecht zu ihren Breitseiten (durch Ladung metallischer Belegungen derselben) dielektrisch polarisirt, so war demnach das Moment a vom Gesammtmoment $m = -\varkappa_1 \frac{\partial V}{\partial n}$ nur um den Factor $\cos 1\frac{1}{4}^0$ verschieden, welcher $= 1$ gesetzt werden kann, ferner das Moment b verschwindend klein, und $c = -\varkappa_3 \frac{\partial V}{\partial n} \cdot \sin 1\frac{1}{4}^0$; letztere Componente kommt aber für die elektro-

optische Wirkung nicht in Betracht. Demnach kommt hier die Abweichung der Plattennormale von X^0 für die dielektrische Polarisation gar nicht zur Geltung. Ebensowenig thut sie es aber für die optischen Beobachtungen, weil auf den zur Hauptaxe senkrechten Seitenflächen, wo allein sie von Einfluss sein könnte, nur Beobachtungen im convergenten Licht ausgeführt wurden, wobei sich jener Orientirungsfehler nur in excentrischer Lage der Ringe zeigte und allerdings den Nachtheil hatte, dass deren Mittelpunkt sehr nahe dem oberen oder unteren Rande der Platte erschien. Dagegen ist bei den Messungen des Gangunterschiedes auf den langen Schmalseiten noch zu berücksichtigen, dass die langen Kanten der Platte etwas von der Z^0- bezw. Y^0-Axe abwichen, entsprechend einer kleinen Drehung um die X^0-Axe. Dies hatte zur Folge, dass man bei gerader Durchsicht durch jene Seitenflächen nicht genau senkrecht zur Hauptaxe beobachtete, also nicht in einer Richtung maximalen Gangunterschiedes. Da letzteres aber bei den Compensatorbeobachtungen wünschenswerth war, damit nicht eine kleine Drehung der Platte in ihrer Ebene infolge von Erschütterungen etc. schon eine merkliche Aenderung des Gangunterschiedes hervorrief, so wurde die Platte vor Ausführung der Messungen soweit um ihre Normale (also in der Ebene der Breitseiten) gedreht, bis der Compensatorstreifen seine äusserste, dem Maximum des Gangunterschiedes entsprechende Lage erreicht hatte. Es fragt sich, in welcher Richtung dann die Lichtstrahlen (man braucht in diesem Fall nicht zwischen Strahl und Wellennormale zu unterscheiden) durch den Krystall hindurchgingen. Ist α (Fig. 9) der Winkel zwischen der Normale der langen Seitenflächen und der Y^0-Axe, β der Winkel zwischen ersterer und den Lichtstrahlen im Krystall, somit $\alpha - \beta$ die Neigung der Strahlen gegen die Y^0-Axe, so ist der Gangunterschied proportional mit $\dfrac{\cos^2(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$. Soll derselbe durch Drehung der Platte in ihrer Ebene, also durch Aenderung von β, ein Maximum werden, so muss sein $\dfrac{\partial}{\partial\beta}\left(\dfrac{\cos^2(\alpha-\beta)}{\cos\beta}\right) = 0$ oder $\sin 2(\alpha-\beta)\cos\beta + \cos^2(\alpha-\beta)\sin\beta = 0$ oder auch $\cos(\alpha-\beta)(\sin(\alpha-\beta)\cos\beta + \sin\alpha) = 0$.

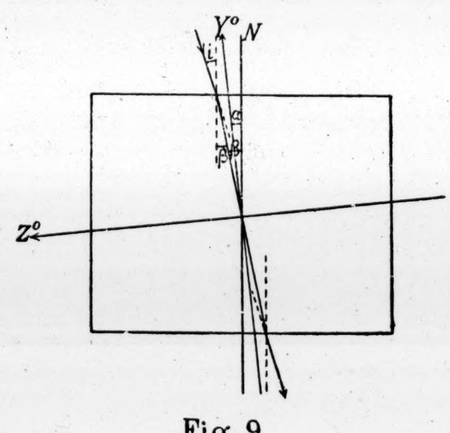


Fig. 9

Da $\cos(\alpha-\beta)$ nicht $= 0$ sein kann und die Winkel α und β sehr klein sind, so folgt hieraus:

$$\sin(\alpha-\beta) = -\sin\alpha,$$
$$\beta = 2\alpha.$$

Der Einfallswinkel i, für welchen der Gangunterschied ein Maximum wird, ist also $n'_m \cdot 2\alpha$ oder nahezu 3α, und umgekehrt ist $\alpha = \frac{1}{3}i$, $\beta = \frac{2}{3}i$.

Der Winkel i, d. h. die Drehung aus der Normallage, welche der Platte zu ertheilen war, um ein Maximum des Gangunterschiedes zu erhalten, betrug nun ungefähr $2{,}6^0$, α also $0{,}85^0$ und ebensoviel die Abweichung der Lichtstrahlen, deren Gangunterschied gemessen wurde, von der Y^0-Axe; eine so kleine Abweichung kann aber vernachlässigt werden.

Wir sind also zu dem Ergebniss gelangt, dass die Orientirungsfehler dieser Platte überhaupt nicht in Rechnung gezogen zu werden brauchen.

I. Compensatorbeobachtungen in der Richtung Y^0.

Der ursprüngliche Gangunterschied $\frac{L}{\lambda}(n_e^0 - n_o^0)$ in dieser Richtung war wegen der grossen Breite ($L = 44{,}7$ mm) der Platte so gross, dass die Interferenzstreifen des Compensators auch im homogenen Lichte nicht mehr scharf erschienen, weil bei der Accomodation des Auges auf den in deutlicher Sehweite befindlichen Compensatorspalt immerhin Strahlen vereinigt wurden, die in etwas verschiedenen Richtungen durch den Krystall gegangen waren und somit im vorliegenden Fall bereits merklich verschiedene relative Verzögerungen besassen. Daher musste der ursprüngliche Gangunterschied zunächst durch einen entgegengesetzt gleichen, constanten Gangunterschied compensirt werden. Zu diesem Zwecke wurde das Krystallstück, von welchem die Platte 1 abgeschnitten worden war, zwischen letzterer und dem Analysator so aufgestellt, dass seine optische Axe vertikal, also senkrecht zur optischen Axe der horizontal liegenden Platte stand, und die beiden zur Schnittfläche senkrechten, polirten Prismenflächen des Krystallstückes ungefähr senkrecht zur Beobachtungsrichtung waren. Hierdurch war eine so vollständige Compensation erreicht, dass man auch im weissen Lichte die Compensatorstreifen sah und den mittleren, schwarzen Streifen zur Einstellung benutzen konnte, wodurch man wegen der viel grösseren Lichtintensität gegenüber der Einstellung mit Natriumlicht erheblich an Genauigkeit gewann. Dass die Beobachtung mit weissem Licht — als Lichtquelle diente eine Argand-Lampe — überhaupt zulässig war und dasselbe Resultat ergab, welches mit Natriumlicht gefunden worden wäre, zeigte sich darin, dass der schwarze Compensatorstreifen bei der Verschiebung, die er durch dielektrische Polarisation der Platte erlitt, vollständig schwarz blieb, d. h. keine farbigen Ränder bekam. Denn dies beweist, dass die Streifenverschiebung für alle im Lampenlicht intensiv vorhandenen Farben die gleiche, mithin der erzeugte Gangunterschied umgekehrt proportional der Wellenlänge war. Danach ist die erzeugte Geschwindigkeitsdifferenz, also auch die Constante $\frac{e_{11}}{v^2}$, unabhängig von der Wellenlänge bis etwa auf Unterschiede von der Ordnung der Dispersion des Quarzes. Uebrigens wurde auch durch einige später anzuführende Beobachtungen mit Natriumlicht die Uebereinstimmung der Streifenverschiebung $\varDelta$ für letzteres und für weisses Licht direct bestätigt.

Die Platte sowie der davor gestellte Krystall wurden vor den Beobachtungen successive so um die Vertikalaxe gedreht, dass sich der schwarze Compensatorstreifen nahezu in derjenigen Stellung befand, wo er bei weiterem Drehen umkehrte, also so dass der Gangunterschied in der Platte allein und im Krystallstück allein ein Maximum war (siehe S. 100). Trotzdem erwies sich die Nullstellung des Compensators, d. h. die Einstellung des Streifens bei nicht elektrisirter Platte, häufig als langsam mit der Zeit veränderlich. Dies erklärt sich durch Temperaturdifferenzen zwischen der Platte und dem compensirenden Krystallstück, welche z. B. durch die grössere Nähe des Beobachters an letzterem leicht eintreten konnten; denn eine Temperaturdifferenz jener beiden Theile von 1^0 musste, nach den von Fizeau bestimmten Aenderungen von n_o^0 und n_e^0 mit der Temperatur berechnet, schon eine merkliche Aenderung des Gangunterschiedes zur Folge haben. Gleichmässige Temperaturänderungen der Platte und des compensirenden Krystalles konnten hingegen keinen Einfluss haben; dementsprechend verschwand auch die anfangs etwa vorhandene Nullpunktsverschiebung immer einige Zeit nach der Aufstellung oder wurde doch so gering, dass sie keine Fehler mehr zur Folge haben konnte.

Die Orientirung der Nicols und des Compensators gegen die Quarzplatte erfolgte in der Weise, dass zunächst die drei ersteren um ihre horizontalen, mit der Beobachtungsrichtung zusammenfallenden Axen so gedreht wurden, dass das ganze Gesichtsfeld des Compensators möglichst gleichmässig dunkel erschien; dann fielen sowohl die zu einander senkrechten Hauptschnitte der Nicols, als die Hauptschnitte des Compensators mit den Schwingungsrichtungen in der Quarzplatte zusammen, und man brauchte nur noch den Polarisator und Analysator um 45^0 in gleichem Sinne zu drehen, um diejenige Orientirung zu erhalten, welche wir bei der Berechnung der Gangunterschiede aus den beobachteten Streifenverschiebungen Δ immer vorausgesetzt haben. Es sei noch bemerkt, dass immer diejenige Lage des Compensators (unter den beiden um eine Drehung von 90^0 verschiedenen) gewählt war, bei welcher der schwarze Streifen und also der Spalt (nahezu) senkrecht zur Breitseite der Platte verlief, um nämlich an verschiedenen Stellen der langen Schmalseiten der Platte Δ messen zu können.

Was nun die Erzeugung des elektrischen Feldes betrifft, so lag die Quarzplatte bei den meisten Versuchen zwischen zwei ringsum 1—2 cm überstehenden Glimmerplatten, die auf den von der Quarzplatte abgewandten Seiten mit Stanniolbelegungen, welche etwas grössere Länge und Breite als die Quarzplatte besassen, versehen waren. Würde nun die eine Stanniolbelegung mit der auf ein bestimmtes Potential V geladenen Batterie verbunden, während die andere (untere) zur Erde abgeleitet war, so befand sich die Quarzplatte in einem fast ganz homogenen elektrischen Felde, dessen Intensität im Quarz nach der Formel 12a) war:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D + \frac{K}{K_1} D_1},$$

wenn D die Dicke der Quarzplatte, D_1 diejenige beider Glimmerplatten zusammen, und K, K_1 die betreffenden Dielektricitätsconstanten sind. Es ist $K = 4{,}6$ für Quarz, $K_1 = 6{,}64$ für Glimmer; die Dicken waren: $D = 0{,}316$, $D_1 = 0{,}0302$ cm; folglich wird hier $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}337}$.

Bei einigen späteren Beobachtungsreihen lag die Quarzplatte direct zwischen Metallplatten. In diesem Fall ist als Abstand der letzteren die maximale Dicke der Quarzplatte anzunehmen und somit zu setzen $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}319}$.

Die Messung des Potentiales geschah anfänglich nur durch die Schlagweite der Maassflasche. In diesen Fällen wurde der Compensator so eingestellt, dass der schwarze Streifen unmittelbar vor der Entladung in der Mitte des Spaltes erschien, eine Einstellung, die bei langsamer Ladung hinreichend sicher ausgeführt werden konnte. Dabei wurde die Maassflasche abwechselnd mit dem positiven und negativen Pol der Influenzmaschine verbunden, und zwischen jedem Polwechsel wieder die Nullstellung des Compensators bestimmt, die meist nahezu constant war; hatte sie sich ein wenig geändert, so wurde bei Berechnung des $\varDelta$ das Mittel aus der vorher und nachher beobachteten Nullstellung benutzt. — Später diente zur Potentialmessung das im § 3 des I. Theiles beschriebene Bifilar-Elektrometer, bei höheren Potentialen, die damals nicht genügend constant blieben, jedoch in der Weise, dass ebenfalls die Maassflasche mit geeignetem Kugelabstand eingeschaltet und die Streifenverschiebung im Momente vor deren Entladung beobachtet, aber vor und nach jeder derartigen Beobachtungsreihe der dem Entladungspotential entsprechende Elektrometerausschlag durch mehrere besondere Versuche ermittelt wurde.

Von den Beobachtungen, bei welchen nur die Maassflasche benutzt wurde, seien zunächst vergleichende Messungen an derselben Stelle der Platte mit weissem Licht und Natriumlicht erwähnt, welche bei einer Schlagweite $a = 0{,}5$ Theilen des Maassflaschen-Maassstabes im Mittel $\varDelta = 5{,}08$ für weisses Licht, $= 5{,}06$ für Natriumlicht ergaben, also innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmende Werthe. Diese Uebereinstimmung fand sich auch noch bei einer später zu erwähnenden Beobachtungsreihe bestätigt; abgesehen von dieser, wurde aber nunmehr immer weisses Licht angewendet.

Sodann ist eine Beobachtungsreihe anzuführen, die den Zweck hatte, zu prüfen, wie die relativen Verzögerungen an verschiedenen Stellen der Platte, d. h. auf verschiedenen Parallelen zu deren mittleren Kanten (also zur Y^0-Axe), übereinstimmten, d. h. wie weit die Voraussetzung der Homogenëität der dielektrischen Polarisation der Platte bis an deren Rand hin erfüllt war. Unter der vor jeder Beobachtung angegebenen Stelle der Platte, auf welche sich die erstere bezieht, ist hier wie auch später immer diejenige Stelle der dem Beobachter zugewandten Plattenschmalseite zu verstehen, wo der Compensatorstreifen gesehen wurde, das ist also die Austrittsstelle der Wellennormalen, deren Gangunterschied gemessen wurde; deren Eintrittsstelle kann etwas (jedoch nur

sehr wenig) näher oder ferner dem Rande der Platte gelegen haben, weil die Wellennormalen aus dem S. 100 erwähnten Grunde meistens nicht genau parallel den mittleren Plattenkanten hindurchgingen. — In der nachstehenden Tabelle, wie in den späteren, sind die Compensatoreinstellungen bei abwechselnd entladener, positiv und negativ geladener Plattenbelegung in derjenigen Reihenfolge (von links nach rechts fortschreitend) angeführt, wie sie beobachtet wurden, wobei jedoch die absolute Zahl ganzer Umdrehungen, welche der Index des Compensators zufällig anzeigte, in allen Fällen um eine passend gewählte ganze Zahl vermindert worden ist, um nicht unnöthig grosse Zahlen angeben zu müssen. Die erste Zeile enthält immer die Einstellungen bei negativem Moment *a* (also positiver Ladung derjenigen Plattenseite, aus welcher die $+X^0$-Axe austritt), die zweite die Nullstellungen (Einstellungen bei abgeleiteten Belegungen), die dritte die Einstellungen bei positivem Moment, endlich die vierte, unter dem Strich, die Differenzen Δ, bei deren Berechnung immer der Mittelwerth aus je 2 aufeinander folgenden Nullstellungen benutzt ist. Am Schluss der vierten Zeile steht dann jedesmal das Mittel aus den absoluten Werthen der einzelnen Δ.

Schlagweite $a = 0{,}5$. V (nach S. 25) $= 17{,}23$.

	1 cm vom linken Rand.							
—		5,90				5,86		
0	3,44		3,42		3,33		3,25	
+				0,82				
Δ		+ 2,47		— 2,56		+ 2,57		**2,53**

	2 cm vom linken Rand.							
—		5,38				5,28		
0	2,85		2,81		2,68		2,74	
+				0,27				
Δ		+ 2,55		— 2,48		+ 2,57		**2,53**

	Mitte.							
—				5,74				
0	3,18		3,14		3,15		3,13	
+		0,73				0,70		
Δ		— 2,43		+ 2,60		— 2,44		**2,49**

	2 cm vom rechten Rand.									
—				5,99				5,94		
0	3,37		3,32		3,36		3,32		3,33	
+		0,80				0,82				
Δ		— 2,55		+ 2,65		— 2,52		+ 2,61		**2,58**

1 cm vom rechten Rand.

—		6,86				6,85				
0	4,17		4,22		4,23		4,25		4,24	
+				1,60				1,66		
Δ		+ 2,66		— 2,62		+ 2,61		— 2,58		**2,62**

0,5 cm vom rechten Rand.

—		6,40				6,46	
0	3,77		3,81		3,81		
+				1,19			
Δ		+ 2,61		— 2,62			**2,62**

Wieder in der Mitte.

—		6,07				6,00		
0	3,22		3,37		3,28		3,32	
+				0,76				
Δ		+ 2,72		— 2,57		+ 2,70		**2,66.**

Nach Drehung der Platte um 180° um die Beobachtungsrichtung und neuer Einstellung der Maassflaschenkugeln wurde im Mittel gefunden

1,5 cm vom rechten Rand	$\lvert\Delta\rvert = 2{,}50$
in der Mitte	2,61
1,5 cm vom linken Rand	2,58.

Die Differenzen der an den verschiedenen Stellen beobachteten Δ sind gering und überdies zum Theil wahrscheinlich der bereits S. 24 erwähnten Zunahme des Entladungspotentials mit der Zeit zuzuschreiben, wie die am Schlusse wiederholte Messung in der Plattenmitte, die 2,66 gegen 2,49 anfangs ergab, zeigt. Aus diesem Grunde ist auch der aus den gesammten vorstehenden Beobachtungen abgeleitete absolute Werth von $\frac{\Delta}{V}$, der sich zu 0,148 ergeben würde, unsicher und soll zur Berechnung von e_{11} nicht mit benutzt werden.

Besser noch geht daher die Uebereinstimmung der Gangunterschiede an verschiedenen Stellen der Platte, also die Gleichförmigkeit des elektrischen Feldes in der Platte, aus der nachstehenden Beobachtungsreihe hervor, bei welcher das Entladungspotential (ebenfalls für $a = 0{,}5$) vor und nach jedem Satze von optischen Beobachtungen in der früher angegebenen Weise mittelst des Bifilar-Elektrometers, dessen feste Kugel mit der inneren Belegung der Maassflasche verbunden war, bestimmt wurde. Die Werthe α, welche links über und unter jeder einzelnen Tabelle angegeben sind, bedeuten den mittleren bei mehreren Entladungen beobachteten Elektrometerausschlag in Scalentheilen, V das daraus

nach dem S. 18—26 erörterten Verfahren berechnete Potential; der Kugelabstand e^0 bei der Nullstellung des Elektrometers betrug 22,8 mm, der Abstand A der Scala vom Spiegel 218 cm, und die Länge der Drähte der Bifilarsuspension hatte den früher mit L_1 bezeichneten Werth. Die Beobachtungsresultate sind in der Reihenfolge angeführt, wie sie erhalten wurden.

$\alpha = 67{,}1.$ $V = 17{,}2$

$\alpha = 69{,}0.$ $V = 17{,}3$

	Mitte der Platte.													
—		5,60						5,97				6,07		
0	3,31		3,18		3,42		3,63		3,45		3,67		3,71	
+				0,92		1,13				1,15				
Δ		+2,35		−2,37		−2,40		+2,43		−2,41		+2,38		**2,40**

$\alpha = 74{,}0.$ $V = 17{,}8$

$\alpha = 77.$ $V = 18{,}1$

	2 cm vom rechten Rand.										
—		5,62					5,81				
0	3,20		3,18		3,34	3,42		3,33		3,47	
+				0,86					0,96		
Δ		+ 2,43		− 2,40			+ 2,44		− 2,44		**2,43**

$\alpha = 76.$ $V = 18{,}0$

$\alpha = 78.$ $V = 18{,}2$

	1,5 cm vom rechten Rand.					
—				5,80		
0	3,33		3,31		3,33	
+		0,86				
Δ		−2,46		+ 2,47		**2,47**

$\alpha = 77{,}5.$ $V = 18{,}2$

$\alpha = 79{,}1.$ $V = 18{,}3$

	6 mm vom rechten Rand.								
—		5,85							
0	3,40		3,35		3,18	3,27		3,27	
+				0,77			0,79		
Δ		+ 2,47		− 2,50			− 2,48		**2,48**

$\alpha = 80{,}9.$ $V = 18{,}5$

$\alpha = 88.$ $V = 19{,}1$

	2,5 mm vom rechten Rand.					
—				5,55		
0	3,13		3,01		2,92	
+		0,44				
Δ		− 2,63		+ 2,56		**2,60**

Bis hierher war das Entladungspotential beständig gestiegen, vermuthlich in Folge der Oxydation der Entladungsstellen der Maassflaschenkugeln; denn als letztere jetzt gedreht wurden, ergaben sich wieder kleinere Werthe von V.

		2 cm vom linken Rand.					
$\alpha = 69{,}3$. $V = 17{,}35$	—		5,13				
	0	2,70		2,70		2,68	
	+				0,28		
$\alpha = 69{,}0$. $V = 17{,}41$	Δ		+ 2,43		− 2,41		**2,415**

		1,5 cm vom linken Rand.					
$\alpha = 70{,}1$. $V = 17{,}43$	—				5,52		
	0	3,08		3,13		3,14	
	+		0,71				
$\alpha = 67{,}6$. $V = 17{,}16$	Δ		− 2,40		+ 2,38		**2,39**

		1 cm vom linken Rand.					
$\alpha = 67{,}6$. $V = 17{,}16$	—				5,50		
	0	3,15		3,11		3,09	
	+		0,70				
$\alpha = 69{,}2$. $V = 17{,}35$	Δ		− 2,43		+ 2,40		**2,415**

		2 mm vom linken Rand.					
$\alpha = 69{,}4$. $V = 17{,}36$	—				5,13		
	0	2,65		2,67		2,76	
	+		0,17				
	Δ		− 2,49		+ 2,41		**2,45**

Nach Drehung der Platte um 180°:

		Mitte.					
$\alpha = 67{,}2$. $V = 17{,}13$	—				5,78		
	0	3,37		3,37		3,37	
	+		0,98				
$\alpha = 71{,}5$. $V = 17{,}63$			−2,39		+ 2,41		**2,40.**

Es sei zunächst darauf hingewiesen, dass sich die Werthe von Δ bei gleicher positiver und negativer Ladung hier stets nahezu entgegengesetzt gleich ergeben haben. Anzeichen für das Vorhandensein einer optischen Wirkung 2ter Ordnung, d. h. einer solchen, die sich mit dem Moment nicht umkehrt, sind also nicht zu erkennen. — Die Nullstellung des Compensators zeigte bei den ersten Beobachtungssätzen nach jeder Entladung eine kleine Verschiebung in dem zur Streifenverschiebung bei der vorhergehenden Ladung entgegengesetzten Sinne. Dieselbe erklärt sich wahrscheinlich durch oberflächliche Leitungsfähigkeit der Quarzplatte, die es ermöglichte, dass sich zwischen letzterer und den Glimmerplatten eine elektrische Belegung von entgegengesetztem Vorzeichen, wie die Ladung der Stanniolbelege, bildete, die im Moment der Entladung nicht sofort wieder verschwand und somit in der Quarzplatte eine schwache Polarisation von entgegengesetztem Vorzeichen, wie diejenige bei der vorhergehenden Ladung war, inducirte. Im

Verlaufe der Versuche ist diese Leitungsfähigkeit offenbar fast ganz verschwunden und konnte kaum zu merklichen Fehlern der Werthe $\varDelta$ Veranlassung geben. Wir werden aber sehen, dass sie bei späteren Beobachtungen an kleineren Platten viel stärkeren Einfluss hatte.

Um die bei der obigen Versuchsreihe an den verschiedenen Stellen der Platte gefundenen Werthe $\varDelta$ mit einander vergleichen zu können, hat man sie auf gleiche Feldstärke zu reduciren, was dadurch geschieht, dass man sie durch den Mittelwerth der vor und nach dem betreffenden Beobachtungssatz bestimmten Potentiale V dividirt. Man findet dann für die verschiedenen Stellen der Platte folgende Werthe von $\frac{\varDelta}{V}$, d. h. des durch die Potentialdifferenz 1 erzeugten Gangunterschiedes in Umdrehungen der Compensatorschraube:

2 mm vom l. Rd.	1 cm vom l. Rd.	1,5 cm vom l. Rd.	2 cm vom l. Rd.	Mitte	2 cm vom r. Rd.	1,5 cm vom r. Rd.	6 mm vom r. Rd.	2,5 mm vom r. Rd.
0,1412	0,1395	0,1383	0,1395	0,1392 0,1382	0,1368	0,1365	0,1360	0,1384.

Das Gesammtmittel hieraus ist

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1385}, \text{ woraus folgt } \frac{\varDelta}{\partial V/\partial n} = 0{,}1385 \cdot 0{,}337 = \mathbf{0{,}0466}.$$

Wie man sieht, differiren die auf verschiedene Stellen (Parallele zu Y^0) bezüglichen Werthe von $\frac{\varDelta}{V}$ nur um wenige Procente, und eine Abnahme nach den Rändern der Platte hin ist bis zum Abstand 2 mm von letzteren noch nicht zu bemerken; es ist also innerhalb dieser Grenzen einerlei, an welcher Stelle der Platte der Gangunterschied gemessen wird. Geht man dagegen noch näher an die Ränder (d. h. die nahezu zu Y^0 parallelen Schmalseiten der Platte) heran, so tritt eine merkliche Abnahme des Gangunterschiedes $\frac{\varDelta}{V}$ ein, wie folgende Beobachtungen zeigen.

$\alpha = 19{,}5$ ($e^0 = 40{,}4$). $V = 16{,}65$

	1 mm vom linken Rand.						
−		5,40					
0	3,47		3,35	3,64		3,76	
+					1,52		
$\varDelta$		+ 1,99			− 2,18		2,08. $\frac{\lvert\varDelta\rvert}{V} = 0{,}1257.$

$\alpha = 19{,}5.$ $V = 16{,}65$

$\alpha = 19{,}3.$ $V = 16{,}55$

	1 mm vom rechten Rand.								
−		4,54							
0	2,46		2,42	2,63		2,80		2,90	
+					0,73		0,82		
$\varDelta$		+ 2,10			− 1,99		− 2,03		2,04. $\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1235.$

$\alpha = 19{,}2.$ $V = 16{,}51$

Da in 2 mm Entfernung noch keine Verminderung von $\frac{\varDelta}{V}$ nachweisbar war,

so wird man etwa so rechnen können, als ob in einem Streifen von 2 mm Breite an jedem Rande $\frac{\varDelta}{V}$ um ca. 0,014 oder ca. 10 Procent kleiner wäre, als der Werth im Innern der Platte. Dasselbe wird aber wahrscheinlich auch für entsprechende Streifen entlang dem vorderen und hinteren Plattenrande gelten, so dass auf einer Strecke von insgesammt 4 mm die relative Verzögerung um $\frac{1}{10}$ ihres Werthes verkleinert wäre, und somit die gesammte beobachtete Verzögerung auf der Strecke von 44,7 mm um $\frac{1}{10} \cdot \frac{4}{44{,}7}$, d. i. etwas weniger als $\frac{1}{110}$, kleiner wäre, als im Falle überall bis an die Plattenränder constanter optischer Wirkung. Danach würden also die in der Richtung Y_0 an der Platte No. 1 beobachteten Gangunterschiede um etwa 0,9 Procent zu vergrössern sein, um die wahren, dem in Rechnung gezogenen Potentialgefälle entsprechenden Werthe zu erhalten. Indessen soll diese kleine Correction, da sie doch nur auf einer ziemlich unsicheren Schätzung beruht, nicht angebracht werden. — Die Ursache dieser Abnahme des Gangunterschiedes nach den Plattenrändern hin ist darin zu erblicken, dass dort die Kraftlinien wegen der Nähe der Ränder der Metallbelegungen, die nur wenige mm über die Plattenränder hinausragten, bereits etwas nach aussen ausgebogen waren, und dass auch das elektrische Feld daselbst durch eine etwa vorhandene geringe oberflächliche Leitungsfähigkeit des Quarzes in viel stärkerem Maasse geschwächt werden konnte, als im mittleren Theile der Platte. Eben aus diesem letzteren Grunde ist es sehr unsicher, ob der fraglichen Correction in allen Fällen der gleiche Betrag beizulegen wäre. Es muss daher genügen, dass durch die vorstehend besprochenen Versuche gezeigt ist, dass diese Fehlerquelle jedenfalls nur von sehr geringem Einfluss war. —

Es handelte sich nun weiter darum, die Proportionalität der relativen Verzögerung mit dem Potentialgefälle, welche in der Theorie vorausgesetzt ist, zu prüfen, also $\varDelta$ bei verschieden starker Ladung zu messen. Hierzu diente zunächst eine ältere Beobachtungsreihe, bei welcher zur Potentialmessung nur die Schlagweite an der Maassflasche benutzt wurde, und die daher, weil Temperatur und Luftdruck nicht bekannt waren, allerdings keine ganz sicheren absoluten Werthe von $\frac{\varDelta}{V}$ ergeben, aber doch zur Vergleichung der bei verschiedenen Potentialen gefundenen Werthe verwendet werden konnte. Ihre Resultate sind nachstehend in derselben Weise wie früher wiedergegeben; über jeder einzelnen Gruppe ist die Schlagweite in Theilen des an der Maassflasche befindlichen Maassstabes und das entsprechende Entladungspotential nach der Tabelle S. 25 angegeben. Sämmtliche Messungen wurden in der Mitte der Platte angestellt.

	$a = 0{,}47.$ $V = 16{,}4$									
—				6,03				6,02		
0	3,60		3,56		3,69		3,65			
+		1,25				1,29				
$\varDelta$		−2,33		+2,40		−2,38			2,37.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1444.$

$a = 0{,}52. \quad V = 17{,}76.$

—		6,20				6,24			
0	3,66		3,69		3,65		3,66		
+				1,09				1,10	
$\varDelta$		+ 2,53		— 2,58		+ 2,58			**2,56.**

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1440.}$$

$a = 0{,}57. \quad V = 19{,}06.$

—				6,51				6,52		
0	3,69		3,69		3,74		3,74		3,76	
+		0,97				0,95				
$\varDelta$		—2,72		+ 2,80		—2,79		+ 2,77		**2,77.**

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1452.}$$

$a = 0{,}62. \quad V = 20{,}29.$

—				7,00				6,98	
0	3,92		3,98		4,01		4,02		
+		0,99				0,96			
$\varDelta$		—2,96		+ 3,05		— 3,055			**3,01.**

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1482.}$$

$a = 0{,}67. \quad V = 21{,}55.$

—				7,27				
0	4,06		4,08		4,10		4,12	
+		0,86				0,85		
$\varDelta$		— 3,21		+ 3,18		—3,26		**3,22.**

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1494.}$$

$a = 0{,}72. \quad V = 22{,}82.$

—		7,46				7,54			7,66		
0	4,17		4,19		4,18		4,20			4,28	
+				0,76				0,81			
$\varDelta$		+ 3,28		— 3,42		+ 3,35		—3,39		+ 3,38	**3,38.**

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1480.}$$

$a = 0{,}77. \quad V = 24{,}09.$

—		8,27				8,35				
0	4,72		4,75		4,79		4,83		4,85	
+				1,12				1,22		
$\varDelta$		+ 3,53		— 3,65		+ 3,54		— 3,62		**3,58.**

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1484.}$$

$a = 0{,}82. \quad V = 25{,}34.$

—				8,74				8,74		
0	4,88		4,92		4,96		4,92		4,96	
+		1,00				1,00				
$\varDelta$		— 3,90		+ 3,80		— 3,94		+ 3,80		**3,88.**

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}153.}$$

$a = 0{,}87. \quad V = 26{,}6.$

—		8,90				9,06				9,09			
0	4,98		5,00		5,06		5,11		5,09		5,13		
+				0,97				1,03					
Δ		+ 3,91		— 4,06		+ 3,98		— 3,97		+ 3,98		**3,98.**	$\frac{\Delta}{V}$ = **0,1495.**

$a = 0{,}92. \quad V = 27{,}85.$

—		9,28				9,28					
0	5,18		5,18		5,20		5,20		5,22		
+				1,06				0,95			
Δ		+ 4,10		— 4,13		+ 4,08		— 4,26		**4,14.**	$\frac{\Delta}{V}$ = **0,1485.**

$a = 0{,}97. \quad V = 29{,}1.$

—				9,66				9,62			
0	5,33		5,37		5,38		5,40		5,38		
+		0,95				0,99					
Δ		— 4,40		+ 4,29		— 4,40		+ 4,23		**4,33.**	$\frac{\Delta}{V}$ = **0,1488.**

$a = 1{,}02. \quad V = 30{,}35.$

—		9,85				9,93					
0	5,40		5,38		5,43		5,42		5,44		
+				0,85				0,87			
Δ		+ 4,46		— 4,55		+ 4,50		— 4,56		**4,52.**	$\frac{\Delta}{V}$ = **0,1491.**

Die Werthe von $\frac{\Delta}{V}$ stimmen so gut überein, dass man die Proportionalität von Δ (also auch $\omega_1^2 - \omega_2^2$) mit V oder $\partial V/\partial n$ innerhalb der Grenzen der hier angewandten Potentialgefälle (48,7 bis 93,7) als erwiesen ansehen kann. Dies zeigt noch besser folgende Zusammenstellung der mit dem Mittelwerth aus allen hier gefundenen Werthen $\frac{\Delta}{V}$, nämlich mit

$$\frac{\Delta}{V} = \mathbf{0{,}1484}$$

berechneten Werthe von Δ mit den beobachteten.

V	16,4	17,8	19,1	20,3	21,6	22,8	24,1	25,35	26,6	27,85	29,1	30,35
Δ ber.	2,43	2,64	2,83	3,01	3,21	3,39	3,58	3,77	3,95	4,13	4,32	4,50
Δ beob.	2,37	2,56	2,77	3,01	3,22	3,38	3,58	3,88	3,98	4,14	4,33	4,52
Differenz	+0,06	+0,08	+0,06	+0,00	—0,01	+0,01	+0,00	—0,11	—0,03	—0,01	—0,01	—0,02.

Bis auf wenige Fälle, wo wohl die Einstellung der Kugeln der Maassflasche ungenau war, liegen die Differenzen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Die Constanz von $\frac{\Delta}{V}$ wurde durch eine Anzahl späterer Messungen bestätigt, bei denen das Potential mittelst des Bifilar-Elektrometers bestimmt wurde.

Von diesen Beobachtungsreihen beziehen sich nur zwei auf verhältnissmässig hohe Potentiale, entsprechend den Schlagweiten 0,7 und 1,0; ihre Resultate, in derselben Weise angegeben wie diejenigen der analogen Beobachtungsreihe bei der Schlagweite 0,5, sind folgende (beobachtet in der Mitte der Platte).

$a = 0{,}7.$ $e^0 = 22{,}8$ mm.

$\alpha = 135{,}4.$ $V = 22{,}3$					
	—	6,28			
	0	3,30	3,23	3,32	
	+			0,20	
$\alpha = 134{,}5.$ $V = 22{,}24$	Δ	+ 3,015	— 3,075		3,045. $\frac{\Delta}{V} = 0{,}1366.$

$a = 1{,}0.$ $e^0 = 40{,}4$ mm.

$\alpha = 66{,}4.$ $V = 29{,}5$						
	—			7,20		
	0	4,40	4,48	3,14	2,88	
	+	0,30				
$\alpha = 63{,}6.$ $V = 30{,}1$	Δ	— 4,14		+ 4,19		4,17. $\frac{\Delta}{V} = 0{,}140.$

Diese Werthe von $\frac{\Delta}{V}$ stimmen nahe überein mit dem Mittelwerthe $\frac{\Delta}{V} =$ 0,1385 aus den früher mitgetheilten, an verschiedenen Stellen der Platte bei Potentialen von 17 bis 18 angestellten Messungen.

Bei noch höheren Potentialen zu beobachten, verhinderte das dann eintretende stärkere Zurückspringen der Nullstellung des Compensators nach der Entladung, welches nach dem S. 107 Gesagten wahrscheinlich eine Folge der für so hohe Spannungen nicht mehr genügenden Isolation der Quarzplattenoberfläche ist.

Bei kleineren Potentialen (unter 15 c. g. s.) war die Elektricitätszerstreuung hinreichend langsam, dass man direct correspondirende Werthe des Gangunterschiedes Δ und Elektrometerausschlages α beobachten konnte, statt wie vorher die Maassflasche einzuschalten und Δ für das jeweilige Entladungspotential zu bestimmen.

Eine erste Beobachtungsreihe, bei welcher $e_0 = 22{,}8$ war, ergab folgende zusammengehörige Ausschläge α, daraus nach I § 3 *b* berechnete Potentiale V, und Verzögerungen Δ bezw. $\frac{\Delta}{V}$:

α	V	Δ	$\frac{\Delta}{V}$
42,0	+ 13,94	— 1,93	0,1375
42,0	— 13,94	+ 1,91	
27,7	+ 11,47	— 1,58	0,1378
20,6	+ 10,0	— 1,37	0,1368
15,5	+ 8,75	— 1,23	0,1405
9,8	+ 6,98	— 1,00	0,1412
9,8	— 6,98	+ 0,98	
		Mittel:	0,1387.

Um bei noch kleineren Potentialen beobachten zu können, wurde der Kugelabstand e^0 bis auf 19,3 mm verkleinert; der Reductionsfactor $f = V : V'$ werde für diesen Fall $= 0{,}98$ angenommen. Die nachstehenden Beobachtungen wurden während einer und derselben, allmählich abnehmenden Ladung gemacht; die Einstellung des Compensators nach Entladung war dabei sehr nahe dieselbe, wie vor der Ladung geblieben.

α	V	$\varDelta$	$\frac{\varDelta}{V}$
28	10,32	1,48	0,1435
23	9,15	1,34	0,146
18,8	8,3	1,15	0,138
13	6,97	0,97	0,140
10	6,15	0,82	0,133
8	5,52	0,72	0,130
6,9	5,12	0,65	0,126
6,0	4,77	0,61	0,127
			Mittel: **0,135.**

Nachstehend sind die mit dem Mittelwerth aus beiden Reihen:

$$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}137$$

berechneten Werthe $\varDelta$ mit den beobachteten zusammengestellt.

V	13,94	11,47	10,3	10,0	9,15	8,75	8,3	6,98	6,97	6,15	5,52	5,12	4,77
$\varDelta$ ber.	1,91	1,57	1,41	1,37	1,25	1,20	1,14	0,96	0,96	0,84	0,75	0,70	0,65
$\varDelta$ beob.	1,92	1,58	1,48	1,37	1,34	1,23	1,15	0,99	0,97	0,82	0,72	0,65	0,61
Differenz	−0,01	−0,01	−0,07	0,00	−0,09	−0,03	−0,01	−0,03	−0,01	+0,02	+0,03	+0,05	+0,04.

Auch hier übersteigen die Abweichungen nur in wenigen Fällen die directen Beobachtungsfehler, und die relativ grossen Verschiedenheiten der Werthe $\frac{\varDelta}{V}$ bei den kleinsten angewandten Potentialen rühren wohl hauptsächlich von der Ungenauigkeit der Ablesungen von α her. Im Ganzen bestätigt sich jedenfalls auch hier für Potentiale zwischen 5 und 14 die Proportionalität von $\varDelta$ und V bezw. $\frac{\partial V}{\partial n}$. Mit dem hier gefundenen Werthe $\frac{\varDelta}{V} = 0{,}137$ erhält man für die höheren Potentiale

$$V = 22{,}27 \qquad 29{,}8$$
$$\varDelta = \ \ 3{,}05 \qquad 4{,}08$$

während beobachtet ist

$$\varDelta = \ \ 3{,}045 \qquad 4{,}17.$$

Somit kann die Proportionalität zwischen Gangunterschied und Feldstärke innerhalb der Grenzen $4{,}77 : 0{,}337 = 14$ und $29{,}8 : 0{,}337 = 88{,}5$ der letzteren als erwiesen gelten. —

Aus den Beobachtungen, bei welchen die Quarzplatte zwischen mit Stanniol belegten Glimmerplatten lag und das Potential mit dem Bifilar-Elektrometer gemessen wurde (— diejenigen, bei welchen nur die Schlagweite beobachtet wurde, müssen wegen des Einflusses der nicht mehr bekannten Temperatur und des Luftdruckes hier ausgeschlossen werden —), ergeben sich schliesslich die folgenden Mittelwerthe:
aus den Beobachtungen an zahlreichen verschiedenen Stellen der Platte bei Potentialen von ca. 18 c. g. s.

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1385},$$

aus den Beobachtungen bei höheren Potentialen (22,3 und 29,8)

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1383},$$

aus den Beobachtungen bei niedrigen Potentialen von 7 bis 14 (unter Fortlassung der zweiten, unsichereren Beobachtungsreihe bei $e^0 = 19{,}3$)

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1387}.$$

Insgesammt folgt hieraus:

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1385}, \text{ und } \frac{\varDelta}{\partial V/\partial n} = \mathbf{0{,}0467}.$$

Es wurden endlich noch Beobachtungen angestellt, wobei die Quarzplatte direct zwischen den auf die Potentialdifferenz V gebrachten Belegungen, in diesem Falle zwei über die Ränder der Quarzplatte ringsum etwa 2 mm hinausragenden Kupferplatten, lag, also ohne durch Glimmerplatten von ihnen isolirt zu sein. Bei dieser Anordnung konnte sicher keine Abschwächung des Feldes in der Quarzplatte durch oberflächliche Leitungsfähigkeit stattfinden, da ja auf ihren Breitseiten jederzeit dasselbe Potential herrschen musste, wie auf den anliegenden Metallplatten. In der That wurde das Zurückgehen der Nullstellung des Compensators über ihren Anfangswerth nach der Entladung, welches bei zwischengelegten Glimmerplatten bei Anwendung hoher Spannungen beobachtet wurde und durch eine zwischen der Quarzplatte und den Glimmerplatten inducirte elektrische Schicht zu erklären ist, jetzt gar nicht mehr bemerkt. Die Potentialdifferenz konnte, damit zwischen den Rändern der Kupferplatten keine Entladungen eintraten, nicht so gross wie früher gemacht werden; sie betrug bei allen Messungen **13,1**, entsprechend einem Elektrometerausschlage $\alpha = 30$, während $A = 210{,}5$, $e^0 = 24{,}8$ mm war. Dieses Potential blieb während der einzelnen Compensatoreinstellungen genügend constant, da die Capacität noch durch Einschalten mehrerer grosser Leydener Flaschen gegen früher vergrössert war.

Eine erste Beobachtungsreihe lieferte folgende Ergebnisse.

Etwas rechts von der Mitte.

—		3,26		3,25		3,24									
0	1,36		1,36		1,38		1,38	1,39		1,37		1,35		1,35	
+									—0,50		—0,48		—0,54		
$\varDelta$		+1,90		+1,88		+1,86			—1,88		—1,84		—1,89		**1,875**

In der Mitte.

—									3,94		3,94		3,93		3,91	
0	2,15		2,12		2,10		2,10	2,09		2,09		2,055		2,055		2,05
+		0,26		0,22		0,22										
$\varDelta$		—1,875		—1,89		—1,88			+1,85		+1,87		+1,875		+1,86	**1,873**

Etwas links von der Mitte.

—		3,95		3,91		3,895								
0	2,04		2,04		2,02		2,04		2,03		2,01		2,00	
+								0,145		0,16		0,135		
$\varDelta$		+1,91		+1,88		+1,865		—1,89		—1,86		—1,87		**1,879.**

Gesammtmittel $|\varDelta| =$ **1,876.**

Eine zweite Beobachtungsreihe (nachdem die Platten neu aufgelegt waren) ergab:

In der Mitte.

—										4,00		3,96		4,00		3,97	
0	1,94		1,97		2,00		2,06		2,03		2,07		2,05		2,08		2,04
+		0,00		0,07		0,12		0,09									
$\varDelta$		—1,955		—1,915		—1,91		—1,955		+1,95		+1,90		+1,935		+1,91	**1,929**

2 cm vom rechten Rand.

—		4,70		4,67		4,72									
0	2,80		2,83		2,75		2,75	2,67		2,67		2,63		2,64	
+									0,72		0,69		0,73		
$\varDelta$		+1,885		+1,88		+1,97			—1,96		—1,96		—1,895		**1,923**

1 cm vom rechten Rand.

—									4,17		4,18		4,175		
0	2,23		2,20		2,19		2,23	2,21		2,23		2,21		2,20	
+		0,26		0,24		0,25									
$\varDelta$		—1,955		—1,955		—1,96			+1,95		+1,96		+1,97		**1,958**

	2 cm vom linken Rand.															
—		4,215		4,22		4,23		4,19								
0	2,305		2,305		2,30		2,26		2,26		2,21		2,23		2,19	
+										0,26		0,29		0,26		
Δ		+1,91		+1,92		+1,95		+1,93		−1,975		−1,93		−1,95		**1,938**

	1 cm. vom linken Rand.															
—								3,80		3,76		3,76		3,72		
0	1,98		1,98		1,95		1,94		1,88		1,83		1,83		1,80	
+		0,01		0,04		0,035										
Δ		−1,97		−1,925		−1,91		+1,89		+1,905		+1,93		+1,905		**1,920.**

Gesammtmittel: $|\Delta| =$ **1,934.**

Ausserdem wurde noch eine Beobachtungsreihe mit Natriumlicht in der Mitte der Platte ausgeführt, welche ergab

$$\Delta = \begin{matrix} -1,935 & 1,96 & 1,90 & 1,91 & 1,875 & 1,925 & 1,98 \\ +1,915 & 1,94 & 1,91 & 1,915 \end{matrix} \Bigg\} \text{ Mittel } \mathbf{1,924},$$

also wieder nahezu denselben Werth, wie für weisses Licht, in Uebereinstimmung mit dem schon S. 103 erwähnten hierauf bezüglichen Resultat.

Aus allen Beobachtungen bei direct anliegenden Kupferplatten folgt:

$$\frac{|\Delta|}{V} = \frac{1,913}{13,1} = \mathbf{0,1455}.$$

Bei Berechnung des Potentialgefälles $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D}$ ist hier die grösste Dicke der Quarzplatte in der Mitte einzuführen: $D = 0,319$ cm, umsomehr, als die Kupferplatten thatsächlich die Quarzplatte in der Nähe der Ränder nicht ganz vollständig berührten. Man findet dann

$$\frac{\Delta}{\partial V / \partial n} = \mathbf{0,0465},$$

d. i. fast genau derselbe Werth, welcher oben aus den gesammten Beobachtungen mit Belegungen auf Glimmerplatten gewonnen wurde. Der Werth 0,0466 ist also nun zur definitiven Berechnung von $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ zu benutzen. Die Grösse $\overline{\Delta}_1 : \frac{m}{\varkappa_1}$ in der Formel 51) ist dem absoluten Werthe nach $= \frac{\Delta}{23,8} : \frac{\partial V}{\partial n}$, und ihr Vorzeichen ist positiv, da $\overline{\Delta}$ entgegengesetztes Vorzeichen hat wie Δ und letztere

Grösse nach den vorstehend mitgetheilten Beobachtungsresultaten **negativ** ist für positives Moment. Man erhält demnach

$$\bar{\Delta}_1 \cdot \frac{\varkappa_1}{m} = + \frac{0,0466}{23,8} = +\mathbf{0,00196}.$$

Ferner ist in 51) einzusetzen $L^0 = 44,7$, $\frac{1}{2} n_o^{0^3} = 1,841$, $n_e^0 - n_o^0 = -0,0091$ und nach den im nächsten Paragraph mitzutheilenden piëzoelektrischen Beobachtungen $\delta_{11} = -6,3 \cdot 10^{-8}$.

Da wir den Abstand der Compensatorstreifen wie für Natriumlicht gleich 23,8 gesetzt haben, so ist auch für λ die Wellenlänge des Natriumlichts zu nehmen. Sonach wird die Gleichung 51):

$$1,841 \cdot \frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} + 6,3 \cdot 0,0091 \cdot 10^{-8} = \frac{589,2 \cdot 10^{-6}}{44,7} \cdot 0,00196 = 2,58 \cdot 10^{-8},$$

woraus folgt:

$$\frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{1,370 \cdot 10^{-8}}.$$

II. Beobachtungen im convergenten Licht in der Richtung der Hauptaxe.

Wie wir schon in § 2, *a* I sahen, macht das starke Drehungsvermögen des Quarzes es unmöglich, den Gangunterschied, welcher in der Richtung Z^0 in Folge dielektrischer Polarisation parallel X^0 (oder irgend einer anderen zu Z^0 senkrechten Richtung) hervorgebracht wird und ebenfalls von der Constante e_{11} abhängt, mit Hülfe des Compensators zu messen. Dieser Gangunterschied, bezw. zunächst das Verhältniss $x = \frac{\omega_x^2 - \omega_y^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$, kann aber, wie in § 2, *a* II ausgeführt worden ist, dadurch ermittelt werden, dass man die Aenderungen misst, welche die Durchmesser der im convergenten polarisirten homogenen Lichte in einer zur Hauptaxe senkrechten Platte sichtbaren Interferenzringe (Curven gleichen Gangunterschiedes) bei dielektrischer Polarisation der Platte erleiden, ein Beobachtungsverfahren, welches ja schon von den Herren Röntgen, Kundt und Czermak zur qualitativen Untersuchung, von letzterem auch zu vergleichenden Messungen der elektrooptischen Erscheinungen am Quarz angewandt worden ist (vergl. die Bemerkung S. 92—93). Zu diesem Zwecke konnte dieselbe Platte Verwendung finden, an welcher die im vorigen Abschnitt mitgetheilten Compensatorbeobachtungen ausgeführt worden waren, indem man jetzt durch deren kürzere, zur Hauptaxe OZ^0 nahezu senkrechte Schmalseiten hindurch beobachtete. Die Platte wurde, wie bei den Compensatorbeobachtungen zwischen den aussen mit Stanniol belegten Glimmerplatten liegend, mit der Breitseite horizontal auf ein drehbares Tischchen gelegt (*TT* in Fig. 10, welche die Anordnung, von oben gesehen, schematisch darstellt), so dass ihre längsten Kanten zunächst ungefähr parallel

der Beobachtungsrichtung (AB) lagen. Das (in der Figur von A her) einfallende Licht einer Natriumflamme wurde zunächst durch den Polarisator vertikal polarisirt und dann durch eine hinter der Quarzplatte in passender Entfernung aufgestellte Linse (L) schwach convergent gemacht. Das Interferenzbild, welches nach dem Durchgang des Lichtes durch eine entsprechende vor der Quarzplatte aufgestellte Linse (L') und den Analysator, dessen Polarisationsebene horizontal war, zu Stande kam, wurde aus geringer Entfernung mit einem kleinen Fernrohr beobachtet.

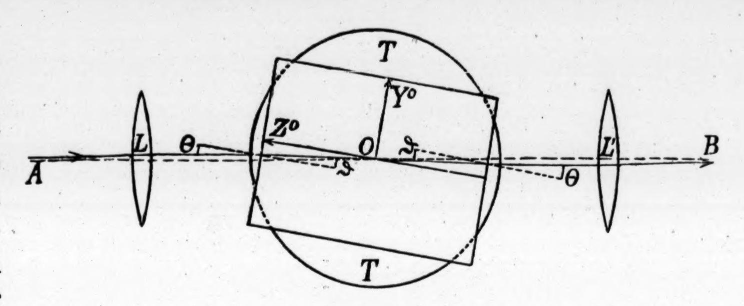


Fig. 10.

Wegen der im Verhältniss zu ihrer grossen Länge geringen Dicke der Platte konnte man nicht die ganzen Ringe sehen, sondern nur deren seitliche Segmente; dies genügte aber, weil gemäss der Orientirung der Platte der horizontale Ringdurchmesser (parallel der Y^0-Axe) ein solcher war, welcher bei der Elektrisirung parallel X^0 in die grosse oder kleine Lemniscatenhauptaxe überging. Durch Messung der Verschiebungen der Ringsegmente nach rechts oder links konnten also die in § 2 a II mit $\Theta_h - \Theta_h^0$ und $\Theta_h^0 - \Theta_h'$ bezeichneten Aenderungen des Winkelhalbmessers der Ringe ermittelt werden. Um nun diese Messung auszuführen, konnte man das Tischchen mit der darauf liegenden Platte um eine vertikale Axe um messbare Winkel drehen, und zwar mittelst einer Mikrometerschraube, deren volle Umdrehung eine Drehung des Tischchens um den Winkel $\gamma = 45{,}4'$ oder $= 0{,}0132$ in Bogenmaass hervorbrachte, und deren Kopf in 20 Theile getheilt war. Es wurde nun zunächst durch diese Drehung der Platte das eine seitliche Segment desjenigen Ringes, dessen Erweiterung und Verengerung gerade gemessen werden sollte, zur Berührung mit dem vertikalen Faden des Fernrohres gebracht und die entsprechende Stellung der Mikrometerschraube abgelesen. Wurde dann die mit der Influenzmaschine und der inneren Belegung der Maassflasche (und eventuell noch anderer Leydener Flaschen) verbundene obere Plattenbelegung geladen, während die untere immer zur Erde abgeleitet war, so verschob sich das Ringsegment im Gesichtsfeld des Fernrohres seitwärts, und es musste der Platte eine gewisse Drehung ertheilt werden, um die Berührung des Ringes mit dem Faden wieder herzustellen. Es wurde nun jedesmal diejenige Drehung ausprobirt, die erforderlich war, damit die Berührung gerade im Momente vor der Entladung der Maassflasche bei einer bestimmten Schlagweite eintrat; war die Richtigkeit dieser Einstellung bei einer Reihe von Entladungen controllirt, so wurde die Platte soweit zurückgedreht, dass der Ring bei entladener Plattenbelegung wieder auf dem Faden einstand. Die hierbei

abgelesene Drehung der Platte — oder das Mittel aus der Drehung hin und zurück — ist dann, je nachdem der Ring eine Erweiterung oder Verengerung erfuhr, der in § 2 a II mit $\Theta_h - \Theta_h^0$ oder $\Theta_h^0 - \Theta_h'$ bezeichnete Winkel. Es wurden immer jene beiden Winkel bestimmt, indem die Messung sowohl bei positiver als bei negativer Ladung der oberen Plattenbelegung ausgeführt wurde. Auch der ganze ursprüngliche horizontale Ringdurchmesser $2\Theta^0$ konnte durch Drehung der Platte gemessen werden, indem man erst das linke, dann das rechte Segment desselben Ringes auf den vertikalen Faden einstellte. Uebrigens konnte der Werth von Θ^0 auch nach der aus 56) folgenden Formel

$$\sin\Theta_h^0 = n_o^0 \sin\vartheta_h^0 = \frac{n_o^0 \sqrt[4]{\left(h\frac{2\pi}{L\delta^0}\cos\vartheta_h^0\right)^2 - 1}}{\sqrt{k^0}}$$

berechnet werden, worin hier $L = 59{,}9$ zu setzen ist und somit h den Werth 8 annimmt für den ersten Ring, 9 für den zweiten u. s. w. Dabei ergab sich gute Uebereinstimmung mit den gemessenen Werthen; so wurde z. B. berechnet $\Theta_1^0 = 5^0 25'$, $\Theta_2^0 = 6^0 47'$, gemessen $\Theta_1^0 = 7{,}2\gamma = 5^0 27\frac{1}{2}'$, $\Theta_2^0 = 9{,}03\gamma = 6^0 50'$. Bezüglich der folgenden Tabellen ist noch zu bemerken, dass die auf den 1ten, 2ten und 3ten Ring bezüglichen Grössen Θ^0, Θ und Θ' entsprechend mit den Indices 1, 2, 3 bezeichnet sind statt mit den Indices h.

Zunächst seien die Resultate einer älteren Beobachtungsreihe mitgetheilt, bei welcher lediglich die Schlagweite zur Potentialmessung diente, und die nach S. 25 angenommenen absoluten Potentialwerthe wieder einer gewissen Unsicherheit wegen des unbekannten Luftzustandes unterliegen.

Schlagweite $a = 0{,}5$. ($V = 17{,}2$.)

1. Ring: $\Theta_1 - \Theta_1' = 0{,}55\gamma$

2. " : $\Theta_2 - \Theta_2' = 0{,}45\gamma$.

Schlagweite $a = 1{,}0$. ($V = 29{,}85$.)

1. Ring: $\Theta_1 - \Theta_1' = 0{,}96\gamma$ auf der einen, $= 1{,}00\gamma$ auf der anderen Seite, im Mittel $0{,}98\gamma$.
2. " : $\Theta_2 - \Theta_2' = 0{,}79\gamma$ " " " , $0{,}82\gamma$ " " " " , " " $0{,}805\gamma$.

Nach Formel 57') berechnet: $x = 0{,}0364$ aus $\Theta_1 - \Theta_1'$ für $a = 0{,}5$, $\frac{x}{V} = 2{,}11 \cdot 10^{-3}$
$= 0{,}0649$ " " " $a = 1{,}0$, " $2{,}10 \cdot 10^{-3}$
$= 0{,}0373$ " $\Theta_2 - \Theta_2'$ " $a = 0{,}5$, " $2{,}16 \cdot 10^{-3}$
$= 0{,}0670$ " " " $a = 1{,}0$, " $2{,}175 \cdot 10^{-3}$

Mittelwerth von $\frac{x}{V}$: $\mathbf{2{,}136 \cdot 10^{-3}}$.

Später wurde das Entladungspotential vor und nach jedem Satze optischer Messungen mittelst des Bifilar-Elektrometers bestimmt, in der Weise wie es schon bei den Compensatorbeobachtungen geschah. In der nachstehenden Tabelle sind

in der ersten Columne die dem Entladungspotential (beim Scalenabstand $A = 284{,}5$ cm und dem Kugelabstand $e^0 = 40{,}4$ mm) entsprechenden Elektrometerausschläge α angegeben, in der zweiten die daraus berechneten Potentialwerthe, in den folgenden die beobachteten Ringerweiterungen und Verengerungen $\Theta - \Theta^0$ und $\Theta^0 - \Theta'$, sowie deren Summe $\Theta - \Theta'$ in Theilen von γ, dann in der vorletzten Columne die daraus nach der Formel 57'), worin für Θ_1^0, Θ_2^0, Θ_3^0 ihre für $L = 59{,}9$ berechneten Werthe: $5^0 25'$, $6^0 47'$, $7^0 46'$ gesetzt wurden, abgeleiteten Werthe von x, und endlich in der letzten die durch Division mit dem Mittelwerthe der vor und nach dem betreffenden Versuch gefundenen Potentiale berechneten Werthe von $\frac{x}{V}$.

	α	V	$\frac{\Theta - \Theta^0}{\gamma}$	$\frac{\Theta^0 - \Theta'}{\gamma}$	$\frac{\Theta - \Theta'}{\gamma}$	x	$\frac{x}{V}$
1. Ring, links.	85,7 85	29,5 29,4	0,45	0,575	1,025	0,0665	0,00226
2. Ring, links.	93,3	30,56	0,35	0,425	0,775	0,0640	0,00213
3. Ring, links.	89,0 89,0	30,0	0,33	0,37	0,70	0,0662	0,00221
1. Ring, rechts.	89,0 86,3	30,0 29,46	0,45	0,475	0,925	0,0610	0,00204
2. Ring, rechts.	(86,3) 86,8	29,46 29,56	0,36	0,36	0,72	0,0594	0,00202
3. Ring, rechts.	(86,8) 89,2	29,56 30,0	0,325	0,30	0,625	0,0590	0,001975
1. Ring, links, rep.	89,2	30,0	0,44	0,52	0,96	0,0632	0,00211
2. Ring, links, rep.	(89,2) 88,0	30,0 29,72	0,35	0,40	0,75	0,0620	0,00208

Mittelwerthe von $\frac{x}{V}$ aus den Messungen

am 1ten,	2ten,	3ten Ring:
0,00214	0,00208	0,00209,

insgesammt:

$$\frac{x}{V} = \mathbf{0{,}00210}.$$

Nachdem die Platte umgedreht war, so dass jetzt die vorher geladene Fläche zur Erde abgeleitet war und umgekehrt, wurde folgende zweite Beobachtungsreihe erhalten.

	α	V	$\frac{\Theta-\Theta^0}{\gamma}$	$\frac{\Theta^0-\Theta'}{\gamma}$	$\frac{\Theta-\Theta'}{\gamma}$	x	$\frac{x}{V}$
1. Ring, links.	80,7 80,2	28,64	0,45	0,50	0,95	0,0618	0,00216
2. Ring, links.	82,3	28,92	0,33	0,38	0,71	0,0586	0,00204
3. Ring, links.	82,3	28,92	0,30	0,325	0,625	0,0590	0,00204
1. Ring, rechts.	84,4	29,25	0,475	0,475	0,95	0,0621	0,00212
2. Ring, rechts.	84,0	29,18	0,36	0,39	0,75	0,0618	0,002125
3. Ring, rechts.	82,8	29,0	0,35	0,31	0,66	0,0623	0,00214

Mittelwerth von $\frac{x}{V}$ aus den Messungen

am 1ten,	2ten,	3ten Ring:
0,00214	0,00208	0,00209,

insgesammt:

$$\frac{x}{V} = \mathbf{0{,}00210},$$

ebenso aus beiden Beobachtungsreihen zusammen.

Hieraus ergiebt sich nach Formel 58):

$$\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = \frac{589{,}2 \cdot 21{,}67}{3{,}68 \cdot 180} \cdot 0{,}00210 \cdot 0{,}337 \cdot 10^{-6} = \mathbf{1{,}36 \cdot 10^{-8}};$$

dagegen folgt aus der ersten, wegen der Potentialmessung mit der Maassflasche allein unsichereren Beobachtungsreihe (S. 119): $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{1{,}38 \cdot 10^{-8}}$.

Dieses Resultat stimmt sehr gut mit demjenigen der Compensatormessungen: $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{1{,}37 \cdot 10^{-8}}$ überein. Dass auch der Sinn der beobachteten Aenderungen dem früher bestimmten positiven Vorzeichen von e_{11} entspricht, ergiebt sich wie folgt. Beobachtet wurde eine Abnahme des horizontalen Ringdurchmessers

bei positiver Ladung derjenigen Seite der Platte, aus welcher die negative X^0-Axe austritt, also bei positivem Moment m; in diesem Falle war also die Ebene der optischen Axen vertikal, d. h. parallel X^0, und folglich $\omega_x > \omega_y$. Nun ist nach den Formeln 50′) $\omega_x^2 - \omega_y^2 = +2 e_{11} m$, folglich ergiebt sich aus obiger Beobachtung in der That positives Vorzeichen von e_{11}.

Diese Uebereinstimmung der in I und II gefundenen Resultate liefert eine Bestätigung der allgemeinen Theorie der Aenderung der Doppelbrechung des Quarzes im elektrischen Felde.

III. Compensatorbeobachtungen in Richtungen, welche die Winkel zwischen der Y^0- und Z^0-Axe nahezu halbiren.

Zu diesen Beobachtungen diente eine nahezu quadratische Platte (No. 2) von 3,51 mm Dicke und 20,5 bezw. 20,75 mm Kantenlänge, deren Breitseiten ebenfalls parallel der $Y^0 Z^0$-Ebene und deren Schmalseiten unter 45° gegen die Z^0-Axe geneigt sein sollten, aber in Wirklichkeit ein wenig von dieser Orientirung abwichen. Die Abweichung der Plattennormale und somit der Elektrisirungsrichtung von der X^0-Axe bestand in einer Neigung von ca. $2\frac{1}{2}^0$ gegen die Z^0-Axe hin, wie durch Beobachtung der Auslöschungsrichtungen auf den Schmalseiten constatirt wurde. Dieselbe hat sowohl für die wirksame Componente a des inducirten Momentes, als für die Neigung der Beobachtungsrichtungen (Normalen der Schmalseiten) gegen die Z^0-Axe, und somit auch für die beobachteten Gangunterschiede nur Fehler 2ter Ordnung (nämlich von der Grössenordnung von $\sin^2 2\frac{1}{2}^0$) zur Folge und braucht daher nicht berücksichtigt zu werden. Dagegen hat die Abweichung der Neigung der Kanten gegen die Z^0-Axe von dem Winkel $\pm 45^0$ einen merklichen Einfluss und muss, wie es in den Formeln 52) und 53) schon vorgesehen ist, in Rechnung gezogen werden. Jene Neigung der Kanten gegen Z^0 ist nun sehr annähernd gleich der „Auslöschungsschiefe“ auf der Breitseite, da deren eine Auslöschungsrichtung mit der Durchschnittslinie der Plattenebene und der $Z^0 X^0$-Ebene zusammenfällt. Auf diese Weise wurde der in § 2, a, S. 87 mit ϑ bezeichnete Winkel für die eine Kantenrichtung $= -44^0 10'$, für die andere $= +45^0 50'$ gefunden. Für die erstere Richtung war $L = 20,5$, für die letztere $= 20,75$ mm.

Um den ursprünglichen Gangunterschied in einer dieser Beobachtungsrichtungen soweit zu compensiren, dass man mit weissem Licht beobachten konnte, mussten hier zwei andere Platten in den Weg der Lichtstrahlen eingeschaltet werden in der Weise, wie in nebenstehender Figur angedeutet ist, nämlich: erstens eine der zu untersuchenden Platte ganz ähnliche (No. 2′) in solcher Lage, dass ihre Hauptaxe zu derjenigen der ersten Platte senkrecht lag, zweitens eine Platte (1′)

Fig. 11.

von ebenfalls 20,5 mm Länge, in welcher die Hauptaxe Z^0 vertikal, also parallel der X^0-Axe der beiden ersteren Platten lag. Da der Gangunterschied in jeder der Platten (2) und (2') auf gleicher Weglänge halb so gross und von entgegengesetztem Vorzeichen ist, wie in der Platte (1'), so muss der Gangunterschied der beiden Wellen nach Durchgang durch alle drei Platten sehr gering sein und zwar ein absolutes Minimum für die Richtung senkrechten Durchganges. Dass der Gangunterschied ein Minimum (oder Maximum) wird für die Beobachtungsrichtung, ist wesentlich, damit der schwarze Compensatorstreifen scharf und gerade erscheint; daher genügte es nicht, die zweite Platte etwa mit um 90° gedrehten Schwingungsrichtungen vor die erste zu stellen, obgleich ja dadurch der Gangunterschied für die Beobachtungsrichtung selbst hätte vollständig compensirt werden können. Vor den Beobachtungen wurden die Schwingungsrichtungen in den drei Platten und im Compensator möglichst gut zur Coincidenz gebracht, und die Nicolhauptschnitte wie früher unter ±45° dagegen gestellt; dann war in der That im weissen Licht ein guter schwarzer Streifen (in einem Falle schwach farbig gesäumt) sichtbar. — Als zunächst versucht wurde, die beschriebene Platte ebenso, wie früher die grosse Platte (1), zwischen mit Stanniol belegten Glimmerplatten dielektrisch zu polarisiren, zeigte sich ein starkes Zurückspringen des Compensatorstreifens nach jeder Entladung über diejenige Lage hinaus, welche er vor der betreffenden Ladung gehabt hatte, eine Erscheinung, die, wie schon früher erörtert wurde, auf eine leitende Oberflächenschicht der Quarzplatte zurückzuführen ist, welche sich hier wegen der ungünstigeren Jahreszeit stärker geltend machte. Ausserdem wurde eine starke Abnahme des Gangunterschiedes gegen den Rand der Platte hin beobachtet, so dass dort das elektrische Feld, ebenfalls wohl durch die eben erwähnte Ursache, erheblich geschwächt zu sein schien. Um diese Störungen durch oberflächliche Leitung sicher zu vermeiden, wurde daher bei den unten anzuführenden Messungen die Platte zwischen zwei ihre Breitseiten direct berührende quadratische, ringsum etwa 1 mm überstehende Messingplatten gelegt, deren untere mit der Erde und deren obere mit der auf ein bestimmtes Potential geladenen Leydener Batterie von 3 oder 4 grossen Flaschen leitend verbunden war. Dank der grossen Capacität der letzteren blieb das Potential während der Einstellungen des Compensators genügend constant. Dasselbe wurde immer auf denjenigen Werth gebracht, bei welchem das Bifilar-Elektrometer einen Ausschlag von 30 mm gab, und welcher sich, da $A = 210{,}5$ und $e^0 = 24{,}8$ mm (sowie $L = L_1$) war, gleich **13,13** (c. g. s.) ergiebt; das Potentialgefälle in der Platte war demnach immer $= \frac{13{,}13}{0{,}351} = 37{,}4$. Die Resultate sind nachstehend in analoger Weise, wie unter I diejenigen der Compensatormessungen an der Platte No. 1, zusammengestellt. Das den Zeilen, welche die Compensatorablesungen enthalten, vorangestellte Vorzeichen ist dasjenige des Momentes a. —

Beobachtungsrichtung $\vartheta = +45^0 50'$.

	ca. 3 mm vom rechten Rand.														
—		3,10		3,15		3,17									
0	1,55		1,57		1,57		1,62	1,59		1,61		1,55		1,55	
+									−0,01		−0,05		−0,04		
$\varDelta$		+1,54		+1,58		+1,575			−1,61		−1,585		−1,59		**1,580**

	ca. 7 mm vom rechten Rand.													
—								3,82		3,73		3,76		
0	2,19		2,16		2,16		2,19		2,20		2,18		2,18	
+		0,60		0,62		0,61								
$\varDelta$		−1,575		−1,54		−1,565		+1,625		+1,54		+1,58		**1,571**

	Mitte.													
—		3,53		3,48		3,53								
0	1,97		1,97		1,97		1,99		1,99		2,03		2,04	
+								0,42		0,46		0,45		
$\varDelta$		+1,56		+1,51		+1,55		−1,57		−1,55		−1,585		**1,554**

	7 mm vom linken Rand.														
—									3,48		3,47		3,46		
0	1,78		1,78		1,74		1,73	1,85		1,88		1,87		1,88	
+		0,17		0,15		0,14									
$\varDelta$		−1,61		−1,61		−1,605			+1,615		+1,595		+1,585		**1,603**

	3 mm vom linken Rand.														
—		3,53		3,49		3,51									
0	1,88		1,89		1,89		1,89	1,78		1,78		1,73		1,74	
+									0,21		0,17		0,11		
$\varDelta$		+1,645		+1,60		+1,62			−1,57		−1,585		−1,625		**1,608.**

Gesammtmittel: $|\varDelta| = \mathbf{1,583}$,

daraus mit Rücksicht auf das Vorzeichen: $\overline{\varDelta}_2 = +\mathbf{0,0666}$,

$$\frac{\overline{\varDelta}_2 \lambda}{L^0 \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = \frac{0{,}0666 \cdot 589{,}2}{20{,}5 \cdot 37{,}4} \cdot 10^{-6} = +\mathbf{5{,}11 \cdot 10^{-8}}.$$

Dass auch hier die Berechnung mit den für Natriumlicht gültigen Constanten 23,8 und $589{,}2 \cdot 10^{-6}$ zulässig ist, d. h. dass es einerlei ist, ob man die Verschiebung des schwarzen Streifens mit weissem Licht oder Natriumlicht beobachtet, zeigt folgende mit Natriumlicht erhaltene Beobachtungsreihe, die bei gleichem Ladungspotential in der Mitte der Platte ausgeführt wurde.

—		3,69		3,68		3,72												
0	2,14		2,16		2,16		2,20		2,06		2,04		2,10		2,09		2,03	
+								0,55		0,54		0,56		0,49		0,46		
Δ		+1,54		+1,52		+1,54		−1,58		−1,51		−1,51		−1,605		−1,60		**1,545.**

Der Unterschied zwischen diesem Werthe und dem entsprechenden für weisses Licht gefundenen: 1,554 liegt innerhalb der Fehlergrenzen. Somit kann man auch hier die Gangunterschiede $(\omega_1 - \omega_2)$, welche mit weissem Licht bestimmt sind, als für Natriumlicht gültig ansehen. Da dieselben nun (nach S. 88) nahe proportional mit $\frac{3}{2} e_{11} + e_{41}$ sind, und die Beobachtungen an der grossen Platte (No. 1) gezeigt hatten, dass die Constante e_{11} für mittleres „weisses" Licht und für Natriumlicht sehr nahe übereinstimmende Werthe besitzt, so kann letzteres aus dem jetzt gefundenen Resultat auch bezüglich der anderen elektrooptischen Constante des Quarzes, e_{41}, gefolgert werden. — Alle folgenden Beobachtungen beziehen sich auf weisses Licht.

Beobachtungsrichtung $\vartheta = -44^{0}\,10'$.

	ca. $3\frac{1}{2}$ mm vom linken Rand.														
—									2,25		2,21		2,17		
0	1,25		1,26		1,28		1,26	1,27		1,27		1,27		1,27	
+		0,36		0,35		0,32									
Δ		−0,895		−0,92		−0,95			+0,98		+0,94		+0,90		**0,921**

	7 mm vom linken Rand.													
—		2,80		2,81		2,79								
0	1,86		1,85		1,88		1,88		1,90		1,91		1,92	
+								1,04		1,03		1,05		
Δ		+0,945		+0,945		+0,91		−0,85		−0,875		−0,865		**0,898**

	Mitte.															
—										2,25			2,20		2,24		
0	1,23		1,27		1,29		1,28		1,27		1,31 |	1,27		1,28		1,32	
+		0,27		0,36		0,31		0,36									
Δ		−0,98		−0,92		−0,975		−0,915		+0,96			+0,925		+0,94		**0,945**

	7 mm vom rechten Rand.													
—		2,67		2,73		2,73								
0	1,76		1,78		1,77		1,77		1,79		1,75		1,78	
+								0,87		0,82		0,83		
Δ		+0,90		+0,955		+0,960		−0,91		−0,95		−0,935		**0,935**

	$3\frac{1}{2}$ mm vom rechten Rand.															
—									2,11		2,15			2,16		
0	1,18		1,18		1,18		1,18	1,22		1,20		1,20	1,22		1,26	
+		0,25		0,30		0,26										
Δ		−0,93		−0,88		−0,92			+0,90		+0,95			+0,92		**0,917**

	Knapp 1 mm vom rechten Rand.							
—		1,88		1,85		1,87		
0	1,02		0,97		0,96		0,97	
		+ 0,885		+ 0,885		+ 0,905		**0,892.**

Wie man sieht, ist die Abnahme des Gangunterschiedes gegen den Rand der Platte hin hier sehr gering und braucht nicht weiter berücksichtigt zu werden. Ausserdem zeigen beide Tabellen, dass die Einstellung des Compensators für entladene Belegungen auch nach mehrmaliger Ladung meist sehr gut constant blieb, also keinerlei Nachwirkung der dielektrischen Polarisation vorhanden war; und ferner, dass die absoluten Werthe der positiven und negativen Δ durchschnittlich nahe gleich waren.

Der Mittelwerth aus allen $|\Delta|$ für die letzte Beobachtungsrichtung ist **0,923**, woraus folgt

$$\bar{\Delta}_3 = +\mathbf{0{,}0388},$$

$$\frac{\bar{\Delta}_3 \lambda}{L^0 \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = +\frac{0{,}0388 \cdot 589{,}2}{20{,}75 \cdot 37{,}4} \cdot 10^{-6} = +\mathbf{2{,}94 \cdot 10^{-8}}.$$

Relativ ist $\bar{\Delta}_3$ wegen seiner erheblich geringeren Grösse natürlich weniger genau bestimmt als $\bar{\Delta}_1$ und $\bar{\Delta}_2$. Das Vorzeichen ist in allen 3 Fällen dasselbe, da stets bei positivem Moment der Compensator, dessen Spalt immer parallel den Kraftlinien war, auf kleinere Zahlen gedreht werden musste, entsprechend positivem $\bar{\Delta}$.

Nach den Formeln 52) und 53), in welchen $\delta\vartheta = +50' \cdot \frac{\pi}{10800'} = +0{,}01454$, ferner nach den im folgenden § mitzutheilenden Bestimmungen $\delta_{11} = -6{,}27 \cdot 10^{-8}$, $\delta_{14} = +1{,}93 \cdot 10^{-8}$ zu setzen ist, erhält man jetzt folgende zwei Gleichungen für $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ und $\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$:

$$+5{,}11 \cdot 10^{-8} = \frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}(2{,}77 - 1{,}86 \cdot 0{,}0145) + \frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} \cdot 1{,}858 + 0{,}0091 \cdot 2{,}05 \cdot 10^{-8}$$

$$+2{,}94 \cdot 10^{-8} = \frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}(2{,}77 + 1{,}86 \cdot 0{,}0145) - \frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} \cdot 1{,}858 + 0{,}0091 \cdot 1{,}09 \cdot 10^{-8}.$$

Aus denselben folgt durch Addition (wobei das vom Orientirungsfehler herrührende Glied fortfällt):

$$8{,}05 \cdot 10^{-8} - 0{,}0091 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-8} = 5{,}54 \cdot \frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2},$$

$$\frac{\boldsymbol{e_{11}\varkappa_1}}{\boldsymbol{v^2}} = \mathbf{+1{,}448 \cdot 10^{-8}},$$

während aus den Compensatorbeobachtungen parallel Y^0 an der grossen Platte No. 1 der Werth $\mathbf{+1{,}370 \cdot 10^{-8}}$ gefunden war (dagegen 1,468 aus der weniger sicheren Beobachtungsreihe, welche zufolge S. 109 u. 114 nicht definitiv berücksichtigt werden sollte). Der Werth $1{,}37 \cdot 10^{-8}$ muss als der zuverlässigere gelten, theils weil die Bestimmung von $\varDelta_1$ an sich relativ genauer war, als die von $\varDelta_2$ und $\varDelta_3$, theils weil letztere Grössen durch Abweichungen der Beobachtungsrichtung von der Plattennormale, die bis zum Betrage von 1 bis 2^0 wohl möglich waren, merklich und zwar in verschiedenem Grade beeinflusst sein können, da im Falle solcher Abweichungen die Correctionsgrösse $\delta\vartheta$ in 52) und 53) nicht den oben vorausgesetzten Werth hätte. —

Durch Subtraction der zweiten der obigen Gleichungen von der ersten folgt:

$$2{,}17 \cdot 10^{-8} = -1{,}86 \cdot 0{,}029 \cdot \frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} + 2 \cdot 1{,}858 \cdot \frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + 0{,}0091 \cdot 0{,}96 \cdot 10^{-8},$$

oder, wenn man $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = +1{,}4 \cdot 10^{-8}$ einsetzt:

$$\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} \cdot 2 \cdot 1{,}858 = (2{,}17 + 0{,}076 - 0{,}00875) \cdot 10^{-8} = 2{,}237 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{\boldsymbol{e_{41}\varkappa_1}}{\boldsymbol{v^2}} = \mathbf{+0{,}602 \cdot 10^{-8}}.$$

b. Elektrisirungsrichtung parallel der Y^0-Axe.

In § 2, *b* sahen wir, dass bei dielektrischer Polarisation parallel der Y^0-Axe eine Drehung der optischen Symmetrieaxen um die Y^0-Axe stattfindet, welche durch die Constante e_{41} bestimmt ist und deren Beobachtung daher zur Ermittelung dieser Constante dienen kann. Diese Drehung äussert sich in proportionalen Aenderungen des Gangunterschiedes in Richtungen, welche die Winkel zwischen Z^0 und X^0 (ungefähr) halbiren; aus jenen Aenderungen $\varDelta_4$, $\varDelta_5$ kann also e_{41} berechnet werden, und zwar nach den in § 2, *b* aufgestellten Formeln 59), 60), 61).

Zum Zwecke der Beobachtung dieser Grössen $\varDelta_4$, $\varDelta_5$ war aus demselben Krystall, der das Material zu den zuvor benutzten Platten geliefert hatte, eine Platte No. 3 hergestellt worden, deren Breitseiten bis auf eine zu vernachlässigende Abweichung von $1{,}4^0$ senkrecht zur Y^0-Axe, und deren Schmalseiten fast genau unter 45^0 gegen die Z^0- und X^0-Axe geneigt waren; die Abweichungen von letzterer Orientirung, welche durch Messung der Auslöschungsschiefe auf

den Breitseiten festgestellt wurden, waren ebenfalls so gering, dass sie keine Correction nöthig machten. Zur Unterscheidung der Flächen und Kantenrichtungen war auf derjenigen Breitseite, aus welcher die $-Y^0$-Axe austrat, ein Pfeil parallel denjenigen Kanten, deren Richtung den Winkel $(+X^0, +Z^0)$ halbirte, eingeritzt. Im Folgenden soll die letztere Richtung mit $+45^0$, die der anderen langen Kanten mit -45^0 bezeichnet werden, entsprechend den Werthen des Winkels ϑ in der Formel 59). Die Länge der ersteren Kanten betrug 20,6, die der letzteren 20,55, die Dicke der Platte 3,54 mm. — Die Versuchsanordnung war genau dieselbe, wie bei den Beobachtungen an der Platte No. 2, sowohl was die Compensation des ursprünglichen Gangunterschiedes und die Compensatoreinstellung, als was die Herstellung des elektrischen Feldes und Messung seiner Intensität betrifft. Das Potential wurde wieder bei allen Beobachtungen auf den Werth **13,13** gebracht, so dass $\frac{\partial V}{\partial n}$ oder $\frac{m}{\varkappa_1}$ dem absoluten Werthe nach immer gleich **37,1** war.

In der nachstehenden tabellarischen Zusammenstellung der Beobachtungsresultate ist vor den Zeilen wieder das Vorzeichen des jetzt mit b zu bezeichnenden Momentes, bei dem die betreffenden Compensatoreinstellungen erhalten wurden, angegeben; dasselbe ist positiv, wenn die mit dem Pfeil bezeichnete Fläche positiv geladen war. — An einer Stelle besass die Platte einen kleinen, der Kantenrichtung $+45^0$ parallel verlaufenden Sprung, in dessen Nähe bei Beobachtung in letzterer Richtung der Compensatorstreifen etwas gestört erschien und ein augenscheinlich zu kleiner Werth von $\varDelta$ beobachtet wurde; aus diesem Grunde fehlt die Beobachtung an der Stelle „7 mm vom rechten Rand" in der Beobachtungsreihe für $\vartheta = +45^0$. —

Beobachtungsrichtung $\vartheta = +45^0$.

	Mitte.																						
—		0,43		0,42		0,415				0,43		0,45											
0	0,71		0,73		0,73		0,71		0,74		0,73		0,75	0,65		0,61		0,64		0,62		0,64	
+															0,93		0,94		0,97		0,96		
$\varDelta$		−0,29		−0,31		−0,305				−0,305		−0,29			+0,30		+0,315		+0,34		+0,33		**0,3105**

	7 mm vom linken Rand.																
—		0,46		0,48		0,47											
0	0,78		0,80		0,81		0,81	0,84		0,83		0,81		0,78		0,78	
+									1,14		1,15		1,08		1,10		
$\varDelta$		−0,33		−0,325		−0,34			+0,305		+0,33		+0,285		+0,32		**0,3215**

	$3\frac{1}{2}$ mm vom linken Rand.																
—		0,47		0,52		0,52		0,52									
0	0,81		0,81		0,83		0,84		0,86	0,02		0,03		0,03		0,02	
+											0,35		0,345		0,36		
$\varDelta$		−0,34		−0,30		−0,315		−0,33			+0,325		+0,315		+0,335		**0,323**

3½ mm vom rechten Rand.

—		0,60		0,60		0,60									
0	0,95		0,95		0,95		0,93	0,96		0,98		0,97		0,97	
+									1,31		1,28		1,29		
Δ		—0,35		—0,35		—0,34			+0,34		+0,305		+0,32		**0,3345.**

Gesammtmittel von $|\Delta|$: $\Delta_4 = \mathbf{0{,}3224}$.

Da hier Δ das gleiche Vorzeichen hat, wie das inducirte Moment, so hat $\overline{\Delta} = -\frac{\Delta}{23{,}8}$ das entgegengesetzte, d. h. $\frac{\overline{\Delta}}{m} = \frac{\overline{\Delta}}{b}$ ist negativ, und man erhält

$$\overline{\Delta}_4 = -\mathbf{0{,}01354},$$

$$\frac{\overline{\Delta}_4 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = -\frac{0{,}01354 \cdot 589{,}2}{20{,}6 \cdot 37{,}1} \cdot 10^{-6} = -\mathbf{1{,}043 \cdot 10^{-8}}.$$

Beobachtungsrichtung $\vartheta = -45^0$.

3½ mm vom rechten Rand.

—										1,13		1,13		1,14		
0	0,77		0,77		0,735		0,75		0,74	0,77		0,775		0,78	0,80	
+		0,43		0,40		0,41		0,42								
Δ		—0,34		—0,352		—0,332		— 0,325			+0,358		+0,352	+0,35		**0,345**

7 mm vom rechten Rand.

—		0,65		0,67		0,68		0,69									
0	0,32		0,32		0,35		0,35		0,35		0,35		0,37		0,37		0,38
+										0,02		0,05		0,05		0,05	
Δ		+0,33		+0,335		+0,33		+0,34		—0,33		—0,31		—0,32		—0,325	

Resultat: **0,3275**

Mitte.

—		1,495		1,51		1,49		1,51										
0	1,155		1,155		1,17		1,16		1,18	1,15		1,15		1,16		1,16		1,17
+											0,83		0,83		0,82		0,84	
Δ		+0,34		+0,347		+0,325		+0,34			—0,32		—0,325		—0,34		—0,325	

Resultat: **0,333**

7 mm vom linken Rand.

—									0,79		0,49		0,49		
0	0,44		0,45		0,43		0,43	0,44		0,44 | 0,14		0,17		0,15	
+		0,13		0,11		0,08									
Δ		—0,315		—0,33		—0,35			+0,35		+0,335		+0,33		**0,3355**

	3½ mm vom linken Rand.													
—		0,92		0,91		0,91								
0	0,57		0,59		0,58		0,58		0,58		0,55		0,54	
+								0,23		0,22		0,22		
$\varDelta$		+0,34		+0,325		+0,33		—0,35		—0,345		—0,325		**0,336.**

Gesammtmittel von $|\varDelta|$: $\varDelta_5 = \mathbf{0{,}3354.}$

Das Vorzeichen ist entgegengesetzt wie im vorigen Falle, somit $\bar{\varDelta}_5 = +\mathbf{0{,}01408}$,

$$\frac{\bar{\varDelta}_5 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = + \frac{0{,}01408 \cdot 589{,}2}{20{,}55 \cdot 37{,}1} \cdot 10^{-6} = +\mathbf{1{,}085 \cdot 10^{-8}}.$$

Nach den Formeln 60) und 61) müssen die Grössen $\frac{-\bar{\varDelta}_4 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}}$ und $\frac{+\bar{\varDelta}_5 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}}$ beide denselben Werth haben, nämlich gleich dem Ausdruck

$$\tfrac{1}{2} n_m'^3 \frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} + \tfrac{1}{4} (n_e^0 - n_o^0) \delta_{14}$$

sein. Die Werthe, welche wir für obige Grössen soeben gefunden haben: $+1{,}043 \cdot 10^{-8}$ und $+1{,}085 \cdot 10^{-8}$ stimmen in der That so gut überein, wie bei der geringen Grösse der gemessenen relativen Verzögerungen nur irgend erwartet werden kann. Nimmt man das Mittel aus beiden Werthen: $+1{,}064 \cdot 10^{-8}$, so erhält man zur Berechnung von $\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2}$ die Gleichung

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} \cdot n_m'^3 = +2{,}128 \cdot 10^{-8} - \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}0091 \cdot 1{,}93 \cdot 10^{-8} = +2{,}12 \cdot 10^{-8},$$

worin $n_m' = \frac{3}{4} n_o^0 + \frac{1}{4} n_e^0 = 1{,}5465$ gesetzt werden kann. Daraus folgt

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{0{,}570 \cdot 10^{-8}}.$$

Die Werthe der elektrooptischen Constanten, zu welchen die Compensatorbeobachtungen an den drei verschiedenen Platten geführt haben, sind also folgende:

$$\frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} \begin{cases} = +1{,}370 \cdot 10^{-8} & \text{aus den Beobachtungen an Platte (1),} \\ = +1{,}448 \cdot 10^{-8} & \text{,, ,, ,, ,, ,, (2),} \end{cases}$$

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} \begin{cases} = +0{,}602 \cdot 10^{-8} & \text{,, ,, ,, ,, ,, (2),} \\ = +0{,}570 \cdot 10^{-8} & \text{,, ,, ,, ,, ,, (3).} \end{cases}$$

Danach werden wir (indem wir dem ersten Werth von $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ aus dem früher erwähnten Grunde etwas grösseres Gewicht beilegen, als dem an Platte (2) gefundenen) als definitive Werthe annehmen können:

$$\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = +1{,}40 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} = +0{,}586 \cdot 10^{-8}.$$

Die mit diesen Werthen nach den Formeln 51), 52), 53), 60) und 61) berechneten Werthe der Grössen $\varDelta' = \frac{\varDelta\lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} \cdot 10^{-8}$ sind nachstehend mit den beobachteten zusammengestellt.

	$\varDelta'_1$	$\varDelta'_2$	$\varDelta'_3$	$-\varDelta'_4$	$\varDelta'_5$
Berechnet	2,64	4,95	2,84	1,091	1,091
Beobachtet	2,58	5,11	2,94	1,043	1,085
Differenz in Procenten	+2,3	−3,1	−3,4	+4,4	+0,55

§ 4. Piëzoelektrische Beobachtungen.

Die piëzoelektrischen Constanten des Quarzes sind zwar bereits von den Herren E. Riecke und W. Voigt[1]) bestimmt worden, und der Werth der einen derselben (δ_{11}), welcher sich schon aus den Beobachtungen von P. Curie berechnen liess, stimmte nach diesen beiden Bestimmungen auch annähernd überein; aber es schien mir doch sicherer, beide Constanten an demselben Material, welches zur elektrooptischen Untersuchung gedient hatte, noch einmal zu bestimmen, da es immerhin wohl nicht ausgeschlossen ist, dass dieselben bei Quarzkrystallen verschiedenen Ursprunges etwas verschiedene Werthe haben können.

Die piëzoelektrische Untersuchung wurde im Wesentlichen ebenso ausgeführt, wie diejenige der Herren Riecke und Voigt am Quarz und Turmalin, also auch wie die in § 4 des II. Theiles beschriebene am Natriumchlorat. Ueber die Aufstellung der Platten etc. gilt alles a. a. O. (S. 70) Gesagte auch hier, da, wie bei der Dodekaëderplatte des Natriumchlorates, die Elektricitätsentwicklung auf einem zur Druckrichtung parallelen Flächenpaar der comprimirten rechtwinkligen Parallelepipeda zu messen war.

Etwas abweichend war nur die Bestimmung der abgelenkten Ruhelage der Nadel des Quadrantelektrometers aus den bei den ersten Schwingungen nach

1) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. 45, 523—552. 1892.

der Belastung oder Entlastung des Krystallprismas beobachteten Umkehrpunkten, und zwar erstens deshalb, weil noch nicht die Einrichtung zum Belasten und Entlasten vom Sitze des Beobachters aus getroffen und es daher nicht möglich war, schon die beiden ersten Umkehrpunkte zu beobachten, zweitens aber deshalb, weil wegen der guten Isolation des Quarzes der Elektricitätsverlust und somit das Zurückgehen der Ruhelage während der Dauer der beobachteten Schwingungen als gleichförmig angesehen werden konnte. Wenn β die Dämpfungsconstante und ξ die constante Grösse ist, um welche die abgelenkte Ruhelage während der Dauer einer Schwingung zurückgeht, so sind dann die von dem Nullpunkt (d. h. der Ruhelage bei zur Erde abgeleiteten Quadranten) aus gerechneten Ausschläge, bei denen die Nadel umkehrt:

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi_0 \beta - \xi,$$
$$\varphi_2 = \varphi_0 - \varphi_0 \beta^2 - 2\xi,$$
$$\varphi_3 = \varphi_0 + \varphi_0 \beta^3 - 3\xi,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\varphi_h = \varphi_0 - (-1)^h \beta^h - h\xi.$$

Darin bezeichnet φ_0 die Ablenkung, bei welcher das Elektrometer sich ruhig einstellen würde, wenn gar keine Elektricitätszerstreuung stattfände, und welche also aus den Schwingungsbeobachtungen abgeleitet werden soll. Hat man nun, wie es bei den vorliegenden Beobachtungen der Fall war, den 3ten, 4ten, 6ten und 7ten Umkehrpunkt abgelesen, so berechne man zunächst die zwei Grössen

$$\text{62)} \qquad \varphi' = \frac{\varphi_3 \beta + \varphi_4}{1+\beta}; \qquad \varphi'' = \frac{\varphi_6 \beta + \varphi_7}{1+\beta}$$

mit Hülfe der durch besondere Beobachtungen der Schwingungen um den Nullpunkt gefundenen Dämpfungsconstante β. Nach den obigen Formeln für die φ_h ist nun

$$\varphi' = \varphi_0 - \xi \cdot \frac{4+3\beta}{1+\beta}, \qquad \varphi'' = \varphi_0 - \xi \cdot \frac{7+6\beta}{1+\beta},$$

folglich

$$\varphi' - \varphi'' = \frac{3+3\beta}{1+\beta} \cdot \xi = 3\xi.$$

Setzt man nun diesen Werth von ξ in den Ausdruck für φ' ein, so ergiebt sich

$$\text{63)} \qquad \varphi_0 = \varphi' + (\varphi' - \varphi'') \cdot \frac{4+3\beta}{3+3\beta}.$$

Bei den vorliegenden Beobachtungen war β durchschnittlich $= \frac{2}{3}$, so dass sich ergiebt:

$$\text{63')} \qquad \varphi_0 = \varphi' + (\varphi' - \varphi'') \cdot \tfrac{6}{5}.$$

Nach dieser Formel sind die in den Tabellen angegebenen Werthe φ_0 berechnet. Ausser diesen sind die nach 62) gebildeten Werthe φ' und φ'' angeführt, deren Differenz ein Maass für die Stärke des Elektricitätsverlustes ist, da $\varphi' - \varphi'' = 3\xi$ der Betrag ist, um welchen die Ablenkung der Nadel während der Dauer dreier Schwingungen, also vom Moment der Ladung bis zum dritten Umkehrpunkt, abgenommen hat. Der Nullpunkt des Elektrometers wurde vor und nach jedem Belastungs- oder Entlastungsversuch bestimmt, und etwaige Verschiebungen desselben, die aber höchstens in sehr geringem Betrage vorkamen, wurden bei der Berechnung der Ablenkungen φ durch Interpolation des augenblicklichen Nullpunktes berücksichtigt. –

Eins der Präparate, welche zur Untersuchung gelangten, war die schon bei den optischen Beobachtungen an den Platten (2) und (3) zur Compensation benutzte Platte (1′), deren längste, der Y^0-Axe parallele Kanten jetzt aber durch Abschneiden eines Stückes auf $L = 15$ mm verkürzt worden waren. Die Dicke D dieser Platte, parallel der X^0-Axe, betrug 3,51 mm, die Breite B (parallel Z^0) etwa 9 mm. Wurde dieselbe parallel den längsten Kanten einem Drucke $p = \frac{P}{BD}$ unterworfen, so waren die elastischen Druckcomponenten alle Null bis auf $Y_y = p$, folglich nach dem Ansatz 46) die erregten Momente:

$$a_{90^0} = +\delta_{11} p, \qquad b = 0. \tag{64}$$

Der Index 90^0 bei a soll andeuten, dass dieser Werth für eine den $\angle\, 90^0$ mit der Z^0-Axe bildende Druckrichtung gilt. Liefert somit diese Platte die Constante δ_{11} allein, so war mindestens eine Platte mit gegen die Y^0- und Z^0-Axe geneigten Kanten nothwendig, um δ_{14} zu bestimmen. Es wurden zu diesem Zwecke aus dem von Zwillingsbildungen freien Theile desselben grossen Krystalles, welcher das Material zu allen früheren Präparaten geliefert hatte, zwei Prismen gefertigt, die je ein Flächenpaar parallel der $Y^0 Z^0$-Ebene besassen, auf welchem das Moment a gemessen werden konnte, während die anderen Flächen unter 45^0 gegen die Y^0- und Z^0-Axe geneigt waren. Bei dem einen dieser Prismen, welches als No. 4 bezeichnet werden möge, lagen die längsten Kanten von der Länge $L = 14{,}95$ mm parallel der Halbirungslinie des Winkels $(+Z^0, +Y^0)$, beim anderen, No. 5, wo sie die Länge 14,97 mm besassen, halbirte ihre Richtung den Winkel $(+Z^0, -Y^0)$. Diese Richtungen besass also auch der Druck bei der piëzoelektrischen Untersuchung; sie sollen als $+45^0$ im ersten Falle und -45^0 im zweiten Falle unterschieden werden, und entsprechend die in den beiden Fällen erregten Momente als a_{+45^0} und a_{-45^0}.

Nach den Formeln 46) wird für die Druckrichtung $+45^0$, bei der $Y_y = Z_z = Y_z = \frac{1}{2} p$ ist,

$$a_{+45^0} = \tfrac{1}{2} p\,(\delta_{11} - \delta_{14}), \qquad b = 0, \tag{65}$$

und für die Druckrichtung -45^0, bei der $Y_z = -\frac{1}{2} p$ wird,

66) $$a_{-45^0} = \tfrac{1}{2} p (\delta_{11} + \delta_{14}), \qquad b = 0.$$

Dabei ist $p = \frac{P}{BD}$, wenn P das zur Belastung benutzte Gewicht und B die Breite, D die Dicke (letztere $\parallel X^0$ gerechnet) der Platte bezeichnet, welche Dimensionen bei beiden Prismen 6,0 mm betrugen.

Ist das erregte Moment gleich a, so wird das Quadrantenpaar des Elektrometers, welches mit der einen zur X^0-Axe senkrechten, mit Stanniol belegten Prismenfläche verbunden ist, auf das Potential $\pm \frac{aBL}{C}$ geladen, falls C seine Capacität nebst derjenigen der betreffenden Stanniolbelegung und der Verbindungsdrähte bezeichnet; denn $\pm aBL$ ist die auf der belegten Prismenfläche entwickelte Elektricitätsmenge, wobei das obere Vorzeichen für diejenige Fläche gilt, aus welcher die $+X^0$-Axe austritt.

Jenes Potential ist aber proportional φ_0, und zwar $= \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}$, wenn Φ der der Potentialdifferenz eines Clarkelementes entsprechende Elektrometerausschlag ist, welcher vor und nach jeder längeren Versuchsreihe bestimmt wurde. Somit ist das für den Druck $p = 1$ in absolutem elektrostatischen Maasse berechnete Moment, falls P in Grammen gemessen ist:

67) $$\pm \frac{a}{p} = \frac{D}{LP} \cdot \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot \frac{0{,}478}{9{,}81} C \cdot 10^{-4}.$$

Am Schlusse jeder die Resultate einer Versuchsreihe enthaltenden Tabelle ist jedesmal die aus dem Mittelwerth $\bar{\varphi}_0$ der einzelnen bei Belastung und Entlastung beobachteten absoluten Werthe von φ_0 berechnete Grösse

$$\mu = \frac{D}{LP} \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi},$$

welche ein relatives Maass für $\frac{a}{p}$ ist, mitgetheilt, und zwar mit demjenigen Vorzeichen, welches die durch Belastung hervorgebrachte elektrische Ladung der gerade mit dem Elektrometer verbundenen Fläche besass. Welches die Richtung der äusseren Normale dieser letzteren Fläche war, ist durch das über jeder Beobachtungsreihe stehende Zeichen $+X^0$ oder $-X^0$ angezeigt. Bezüglich der Vorzeichen von φ, die jedesmal aus den ersten beiden Columnen ersichtlich sind, ist zu bemerken, dass negative Ausschläge positiver Ladung entsprachen. Die Buchstaben E und B über den einzelnen Columnen bedeuten wie früher, ob die darunter stehenden Ausschläge bei Entlastung oder Belastung des Krystallprismas beobachtet wurden.

Prisma 4.

$-X^0.$

$P = 2344. \quad 2\Phi = 201{,}1.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	− 73,1	+ 74,4	73,6	74,8	73,8	76,8	74,0	74,1	72,7	75,4
φ''	− 70,1	+ 72,1	70,6	74,1	72,4	76,1	72,7	74,0	71,8	74,7
φ_0	− 76,7	+ 77,2	77,2	75,6	75,5	77,6	75,6	74,2	73,8	76,2

$$\overline{\varphi}_0 = 75{,}96. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}755.$$

$$\mu = +1{,}291 \cdot 10^{-4}.$$

$+X_0.$

$P = 1000. \quad 2\Phi = 197{,}7.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+ 32,4	− 30,5	32,5	31,7	32,5	30,7	32,3	30,5	32,3	30,7
φ''	+ 32,6	− 30,6	32,5	31,7	32,6	30,7	32,4	30,2	32,0	30,6
φ_0	+ 32,5	− 30,6	32,5	31,7	32,5	30,7	32,4	30,9	32,6	30,8

$$\overline{\varphi}_0 = 31{,}72. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}321.$$

$$\mu = -1{,}287 \cdot 10^{-4}.$$

In der letzten Beobachtungsreihe ist bisweilen φ'' grösser als φ', so dass der Ausschlag nicht nur nicht ab-, sondern sogar noch zugenommen hat, allerdings nur äusserst wenig, und wohl nur scheinbar in Folge einer kleinen Unregelmässigkeit beim ersten Ausschlage. In solchen Fällen, die auch bei der Platte 5 noch einigemal vorkommen, ist für φ_0 einfach das arithmetische Mittel aus φ' und φ'' angenommen.

An dem Prisma 4 (sowie an 1′) wurden zum Zwecke der Bestimmung der Capacität ferner bei sonst unveränderter Anordnung Messungen ausgeführt, wobei mit dem Quadrantenpaar des Elektrometers noch ein Luftcondensator verbunden war, dessen Platten (kreisförmige Kupferscheiben von ca. 10 cm Radius) durch drei kleine Quarzplatten von 0,249 cm Dicke und je 0,75 cm² Querschnitt von einander getrennt waren. Die bei diesen Messungen gefundenen Werthe von μ sollen durch einen oberen Index ausgezeichnet werden.

$-X_0.$

$P = 2344. \quad 2\Phi = 201.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	− 28,6	+ 28,5	28,4	28,7	28,3	28,8	28,7	28,6
φ''	− 28,1	+ 28,[illegible]	27,9	28,0	27,5	28,6	28,1	28,4
φ_0	− 29,2	+ 28,7	29,0	29,5	29,2	29,0	29,4	28,9

$$\overline{\varphi}_0 = 29{,}13. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}2895.$$

$$\mu' = +0{,}495 \cdot 10^{-4}.$$

$+X_0$.

$P = 2344. \quad 2\Phi = 198.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+29,0	—28,1	28,9	28,4	28,6	28,6	28,4	28,1
φ''	+28,4	—27,6	28,6	28,0	28,3	28,3	28,3	27,9
φ_0	+29,75	—28,7	29,2	28,8	29,0	29,0	28,5	28,3

$$\overline{\varphi}_0 = 28,91. \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0,292.$$

$$\mu' = -\mathbf{0,499 \cdot 10^{-4}}.$$

Das arithmetische Mittel aus den an beiden Flächen erhaltenen absoluten Werthen von μ bezw. μ' ist

$$|\mu|_{+45} = \mathbf{1,289 \cdot 10^{-4}}, \quad |\mu'|_{+45} = \mathbf{0,497 \cdot 10^{-4}}.$$

Bei Berücksichtigung des Vorzeichens von $\frac{a}{p}$ folgt aus ersterem Werthe nach 67):

$$\frac{a_{+45^0}}{p} = -\mathbf{0,0629 \cdot 10^{-8}} \cdot C.$$

Prisma 5.

$+X^0$.

$P = 2344. \quad 2\Phi = 200,0.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+38,9	—42,5	38,3	41,5	41,4	40,2	41,0	39,7	40,5	41,5
φ''	+38,3	—41,1	37,5	40,9	40,7	40,0	40,3	39,5	40,1	41,3
φ_0	+39,6	—44,2	39,3	42,1	42,2	40,4	41,8	39,9	40,9	41,7

$$\overline{\varphi}_0 = 41,2. \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0,412.$$

$$\mu = -\mathbf{0,704} \cdot 10^{-4}.$$

$-X^0$

$P = 2344. \quad 2\Phi = 200.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	—38,1	+38,7	38,7	41,8	38,2	40,5	38,8	41,1	39,4	40,1
φ''	—38,0	+38,7	38,0	41,8	38,5	40,9	38,4	41,4	38,9	40,2
φ_0	—38,2	+38,7	39,5	41,8	38,35	40,7	39,3	41,25	40,0	40,15

$$\overline{\varphi}_0 = 39,80. \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0,398.$$

$$\mu = +\mathbf{0,680} \cdot 10^{-4}.$$

Gesammtmittel: $|\mu|_{-45} = \mathbf{0,697 \cdot 10^{-4}}, \quad \frac{a_{-45^0}}{p} = -\mathbf{0,0340 \cdot 10^{-8}\, C}.$

Prisma 1'.

$+X^0$.

	$P = 1000$		$P = 500.\quad 2\Phi = 200{,}9.$							
	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+80,6	−79,6	41,1	39,3	40,0	39,5	40,25	39,8	40,7	39,5
φ''	+80,9	−78,6	40,4	38,9	39,8	39,2	40,2	39,6	40,6	39,4
φ_0	+80,8	−80,8	41,9	39,8	40,2	39,8	40,3	40,0	40,8	39,6

$$\bar{\varphi}_0 = 40{,}32. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}4015.$$

$$\mu = -1{,}875 \cdot 10^{-4}.$$

$-X^0$.

$P = 500.\quad 2\Phi = 200{,}9.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	−38,8	+40,4	39,6	41,1	39,4	40,9	39,8	41,1	39,2	40,7
φ''	−39,1	+40,6	39,7	41,2	39,5	41,0	40,0	41,2	39,1	40,9
φ_0	−39,0	+40,5	39,7	41,2	39,5	41,0	39,9	41,2	39,1	40.8

$$\bar{\varphi}_0 = 40{,}19. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}3985.$$

$$\mu = +1{,}869 \cdot 10^{-4}.$$

Gesammtmittel: $|\mu|_{90^0} = \mathbf{1{,}872 \cdot 10^{-4}}, \qquad \frac{a_{90^0}}{p} = -\mathbf{0{,}0913 \cdot 10^{-8}}\, C.$

Bei eingeschaltetem Luftcondensator, dessen Platten wieder durch 3 Quarzstückchen von 0,249 cm Dicke und je 0,75 cm² Querschnitt getrennt waren, fand sich:

$+X^0$.

$P = 1000.\quad 2\Phi = 200{,}7.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+28,5	−27,9	29,0	28,9	29,3	29,2	30,0	29,6	29,9	29,7
φ''	+27,3	−26,7	27,8	27,6	28,3	28,2	29,0	28,8	29,0	28,9
φ_0	+29,9	−29,3	30,4	30,5	30,5	30,4	31,2	30,6	31,0	30,7

$$\bar{\varphi}_0 = 30{,}45. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}3034.$$

$$\mu' = -0{,}7105 \cdot 10^{-4}.$$

$-X^0$.

P und Φ wie zuvor.

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	−29,2	+29,7	29,7	29,9	29,3	30,1	29,8	30,4	29,8	30,3
φ''	−28,8	+29,2	29,1	29,5	28,8	29,6	29,3	30,0	29,4	29,8
φ_0	−29,7	+30,3	30,4	30,4	29,9	30,7	30,4	30,9	30,3	30,9

$$\bar{\varphi}_0 = 30{,}39. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}3028.$$

$$\mu' = +\mathbf{0{,}7095 \cdot 10^{-4}}.$$

Gesammtmittel: $|\mu'|_{90} = \mathbf{0{,}710 \cdot 10^{-4}}$.

Ferner bei eingeschaltetem Luftcondensator, wenn zwischen dessen Platten 3 Quarzstückchen von 0,5 cm Höhe und je 0,375 cm² Querschnitt lagen:

$-X^0$.

$P = 1000. \quad 2\Phi = 200{,}8.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	−42,4	+42,0	41,8	42,3	41,9	42,2	41,6	42,6
φ''	−42,1	+41,4	41,2	41,9	41,3	41,6	41,2	42,1
φ_0	−42,7	+42,7	42,5	42,8	42,6	42,9	42,1	43,2

$$\bar{\varphi}_0 = 42{,}69. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}4255.$$

$$\mu'' = +\mathbf{0{,}995 \cdot 10^{-4}}.$$

$+X^0$.

$P = 1000. \quad 2\Phi = 200{,}6.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+43,6	−42,4	43,4	42,1	43,2	42,7	43,3	42,5
φ''	+42,9	−41,8	42,75	41,5	42,5	42,1	42,6	41,8
φ_0	+44,5	−43,15	44,2	42,8	44,1	43,45	44,2	43,4

$$\bar{\varphi}_0 = 43{,}73. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}4355.$$

$$\mu'' = -\mathbf{1{,}018 \cdot 10^{-4}}.$$

Gesammtmittel: $|\mu''|_{90} = \mathbf{1{,}006 \cdot 10^{-4}}$.

Die Beobachtungen bei verschiedenem Plattenabstand des Luftcondensators waren erforderlich, um die unbekannte Capacität der Drähte und Klemmen, durch welche die Verbindung mit der isolirten Condensatorplatte hergestellt wurde, zu eliminiren, wie unten näher ausgeführt werden wird. Da aber die Quarzstückchen, welche bei den beiden vorhergehenden Versuchsreihen die Con-

densatorplatten trennten, durch ihre grosse Dielektricitätsconstante selbst eine nicht ganz unerhebliche Vermehrung der Capacität bewirkten, welche nur annähernd berechnet werden kann, so wurden noch zwei weitere Beobachtungsreihen an der Platte 1′ angestellt, wobei zwischen die Condensatorplatten drei Hartgummistückchen von viel kleinerem Querschnitt, wie die vorher benutzten Quarzstückchen, gelegt worden waren. Zunächst wurde zum Vergleich noch einmal ohne angeschlossenen Condensator beobachtet und dabei gefunden:

$$-X^0.$$

$$P = 500. \quad 2\Phi = 200{,}9.$$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	−36,9	+40,7	39,5	41,3	39,3	41,2	39,8	40,9	39,1	41,9
φ''	−35,3	+40,4	39,1	41,0	39,1	41,0	39,5	40,7	38,9	41,8
φ_0	−38,8	+41,1	40,0	41,65	39,5	41,4	40,1	41,1	39,3	42,0

$$\overline{\varphi}_0 = 40{,}52. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}403.$$

$$\mu = +1{,}880 \cdot 10^{-4}.$$

$$+X^0.$$

$$P = 500. \quad 2\Phi = 200{,}4.$$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+40,7	−39,4	40,4	39,4	40,4	39,6	40,7	39,5	40,6	39,4
φ''	+40,9	−39,6	40,7	39,6	40,7	39,9	41,1	39,6	40,9	39,5
φ_0	+40,8	−39,5	40,6	39,5	40,6	39,8	40,9	39,6	40,8	39,5

$$\overline{\varphi}_0 = 40{,}16. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}401.$$

$$\mu = +1{,}875 \cdot 10^{-4}.$$

Gesammtmittel: $|\mu| = 1{,}878 \cdot 10^{-4}$

und zusammen mit dem Resultat der früheren Beobachtungen

$$|\mu|_{90} = 1{,}875 \cdot 10^{-4},$$

$$\frac{a_{90^0}}{p} = 0{,}09145 \cdot C \cdot 10^{-8}.$$

Bei angeschlossenem Luftcondensator mit zwischengelegten Hartgummistückchen von 0,477 cm Dicke und zusammen 0,31 cm² Querschnitt ergab sich:

$$+X^0.$$

$$P = 1000\,\mathrm{g}. \qquad 2\Phi = 200{,}4.$$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+41,2	−43,0	42,1	42,0	42,4	42,0	43,1	42,1	42,8	41,7	42,5	42,05
φ''	+40,7	−42,8	41,8	41,8	42,2	42,0	42,8	42,1	42,5	41,7	42,5	42,0
φ_0	+41,8	−43,2	42,4	42,2	42,6	42,0	43,5	42,1	43,2	41,7	42,5	42,1

$$\bar{\varphi}_0 = 42,44. \quad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0,4235.$$

$$|\mu'''|_{90} = \mathbf{0,991 \cdot 10^{-4}}.$$

Desgleichen, aber mit Hartgummistücken von 0,257 cm Dicke und zusammen 0,3 cm² Querschnitt:

$+ X^0$.

P und 2Φ wie oben.

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+ 31,5	— 31,5	31,6	31,7	32,0	31,5	31,85	31,8	32,05	31,15	32,0	31,3
φ''	+ 31,5	— 31,4	31,6	31,6	31,9	31,4	31,7	31,8	32,1	31,15	31,9	31,2
φ_0	+ 31,5	— 31,6	31,6	31,8	32,1	31,6	32,05	31,8	32,1	31,15	32,1	31,4

$$\bar{\varphi}_0 = 31,73. \quad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0,3167.$$

$$|\mu''''|_{90} = \mathbf{0,741 \cdot 10^{-4}}.$$

Berechnung der Capacität C.

Durch Vergleichung der Werthe μ, welche an derselben Quarzplatte einerseits ohne angeschlossenen Condensator, andererseits mit Condensator bei verschiedenem Plattenabstand des letzteren beobachtet sind, lässt sich die Capacität C der Elektrometerquadranten nebst den Verbindungsdrähten und der belegten Quarzplatte ermitteln, da man diejenige des Luftcondensators theoretisch in absolutem Maasse berechnen kann. — Es möge bezeichnen

C_0 die Capacität der Elektrometerquadranten nebst den sie mit der belegten Fläche des Krystallprismas verbindenden Drähten,

C'_{+45}, C'_{-45}, C'_{90} die Capacitäten der belegten Flächen der drei untersuchten Quarzprismen,

C_{+45} die Summe $C_0 + C'_{+45}$, (analog $C_{-45} = C_0 + C'_{-45}$, $C_{90} = C_0 + C'_{90}$),

c die unten berechnete Capacität des Luftcondensators, je nach den zwischengelegten Isolatorstückchen ebenso durch obere Indices unterschieden, wie die Grössen μ', μ'', μ''', μ'''',

c_0 die unbekannte Capacität der Drähte etc., welche die Zuleitung zum Condensator bilden.

Dann besteht die Proportion

$$\mu : \mu' = c' + c_0 + C_0 + C' : C_0 + C',$$

ebenso $$\mu : \mu'' = c'' + c_0 + C_0 + C' : C_0 + C' \text{ und 2 analoge.}$$

Dabei ist es einerlei, für welches Quarzprisma die Grössen μ gelten, sofern sie sich nur beide auf ein und dasselbe beziehen; deshalb ist der untere Index (+ 45 etc.) fortgelassen, ebenso bei den C', die allerdings nicht genau gleich, aber

überhaupt relativ klein sind. Es müsste sich also für $\mu : \mu'$ aus den Beobachtungen an Platte 1' derselbe Werth ergeben, wie aus denen an Platte 4. Diese Werthe waren

$$|\mu|_{+45} : |\mu'|_{+45} = 1{,}289 : 0{,}497 = 2{,}590,$$
$$|\mu_{90} : \mu'_{90} = 1{,}875 : 0{,}710 = 2{,}642.$$

Im Mittel können wir also $\mu : \mu' = \mathbf{2{,}62}$ annehmen.

Die anderen Verhältnisse sind nur an der Platte 1') bestimmt worden, und zwar

$$\mu : \mu'' = 1{,}875 : 1{,}006 = \mathbf{1{,}864}$$
$$\mu : \mu''' = 1{,}875 : 0{,}991 = \mathbf{1{,}892}$$
$$\mu : \mu'''' = 1{,}875 : 0{,}741 = \mathbf{2{,}53}.$$

Man erhält somit folgende 4 Gleichungen:

$$68)\quad \left|\begin{array}{l} c_0 + c' = 1{,}62\ (C_0 + C'_{90}) \\ c_0 + c'' = 0{,}864\,(C_0 + C'_{90}) \\ c_0 + c''' = 0{,}892\,(C_0 + C'_{90}) \\ c_0 + c'''' = 1{,}53\ (C_0 + C'_{90}). \end{array}\right.$$

Es handelt sich nun darum, die hierin vorkommenden Grössen c', c'', c''', c'''' zu berechnen. Hierzu dient folgende, von Kirchhoff[1]) abgeleitete Formel für die Capacität eines Luftcondensators, der aus zwei parallelen kreisförmigen Platten vom Radius R, der Dicke b und dem gegenseitigen Abstand $2a$ besteht:

$$69)\qquad c = \frac{R^2}{8a} + \frac{R}{4\pi}\left\{1 + \log\frac{4\pi R(2a+b)}{a^2} + \frac{b}{2a}\log\frac{2a+b}{b}\right\}.$$

Bei dem hier benutzten Condensator war jedoch $2a$ nicht genau bekannt, weil seine Kupferplatten mit einer dünnen Firnissschicht überzogen waren; ist die Dicke der letzteren oder vielmehr einer äquivalenten Luftschicht $\frac{1}{2}\delta$ und die gemessene Dicke der zwischengelegten Quarz- oder Hartgummistückchen d (bezw. d', d'', d''', d'''' in den verschiedenen Fällen), so wird $2a = d + \delta$. Setzt man dies ein und entwickelt nach δ, indem man das Quadrat des sehr kleinen Bruches $\frac{\delta}{d}$ vernachlässigt, so wird

$$69')\quad c = \frac{R^2}{4d} + \frac{R}{4\pi}\left\{1 + \log\frac{16\pi R(d+b)}{d^2} + \frac{b}{d}\log\frac{b+d}{b}\right\} - \delta\left\{\frac{R^2}{4\pi d} + \frac{R^2}{4d^2} + \frac{Rb}{4\pi d^2}\log\frac{b+d}{b}\right\}.$$

Endlich ist noch die Vermehrung der Capacität durch die Isolatorstückchen, welche die Kupferplatten auseinander hielten, zu berücksichtigen. Dieselbe besteht, wenigstens annähernd, darin, dass diejenigen Stücke f der Condensator-

---

1) G. Kirchhoff, Monatsber. d. Berl. Akademie 1877, 155; Gesammelte Abhandlungen (Leipzig 1882), 101—112.

platten, welche den Isolatorstückchen von der Dielektricitätsconstante K anliegen, K-mal so viel Elektricität aufnehmen, als wenn sie nur durch Luft getrennt wären. Demnach ist die fragliche Capacitätsvermehrung sehr annähernd gleich $\frac{f(K-1)}{4\pi d}$, wo für f der Querschnitt der trennenden Isolatorstückchen zusammengenommen zu setzen ist, und die Grössen c sind zu berechnen aus der Formel

$$69'') \quad c = \frac{1}{4d}\left\{R^2 + \frac{K-1}{\pi} f\right\} + \frac{R}{4\pi}\left\{1 + \log\frac{16\pi R(d+b)}{d^2} + \frac{b}{d}\log\frac{d+b}{b}\right\} - \delta\left\{\frac{R^2}{4d^2} + \frac{R}{4\pi d} + \frac{R}{4\pi d}\cdot\frac{b}{d}\log\frac{d+b}{b}\right\}.$$

Bei dem benutzten Condensator war $R = 9{,}88$ cm, $b = 0{,}31$ cm, ferner in den einzelnen Fällen (nach der Reihenfolge der oberen Indices geordnet)

d =	0,249	0,50	0,477	0,257	cm
f =	2,25	1,125	0,31	0,30	cm^2
K =	4,6	4,6	2,5	2,5.	

Man findet hiermit aus 69'')

$$c' = 108{,}6 - 397\,\delta, \quad c'' = 56{,}8 - 100\,\delta, \quad c''' = 58{,}3 - 110\,\delta, \quad c'''' = 102{,}7 - 373\,\delta.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen 68) ein, so enthalten dieselben noch die 3 Unbekannten c_0, δ und $C_0 + C'$. Durch Elimination der letzteren aus der ersten und zweiten Gleichung einerseits, aus der dritten und vierten andererseits ergeben sich folgende zwei Gleichungen für c_0 und δ:

$$0{,}87\,c_0 + 209\,\delta = 2{,}4 \text{ und } 0{,}715\,c_0 + 184{,}4\,\delta = 2{,}7.$$

Dieselben sind nun zwar in Folge der Art, wie ihre Coefficienten aus denen der ursprünglichen Gleichungen gebildet sind, zu einer wirklichen Berechnung von c_0 und δ nicht geeignet, und dasselbe gilt von den Relationen für c_0 und δ, die man durch anderweitige Combination der Gleichungen 68) bilden könnte. Sie zeigen aber, dass jene beiden Grössen nur relativ kleine Beträge haben können, und zwar wird ihnen annähernd genügt durch die auch nach anderweitiger Abschätzung wahrscheinlichen Werthe

$$c_0 = 2{,}5, \qquad \delta = 0{,}005.$$

Unter dieser Annahme wird

$$c' = 106{,}6 \qquad c'' = 56{,}2 \qquad c''' = 57{,}75 \qquad c'''' = 100{,}84,$$

und die 4 Gleichungen 68) ergeben, für $C_0 + C'_{90}$ aufgelöst, der Reihe nach

$$C_0 + C'_{90} = 67{,}5, \quad 67{,}9, \quad 67{,}5, \quad 67{,}5,$$

also gut übereinstimmende Werthe, als deren Durchschnitt angenommen werden kann

$$C_0 + C'_{90} = \mathbf{67{,}6}.$$

Die Capacität C'_{90} ist diejenige eines Condensators, dessen Platten (nämlich die Stanniolbelegungen der Quarzplatte 1') die Oberfläche 1,35 cm² und den Abstand 0,35 cm haben und für dessen Dielektricum (Quarz) $K = 4{,}6$ ist, woraus sich ergiebt

$$C'_{90} = 1{,}45,$$

und somit

$$C_0 = 66{,}15.$$

Für die Quarzprismen 4) und 5) findet man durch eine analoge Berechnung, wie sie eben für das Prisma 1') angestellt wurde,

$$C'_{+45} = C'_{-45} = 0{,}55.$$

Demnach hat die Gesammtcapacität folgende Werthe:

$C = \mathbf{66{,}7}$ bei den Beobachtungen an den Prismen 4 und 5,
$C = \mathbf{67{,}6}$ „ „ „ an der Platte 1'.

Setzt man dieselben in die Resultate, welche wir für a_{45}, a_{-45} und a_{90} gefunden hatten, ein, so werden diese:

$$\frac{a_{+45}}{p} = -4{,}19 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{a_{-45}}{p} = -2{,}265 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{a_{90}}{p} = -6{,}18 \cdot 10^{-8}.$$

Nach den Formeln 64), 65), 66) ist nun

$$\frac{a_{90}}{p} = +\delta_{11}, \qquad \frac{a_{+45}}{p} = \tfrac{1}{2}(\delta_{11} - \delta_{14}), \qquad \frac{a_{-45}}{p} = \tfrac{1}{2}(\delta_{11} + \delta_{14});$$

somit erhält man

$$\delta_{11} = \tfrac{1}{3}\left(\frac{a_{+45}}{p} + \frac{a_{-45}}{p}\right) + \tfrac{2}{3}\frac{a_{90}}{p}, \qquad \delta_{14} = \frac{a_{-45}}{p} - \frac{a_{+45}}{p},$$

und nach Einsetzen der obigen Zahlen folgende definitive Werthe der piëzoelektrischen Moduln des Quarzes in absolutem Maass:

$$\delta_{11} = -\mathbf{6{,}27} \cdot \mathbf{10^{-8}}, \qquad \delta_{14} = +\mathbf{1{,}925} \cdot \mathbf{10^{-8}}.$$

Die hieraus rückwärts berechneten Werthe der Grössen $\frac{a}{p}$ sind:

$$\frac{a_{+45}}{p} = -4{,}10 \cdot 10^{-8}, \qquad \frac{a_{-45}}{p} = -2{,}173 \cdot 10^{-8}, \qquad \frac{a_{90}}{p} = -6{,}27 \cdot 10^{-8},$$

unterscheiden sich also von den aus den Beobachtungen abgeleiteten, welche wir der Berechnung zu Grunde legten, nur um wenige Procente.

Der Werth von δ_{11} stimmt dem absoluten Betrage nach mit dem von Curie gefundenen ($6{,}32 \cdot 10^{-8}$) und auch annähernd mit demjenigen der Herren Riecke und Voigt ($6{,}45 \cdot 10^{-8}$) überein, der absolute Werth von δ_{14} ist jedoch erheblich grösser, als derjenige ($1{,}45 \cdot 10^{-8}$), zu welchem letztere beiden Beobachter gelangt sind. Ferner sind nach den Bestimmungen der letzteren die Vorzeichen der beiden Constanten entgegengesetzt, wie die von mir gefundenen, was seinen Grund aber lediglich darin haben dürfte, dass bei der Untersuchung der Herren Riecke und Voigt, bei der es nicht auf die Vorzeichen ankam, die positive Richtung der X^0-Axe nicht bezeichnet worden war. Das oben festgestellte negative Vorzeichen von δ_{11} zeigt, dass das positive Ende der X^0-Axe durch einen parallel der letzteren ausgeübten Druck positiv elektrisch wurde. Bei einem linken Krystall ist nun zufolge unserer Festlegung des Coordinatensystems die positive Seite der X^0-Axe dasjenige Ende einer zweizähligen Symmetrieaxe, an welchem die Rhombenfläche S nicht auftritt. (Vergl. Fig. 12, welche die Projection eines linken Krystalles auf die Basis, von $+Z^0$ her gesehen, darstellt). Dieses letztere soll nun nach den Beobachtungen von J. und P. Curie sowohl bei linken, als bei rechten Krystallen durch Druck positiv elektrisch werden. Somit steht die obige Vorzeichenbestimmung im Einklang mit der Angabe von J. und P. Curie. —

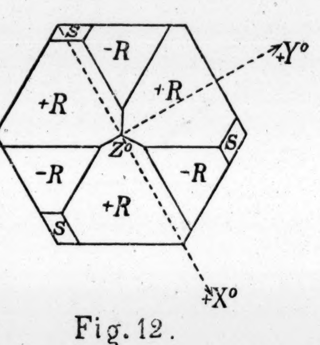


Fig. 12.

§ 5. Piëzooptische Beobachtungen.

In den Ausdrücken 48), welche im § 1 für diejenigen Constanten e'_{11}, e'_{41} abgeleitet wurden, welche die Aenderung der Doppelbrechung durch die im elektrischen Felde stattfindende Deformation bestimmen, kommen ausser den piëzoelektrischen Moduln noch die piëzooptischen Constanten $a_{11} - a_{12}$, a_{14}, a_{41} und a_{44} vor; diese müssen also noch bekannt sein, damit man die e'_{hk} berechnen und mit den beobachteten e_{hk} vergleichen kann. Nun sind zwar die sämmtlichen Constanten a_{hk} für Quarz bereits früher bestimmt worden[1]); allein da bisher noch keine Erfahrungen darüber vorlagen, wie grossen Schwankungen dieselben bei Quarzkrystallen verschiedenen Ursprungs etwa unterworfen sind, so schien es mir sicherer, an dem zur vorhergehenden Untersuchung benutzten Material eine Neubestimmung der vier hier in Betracht kommenden Constanten vorzunehmen. Es genügten hierzu Beobachtungen der durch einseitigen Druck erzeugten relativen Verzögerungen an denselben Prismen 1'), 4) und 5), welche zur piëzoelektrischen Untersuchung dienten. Die Combinationen der Constanten a_{hk}, welche

1) F. Pockels, Wied. Ann. 37, 269—305. 1889.

man auf diese Weise finden kann, sind nämlich folgende. Wird das Prisma 1′) parallel seinen längsten Kanten, also parallel der Y^0-Axe, dem Drucke p unterworfen, so ist (wie aus dem Ansatz 45) S. 84 folgt):

$$70)\qquad \frac{\omega_x^2-\omega_y^2}{pv^2} = C_1 = \frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}(s_{11}-s_{12}) + 2\frac{a_{14}}{v^2}s_{14},$$

und diese Grösse kann man ermitteln, indem man die Aenderungen der im convergenten Licht auf den zu Z^0 (d. i. zu den mittellangen Kanten) senkrechten Schmalseiten der Platte sichtbaren Interferenzringe misst und daraus zunächst nach den Formeln 54) und 54′) die Grösse $x = \dfrac{\omega_x^2-\omega_y^2}{\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2}}$ berechnet. Diese Beobachtungen wurden in der Weise ausgeführt, dass die unter dem schon bei den piëzooptischen Beobachtungen am Natriumchlorat erwähnten Hebel aufgestellte Platte zwischen die Linsensysteme eines horizontal gelegten Polarisationsapparates gebracht, und die Zunahme der vertikalen scheinbaren Ringdurchmesser bei Belastung des Hebels an einem Glasmaassstab, der sich im Ocular des Polarisationsapparates befand, abgelesen wurde.

An den Prismen 4) und 5) wurden bei Compression derselben parallel ihren langen Kanten die Gangunterschiedsänderungen in den Richtungen senkrecht zu den langen Seitenflächen mit dem Compensator in der gewöhnlichen Weise gemessen. Die aus den so beobachteten $\dfrac{\bar{\varDelta}}{p}$ nach der Formel 11), worin das von der Dickenzunahme herrührende Glied in jedem Falle nach den Formeln der Elasticitätstheorie leicht bestimmt werden kann, zu berechnende Grösse $\dfrac{1}{p}\left(\dfrac{\omega_2^2-\omega_2^{0^2}}{v^2}n_2^{0^3}-\dfrac{\omega_1^2-\omega_1^{0^2}}{v^2}n_1^{0^3}\right)$ liefert dann folgende Combinationen der Constanten $\dfrac{a_{hk}}{v^2}$:

Prisma 4, Beobachtungsrichtung die X^0-Axe:

$$71)\qquad \tfrac{1}{2}(C_2+C_4)n_o^{0^3}-\tfrac{1}{2}(C_3+C_5)n_e^{0^3}-\frac{n_o^{0^3}}{2}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\};$$

Prisma 5, Beobachtungsrichtung die X^0-Axe:

$$72)\qquad \tfrac{1}{2}(C_2+C_4)n_o^{0^3}-\tfrac{1}{2}(C_3+C_5)n_e^{0^3}+\frac{n_o^{0^3}}{2}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\};$$

Prisma 4, Beobachtungsrichtung die Halbirungslinie des Winkels $(-Y^0, +Z^0)$:

$$73)\qquad \begin{aligned}&\tfrac{1}{4}(C_2+C_4)(2n_o^{0^3}-n_m^3)-\tfrac{1}{4}(C_3+C_5)n_m^3-\tfrac{1}{2}C_1n_o^{0^3}+\frac{2n_o^{0^3}+n_m^3}{4}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\}\\ &+\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{\frac{a_{41}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+\frac{a_{44}}{v^2}s_{14}\right\}-\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{2\frac{a_{41}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{44}}{v^2}s_{44}\right\};\end{aligned}$$

Prisma 5, Beobachtungsrichtung die Halbirungslinie des Winkels $(+Y^0, +Z^0)$:

$$
74)\quad \left| \begin{aligned} & \tfrac{1}{4}(C_2+C_4)(2n_o^{0^3}-n_m^3)-\tfrac{1}{4}(C_3+C_5)n_m^3-\tfrac{1}{2}C_1 n_o^{0^3}-\frac{2n_o^0+n_m^3}{4}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\} \\ & -\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{\frac{a_{41}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+\frac{a_{44}}{v^2}s_{14}\right\}-\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{2\frac{a_{41}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{44}}{v^2}s_{44}\right\}. \end{aligned} \right.
$$

Darin sind C_2, C_3, C_4, C_5 gewisse, in der oben citirten Abhandlung angegebene Aggregate der $\frac{a_{hk}}{v^2}$ und s_{hk}, welche man im vorliegenden Falle nicht zu kennen braucht, weil sie aus den vorstehenden Ausdrücken eliminirt werden können; denn es ist sehr annähernd $(2n_o^{0^3}-n_m^3):n_m^3 = n_o^{0^3}:n_e^{0^3}$, da n_m den Mittelwerth aus n_o^0 und n_e^0 bedeutet, und es kommen daher jene Constanten C_h in allen vier Ausdrücken 71) bis 74) nur in einer und derselben Verbindung

$$
(C_2+C_4)n_o^{0^3}-(C_3+C_5)n_e^{0^3}
$$

vor. Man kann demnach aus den durch die Compensatormessungen gefundenen Werthen der Ausdrücke 70) bis 74) folgende Constantencombinationen berechnen:

$$
75)\quad \left| \begin{aligned} & \frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+2\frac{a_{14}}{v^2}s_{14} = c_1, \\ & \frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44} = c_2, \\ & \frac{a_{41}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+\frac{a_{44}}{v^2}s_{14} = c_3, \\ & 2\frac{a_{41}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{44}}{v^2}s_{44} = c_4, \end{aligned} \right.
$$

und hieraus, nach Einsetzung der durch die Untersuchung von Herrn W. Voigt bekannten Werthe der Elasticitätsmoduln:

$$
s_{11} = 12{,}73\cdot 10^{-8},\quad s_{12} = -1{,}63\cdot 10^{-8},\quad s_{14} = -4{,}23\cdot 10^{-8},\quad s_{44} = 19{,}67\cdot 10^{-8},
$$

schliesslich die Constanten $\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}$, $\frac{a_{14}}{v^2}$, $\frac{a_{41}}{v^2}$, $\frac{a_{44}}{v^2}$ selbst.

Ueber die Ausführung der Compensatorbeobachtungen an den Prismen 4) und 5) sei nur noch Folgendes bemerkt. Die Orientirung der Compensatorhauptschnitte parallel den Schwingungsrichtungen im Krystall und der Nicolhauptschnitte unter den Winkeln $\pm 45^0$ dagegen wurde in derselben Weise bewerkstelligt, wie es bei den elektrooptischen Beobachtungen am Quarz beschrieben ist. Bei Beobachtung in den unter 45^0 gegen die Hauptaxe geneigten Richtungen musste die starke Aenderung des Gangunterschiedes, welche durch eine bei der Compression etwa eintretende kleine Neigung des Prismas nach vorn oder hinten

verursacht wurde, compensirt werden. Dies geschah dadurch, dass mit dem zu comprimirenden Prisma das andere in derjenigen Stellung, bei welcher seine optische Axe zu der des ersten gekreuzt und die X^0-Axe in beiden parallel lag, vermittelst zweier durch Gummiringe zusammengehaltener Glasstreifen verbunden wurde, so dass es, vor dem ersten Prisma stehend, wohl an dessen etwaiger Neigung, nicht aber an dessen Compression theilnahm. Da bei dieser Anordnung der gesammte Gangunterschied sehr gross war, so wurde derselbe durch ein drittes Quarzprisma mit horizontal und quer zur Beobachtungsrichtung liegender Hauptaxe zum grössten Theil compensirt, damit der Compensatorstreifen (hier immer im Natriumlicht) wieder hinreichend scharf erschien. — Die Messungen wurden immer an mehreren Stellen der Prismen (nahe der linken Seite, in der Mitte und nahe der rechten Seite) ausgeführt, um die Ungleichförmigkeit des Druckes möglichst zu verringern. Zur Belastung des Hebelendes diente ein Gewicht von 5002 g. —

Es erscheint überflüssig, die Beobachtungsresultate hier ausführlich wiederzugeben, da es sich nur um eine Wiederholung der früheren Bestimmungen handelt, und die Anordnung der Beobachtungsreihen ganz analog war wie bei letzteren.

Die Gesammtresultate für die durch den Druck $p = 1$ g auf der Weglänge 1 mm hervorgebrachten Gangunterschiede $\bar{\varDelta}$, in Theilen der Wellenlänge des Na-Lichtes ausgedrückt, sind folgende:

Prisma 4, Beobachtungsrichtung parallel X^0: $\bar{\varDelta} = -0{,}0122 \cdot 10^{-4}$,

Prisma 5, „ „ „ „ : $\bar{\varDelta} = +0{,}0393 \cdot 10^{-4}$,

Prisma 4, Beobachtungsrichtung Halbirende des $\angle(-Y^0, Z^0)$: $\bar{\varDelta} = +0{,}306 \cdot 10^{-4}$,

Prisma 5, „ „ „ „ $\angle(+Y^0, Z^0)$: $\bar{\varDelta} = +0{,}445 \cdot 10^{-4}$.

In den beiden letzten Fällen bedeutet das positive Vorzeichen eine Verzögerung der parallel zur Druckrichtung polarisirten Welle gegen die senkrecht dazu polarisirte, in den beiden ersten Fällen eine relative Verzögerung der parallel Y^0 polarisirten Welle gegen die parallel Z^0 polarisirte.

Für die Ausdrücke 71) bis 74) folgen hieraus der Reihe nach die Werthe:

$$-0{,}1545 \cdot 10^{-8}, \quad +0{,}530 \cdot 10^{-8}, \quad +3{,}60 \cdot 10^{-8}, \quad +5{,}25 \cdot 10^{-8}.$$

Dazu kommt noch der aus der Aenderung der Ringdurchmesser abgeleitete und daher weniger sichere Werth

$$C_1 = -1{,}39 \cdot 10^{-8}.$$

Man erhält daraus zunächst folgende Werthe der unter 75) angegebenen Constantencombinationen:

$$c_1 = -1{,}39 \cdot 10^{-8}, \quad c_2 = -0{,}185 \cdot 10^{-8}, \quad c_3 = -0{,}351 \cdot 10^{-8}, \quad c_4 = -0{,}944 \cdot 10^{-8},$$

und hieraus schliesslich die nachstehenden Resultate für die gesuchten piëzooptischen Constanten selbst:

$$\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2} = -\mathbf{0{,}117}, \quad \frac{a_{14}}{v^2} = -\mathbf{0{,}035}, \quad \frac{a_{41}}{v^2} = -\mathbf{0{,}044}, \quad \frac{a_{44}}{v^2} = -\mathbf{0{,}067}.$$

Die frühere Untersuchung (vergl. a. a. O. p. 300) hatte ergeben:

$$\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2} = -0{,}112, \quad \frac{a_{14}}{v^2} = -0{,}029, \quad \frac{a_{41}}{v^2} = -0{,}042, \quad \frac{a_{44}}{v^2} = -0{,}0685.$$

Die Abweichungen dürften wohl grösstentheils nur von den bei diesen Bestimmungen relativ grossen Beobachtungsfehlern herrühren, welche namentlich auf die kleinen Grössen $\frac{a_{41}}{v^2}$ und $\frac{a_{14}}{v^2}$ starken Einfluss haben können. —

§ 6. **Schlussfolgerungen aus den erhaltenen Resultaten.**

Setzt man die im letzten Paragraphen gefundenen Werthe der piëzooptischen Constanten und die in § 4 erhaltenen der piëzoelektrischen Moduln: $\delta_{11} = -6{,}27 \cdot 10^{-8}$, $\delta_{14} = +1{,}925 \cdot 10^{-8}$ in die Relationen 48), S. 85, ein, so erhält man folgende Werthe der Constanten $\frac{e'_{11}\varkappa_1}{v^2}$ und $\frac{e'_{41}\varkappa_1}{v^2}$, welche gemäss den Formeln 44) die optische Wirkung der im elektrischen Felde stattfindenden Deformation, berechnet wie die Wirkung einer gleichen mechanisch hervorgebrachten Deformation, bestimmen:

$$\frac{e'_{11}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{0{,}669 \cdot 10^{-8}},$$

$$\frac{e'_{41}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{0{,}423 \cdot 10^{-8}}.$$

(Nur wenig hiervon verschiedene Werthe würde man erhalten haben, wenn man die bei den älteren Bestimmungen gefundenen piëzooptischen und piëzoelektrischen Constanten benutzt hätte.)

Andererseits haben die elektrooptischen Beobachtungen ergeben (cf. S. 131):

$$\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{1{,}40 \cdot 10^{-8}},$$

$$\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{0{,}586 \cdot 10^{-8}}.$$

Demnach stimmen zwar die Vorzeichen der beobachteten und berechneten Constanten überein, aber e_{11} ist mehr als doppelt so gross wie e'_{11}, und auch e_{41} übertrifft e'_{41} um einen Betrag, welcher die Unsicherheit dieser Werthe erheblich übersteigt. Dies bedeutet, dass die Aenderungen der Doppelbrechung des Quarzes im elektrischen Felde thatsächlich zwar

gleichsinnig, aber viel grösser sind, wie diejenigen, welche die Deformation des Krystalles, die sich durch sein piezoelektrisches Verhalten bestimmt, allein zur Folge hat. Dieses Resultat, welches analog ist dem im II. Theile für Natriumchlorat gefundenen, führt zu dem Schlusse,

> dass das elektrostatische Feld eine **directe**, der Feldintensität proportionale Einwirkung auf die Lichtbewegung im Quarz ausübt[1]).

Diese directe Wirkung ist gegeben durch die Formeln 44), wenn man darin den Constanten e_{11} und e_{41} die Werthe $(1{,}40 - 0{,}67)\frac{v^2}{\varkappa_1}10^{-8} = +0{,}255 \cdot 10^{-8} v^2$ und $(0{,}586 - 0{,}423)\frac{v^2}{\varkappa_1}10^{-8} = +0{,}0475 \cdot 10^{-8} v^2$ beilegt anstatt der — ebenfalls bei der Annahme $1 + 4\pi\varkappa_1 = \varkappa_1 = 4{,}6$ — für die Gesammtwirkung geltenden Werthe $e_{11} = 0{,}49 \cdot 10^{-8} v^2$ und $e_{41} = 0{,}205 \cdot 10^{-8} v^2$.

IV. Theil.

Turmalin.

§ 1. Allgemeine Formeln.

Für die zweite hemimorphe Tetartoëdrie des hexagonalen Systems (oder auch Hemimorphie des rhomboëdrischen Systems nach anderer Bezeichnungsweise), welcher die Krystalle des Turmalins angehören, nimmt der allgemeine Ansatz 6) für die Aenderung der Doppelbrechung im elektrischen Felde nachstehende specielle Form an:

$$76)\quad \left|\begin{aligned} B_{11} - \omega_o^{0^2} &= -e_{22} b + e_{13} c, \\ B_{22} - \omega_o^{0^2} &= +e_{22} b + e_{13} c, \\ B_{33} - \omega_e^{0^2} &= e_{33} c, \\ B_{23} &= e_{42} b, \\ B_{31} &= e_{42} a, \\ B_{12} &= -e_{22} a, \end{aligned}\right.$$

wobei vorausgesetzt ist, dass die Z^0-Axe die dreizählige Symmetrieaxe und die Y^0Z^0-Ebene eine der drei Symmetrieebenen ist. Speciell für den Turmalin soll noch festgesetzt werden, dass die positive Z^0-Axe nach dem antilogen Pol hin gerichtet ist, und dass die positive Y^0-Axe aus einer der am letzteren liegenden Flächen des Rhomboëders $+R$, oder, was dasselbe sagt, aus einer Kante des trigonalen Prismas austritt. Diese Verfügung ist nämlich auch bei der Untersuchung der Herren E. Riecke und W. Voigt über das piëzoelektrische Ver-

1) Es sei anlässlich dieses Resultates daran erinnert, dass beim Quarz auch die optische Wirkung einer thermischen Dilatation von derjenigen einer gleichen, durch mechanische Einwirkung erzeugten verschieden ist, wie ich in Wied. Ann. 37, p. 305 gezeigt habe.

halten des Turmalins getroffen worden. — Der Ansatz 7) für die durch elastische Drucke erregten elektrischen Momente lautet dann

$$77)\quad \begin{cases} a = -\delta_{15} Z_x + 2\delta_{22} X_y, \\ b = \delta_{22}(X_x - Y_y) - \delta_{15} Y_z, \\ c = -\delta_{31}(X_x + Y_y) - \delta_{33} Z_z, \end{cases}$$

(worin für δ_{15} auch δ_{24} geschrieben werden könnte), und die Gleichungen 8) für das reciproke Phänomen, d. h. die Deformation in Folge der dielektrischen Polarisation a, b, c, werden:

$$78)\quad \begin{cases} x_x = -\delta_{22}\dfrac{b}{\varkappa_1} + \delta_{31}\dfrac{c}{\varkappa_3}, \\ y_y = +\delta_{22}\dfrac{b}{\varkappa_1} + \delta_{31}\dfrac{c}{\varkappa_3}, \\ z_z = \delta_{33}\dfrac{c}{\varkappa_3}, \\ y_z = \delta_{15}\dfrac{b}{\varkappa_1}, \\ z_x = \delta_{15}\dfrac{a}{\varkappa_1}, \\ x_y = -2\delta_{22}\dfrac{a}{\varkappa_1}, \end{cases}$$

worin $\varkappa_1$ ($= \varkappa_2$) und $\varkappa_3$ die Constanten der dielektrischen Polarisation für die Richtungen senkrecht bezw. parallel zur Hauptaxe (Z^0) bezeichnen.

Die Grundformeln für die Berechnung der Aenderungen der Doppelbrechung durch elastische Deformationen haben dieselbe Form, wie beim Quarz, wo sie als Formelsystem 45), S. 84, bereits angegeben sind. Ebenso stimmen die Relationen zwischen den elastischen Deformationen und Drucken mit den beim Quarz unter 49), S. 85, angeführten völlig überein.

Die Ausdrücke, welche für die elektrooptischen Constanten im Falle nur indirecter, d. h. durch die Deformation des Krystalles vermittelter optischer Wirkung des elektrischen Feldes gelten würden, und deren allgemeine Form in 9), S. 8, angegeben ist, gehen hier zufolge der speciellen Form der Gleichungen 78) und 45) über in:

$$79)\quad \begin{cases} e'_{22} = \dfrac{1}{\varkappa_1}\{(a_{11} - a_{12})\delta_{22} - a_{14}\delta_{15}\}, \\ e'_{42} = \dfrac{1}{\varkappa_1}\{-2a_{41}\delta_{22} + a_{44}\delta_{15}\}, \\ e'_{13} = \dfrac{1}{\varkappa_3}\{(a_{11} + a_{12})\delta_{31} + a_{13}\delta_{33}\}, \\ e'_{33} = \dfrac{1}{\varkappa_3}\{2a_{31}\delta_{31} + a_{33}\delta_{33}\}. \end{cases}$$

§ 2. Elektrooptische Beobachtungen.

Die piëzoelektrischen Moduln sowohl als die Elasticitätsmoduln sind durch die Untersuchungen der Herren E. Riecke und W. Voigt bereits bekannt für dunkelgrünen brasilianischen Turmalin, und es wäre daher, um die durch 79) gegebenen Grössen $e'_{mn}\varkappa_n$ berechnen und mit den beobachteten $e_{mn}\varkappa_n$ vergleichen zu können, wünschenswerth gewesen, die elektrooptische und piëzooptische Untersuchung ebenfalls an jenem Material auszuführen. Dies war aber leider ganz unmöglich in Folge der starken Absorption des ordentlichen Strahles, welcher nur in so dünnen Lamellen noch durchgelassen wird, dass eine Messung der Aenderungen des Gangunterschiedes ausgeschlossen ist. Dasselbe gilt überhaupt von den meisten Turmalinvarietäten.

Hinreichend durchsichtig auch für den ordentlichen Strahl sind die hellgrünen und rosenrothen Krystalle von Elba, von denen ich mir daher (durch Herrn Mineralienhändler Pech in Berlin) eine Anzahl schöner Exemplare verschaffte. Die aus denselben hergestellten Präparate erwiesen sich aber selbst an den ganz einschluss- und sprungfreien Stellen als so stark optisch gestört, dass sie zur optischen Untersuchung ganz unbrauchbar waren. Geringer waren die optischen Anomalien an einer kleinen senkrecht zur optischen Axe geschnittenen Platte eines blauen Turmalins, welche sich in der Sammlung optischer Präparate des Göttinger physikalischen Institutes vorfand und welche, wenngleich sie ziemlich stark absorbirend war, bei Anwendung weissen Lichtes noch die Wahrnehmung der Interferenzringe zwischen gekreuzten Nicols gestattete. Aus zwei ganz ähnlichen, wahrscheinlich von Mursinsk stammenden blauen Krystallen, welche mir Herr Prof. Liebisch freundlichst zur Verfügung gestellt hatte, wurden zwei weitere Präparate, eins für Beobachtungen parallel der optischen Axe und eins für solche in einer dazu senkrechten Richtung, hergestellt. Doch waren die ungestörten Theile dieser Krystalle zu klein, um die Herstellung aller der Präparate zu ermöglichen, welche zur Bestimmung sämmtlicher Constanten e_{mn} und a_{hk} erforderlich gewesen wären. Ausserdem war es fraglich, ob die Elasticitätsconstanten, welche man ja zur Bestimmung der a_{hk} kennen muss, für diese Turmalinvarietät mit denjenigen des von Herrn Voigt untersuchten Krystalles übereinstimmten, und es musste daher auf die Ermittelung der piëzooptischen Constanten überhaupt verzichtet werden. Ueber das elektrooptische Verhalten gelang es aus dem angeführten Grunde auch nur, einige wesentlich qualitative Resultate zu erhalten. Dieselben betreffen erstens die in der Richtung der Hauptaxe auftretende Doppelbrechung bei dielektrischer Polarisation senkrecht zur Hauptaxe, zweitens die Aenderung des Gangunterschiedes in einer zur Hauptaxe senkrechten Richtung bei dielektrischer Polarisation parallel der Hauptaxe, und sollen im Folgenden näher erörtert werden.

a. Kraftlinien senkrecht zur Hauptaxe.

Liegt die Richtung der Kraftlinien in der zur Hauptaxe senkrechten $X^0 Y^0$-Ebene, so fällt mit ihr die Richtung des inducirten Momentes m zusammen, da das Inductionsellipsoid hier ein Rotationsellipsoid ist. Bildet ihre Richtung den Winkel ψ mit der Y^0-Axe — positiv gerechnet gegen die $-X^0$-Axe hin —, so ist also $a = -m \sin\psi$, $b = m \cos\psi$, und die Gleichungen 76) werden:

$$80) \quad \left| \begin{array}{l} B_{11} - \omega_o^{0^2} = -(B_{22} - \omega_o^{0^2}) = -e_{22} m \cos\psi, \qquad B_{33} - \omega_e^{0^2} = 0, \\ B_{23} = e_{42} m \cos\psi, \qquad B_{31} = -e_{42} m \sin\psi, \qquad B_{12} = e_{22} m \sin\psi. \end{array} \right.$$

Wegen der starken natürlichen Doppelbrechung des Turmalins sind die Grössen B_{23} und B_{31} jedenfalls sehr klein gegen $B_{22} - B_{33}$ und $B_{11} - B_{33}$, folglich auch die durch $\frac{B_{23}}{B_{22} - B_{33}}$ bezw. $\frac{B_{31}}{B_{33} - B_{11}}$ gegebenen Abweichungen der optischen Symmetrieaxe Z von der Hauptaxe Z^0 gegen die $-Y^0$- bezw. X^0-Axe hin so verschwindend klein, dass sie für Beobachtungen in der Richtung Z^0 (und auch für solche senkrecht dazu) gar nicht in Betracht kommen, und man also annehmen kann, dass die optischen Symmetrieaxen X und Y in der $X^0 Y^0$-Ebene liegen. Der Winkel φ, welchen die eine von ihnen, etwa X, mit X^0 bildet, ist dann zufolge der dritten von den allgemeinen Gleichungen 3) gegeben durch

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2 B_{12}}{B_{11} - B_{22}},$$

d. i. nach Einsetzung der Ausdrücke 80):

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2 e_{22} m \sin\psi}{-2 e_{22} m \cos\psi} = -\operatorname{tg}\psi;$$

folglich ist, unabhängig von der Stärke des inducirten Momentes und von dem Werthe der Constante e_{22},

$$81) \qquad \varphi = -\tfrac{1}{2}\psi.$$

Da nun die Symmetrieaxen X, Y die Polarisationsrichtungen der beiden Wellen sind, welche sich in der Richtung der Hauptaxe Z^0 fortpflanzen, so gilt für dieselben folgender Satz:

Dreht sich die Richtung der Kraftlinien in der $X^0 Y^0$-Ebene von einer polaren Nebenaxe Y^0 aus um einen Winkel ψ nach links, so dreht sich die eine Schwingungsrichtung Y, welche bei der Anfangslage $\psi = 0$ mit ersterer zusammenfiel, um die Hälfte jenes Winkels nach rechts.

Dieses Verhalten ist ganz analog demjenigen, welches der Quarz bei dielektrischer Polarisation senkrecht zur Hauptaxe zeigen würde, mit dem einzigen

Unterschiede, dass hier die Y^0-Axe dieselbe Rolle spielt, wie beim Quarz die X^0-Axe, weil hier die erstere, beim Quarz die letztere eine polare Richtung ist. Beim Quarz würden jedoch wegen seiner Circularpolarisation die oben bestimmten „Schwingungsrichtungen“ die grossen Hauptaxen der Schwingungsellipsen und daher nicht direct als Auslöschungsrichtungen im polarisirten Lichte nachweisbar sein, wie dies bei nicht circularpolarisirenden Krystallen der Fall ist. Daher muss sich der Turmalin zur Beobachtung der in Rede stehenden Erscheinung an und für sich viel besser eignen, und in der That konnte dieselbe an der oben erwähnten blauen Turmalinplatte trotz deren geringer Dicke wahrgenommen werden, wenn intensives weisses Licht angewandt wurde. Diese Platte besass als seitliche Begrenzung noch die natürlichen Krystallflächen und zwar die Flächen des hexagonalen Prismas in alternirender Combination mit denen des trigonalen Prismas, so dass sich ihr Umriss als ein (etwas verzerrtes) Sechseck mit 3 spitzeren und 3 stumpferen Ecken darstellte, ungefähr wie in nebenstehender Figur angedeutet ist. Die Verbindungslinien der gegenüberliegenden Ecken des Sechsecks sind dann die polaren Nebenaxen, und zwar entspricht diejenige Richtung einer solchen Verbindungslinie, welche nach der spitzeren Ecke hinführt, nach unserer Festlegung des Axensystems der positiven Y^0-Axe. — Im senkrecht zu den Breitseiten, also parallel zur optischen Axe einfallenden Licht wurde die Platte zwischen gekreuzten Nicols nicht vollständig dunkel, sondern zeigte in Folge anomaler Doppelbrechung drei von ihrem Mittelpunkt nach den spitzeren Ecken hin verlaufende schmale helle Streifen (durch punktirte Linien in Fig. 13 angedeutet). Die zwischen diesen Streifen liegenden drei Sectoren löschten aber nahezu vollständig aus, und es konnte daher die Aufhellung derselben bei dielektrischer Polarisation der Platte und die Stellung der Nicols, bei welcher diese Aufhellung verschwand, beobachtet werden. Um diese Auslöschungsrichtungen bei verschiedener Richtung der Kraftlinien in der Platte bestimmen zu können, war folgende Anordnung getroffen. Die Platte war mit etwas Wachs vor das eine Ende einer Glasröhre von etwas kleinerem inneren Durchmesser geklebt, deren anderes, offenes Ende mittelst eines Korkes in der centralen Durchbohrung eines vertikalen, drehbaren Theilkreises so befestigt war, dass die Axe der Röhre mit der Drehungsaxe des Theilkreises zusammenfiel. Diese Vorrichtung wurde zwischen den beiden schon früher erwähnten, mit drehbaren Theilkreisen versehenen grossen Nicol'schen Prismen so aufgestellt, dass man der Länge nach durch die Glasröhre hindurchsehen, und dass sich das durch die Turmalinplatte verschlossene Ende der letzteren frei zwischen zwei horizontalen, durch Hartgummistücke von geeigneter Höhe von einander getrennten Metallplatten drehen konnte. Von diesen Metallplatten stand die untere mit der Erde, die obere mit dem einen Pol der Influenzmaschine in leitender Verbindung, so dass durch langsames Drehen der letzteren zwischen

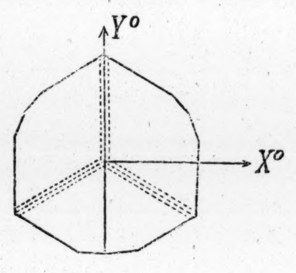


Fig. 13

ihnen ein elektrisches Feld erzeugt wurde, dessen Intensität in Folge des Ueberspringens der Funken zwischen den Elektroden der Maschine wechselte, und dessen Kraftlinien von oben nach unten durch die Turmalinplatte parallel zu deren Breitseiten, also in der $X^0 Y^0$-Ebene, hindurchgingen. Durch Drehen des die Glasröhre tragenden Theilkreises konnte dann die Richtung der X^0- und Y^0-Axe relativ zu der festbleibenden Kraftlinienrichtung um beliebige messbare Winkel geändert werden.

Zunächst wurde die Turmalinplatte so justirt, dass sie zwischen gekreuzten Nicols möglichst dunkel erschien und bei Drehung der Glasröhre um ihre Axe auch blieb. Dann beobachtete man die Aufhellung bezw. die Helligkeitsänderungen der Platte, welche beim Drehen der Influenzmaschine auftraten. Es zeigte sich zunächst, dass die Helligkeitsänderungen ein Maximum erreichten, wenn eine der oben erwähnten hellen Linien, also eine polare Nebenaxe der Platte, vertikal und somit parallel den Kraftlinien, und die Nicol-Hauptschnitte unter $\pm 45^0$ dagegen geneigt standen, sowie auch dann, wenn jene Nebenaxe horizontal und der eine Nicol-Hauptschnitt ebenfalls horizontal, der andere vertikal stand; dies steht mit dem S. 152 ausgesprochenen theoretischen Satze in Einklang. Nun wurden bei verschiedenen Stellungen des die Glasröhre tragenden Theilkreises T diejenigen Stellungen der Nicols bestimmt, bei welchen die Intensitätsänderung verschwand, und zwar in der Weise, dass die Stellungen von T aufgesucht wurden, bei welchen dieselbe eben noch wahrnehmbar war, und das Mittel aus je zwei solchen Ablesungen genommen wurde; denn dieses letztere giebt dann die Stellung an, bei welcher völliges Verschwinden der Aufhellung eintritt, also die eine Schwingungsrichtung der durch dielektrische Polarisation doppeltbrechend gewordenen Turmalinplatte mit der des Analysators zusammenfällt. Auf diese Weise wurden folgende zusammengehörige Stellungen des Theilkreises T und des Analysators A, zu welchem der Polarisator immer gekreuzt gestellt war, gefunden.

A	246^0	231^0	226^0	222^0	216^0	210^0	201^0
T	30^0	$15^0, 24^0$	$10^0, 19^0$	$8^0, 15^0$	$6^0, 14^0$	$2^0, 10^0$	$-5^0, +4^0$
		$19\frac{1}{2}^0$	$14\frac{1}{2}^0$	$11\frac{1}{2}^0$	10^0	6^0	$-\frac{1}{2}^0$

Bei der ersten Stellung ($A = 246^0$, $T = 30^0$) war sowohl die Polarisationsebene des Analysators, als die eine polare Nebenaxe Y^0 des Turmalins vertikal, also parallel den Kraftlinien; die dabei abgelesenen Winkel seien mit A^0, T^0 bezeichnet. Der von dieser Stellung aus gerechnete Drehungswinkel $T - T^0$ ergiebt die relative Drehung der Kraftlinien gegen die Y^0-Axe, also den in den Formeln 80) und 81) mit ψ bezeichneten Winkel (vergl. nebenstehende Figur). Ferner ist $A^0 - A$ der Winkel zwischen der Schwingungsrichtung Y und der hier fest-

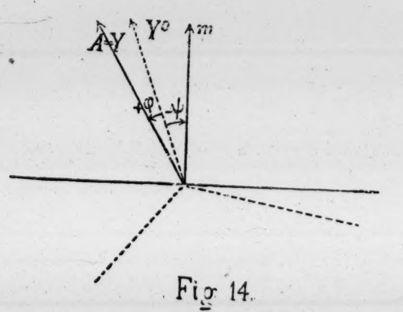


Fig. 14.

bleibenden Richtung m der Kraftlinien, somit nach der früheren Bezeichnung mit Berücksichtigung des Vorzeichens $= -\psi + \varphi$. Nun ist nach der Formel 81) $\varphi = -\frac{1}{2}\psi$, $\psi - \varphi = \frac{3}{2}\psi$; also muss der Theorie zufolge

$$T^0 - T = \tfrac{2}{3}(A^0 - A)$$

sein. Die beobachteten und hiernach berechneten Winkel sind folgende:

$A^0 - A$ beobachtet:	15°	20°	24°	30°	36°	45°
$T^0 - T$ beobachtet:	$10\frac{1}{2}$°	$15\frac{1}{2}$°	$18\frac{1}{2}$°	20°	24°	$30\frac{1}{2}$°
$T^0 - T$ berechnet:	10°	$13\frac{1}{3}$°	16°	20°	24°	30°.

Die Abweichungen von den theoretischen Werthen sind nicht grösser, als die durch die geringe Intensität der Aufhellung der Platte bedingte Unsicherheit der Einstellung, welche, wie die oben angegebenen Grenzen von T zeigen, leicht einige Grade betragen konnte. — Ueber das Intervall von $A^0 - A = 0$ bis $A^0 - A = 45^0$ hinaus brauchten die Beobachtungen nicht fortgesetzt zu werden, weil bei $A^0 - A = 45^0$, $T^0 - T = 30^0$ bereits eine der beiden anderen polaren Nebenaxen horizontal liegt und sich somit bei weiterer Drehung der Platte dieselben relativen Lagen des Krystalles gegen die Kraftlinien, welche schon im Intervall $T^0 - T = 0$ bis 30^0 vorkamen, in umgekehrter Reihenfolge wiederholen würden. (Vergl. Fig. 14, worin die positiven Richtungen der zwei anderen polaren Nebenaxen durch punktirte Linien angedeutet sind.)

Eine senkrecht zur Hauptaxe eines der oben erwähnten blauen Krystalle geschnittene Platte von 2,18 mm Dicke zeigte in Bezug auf die Auslöschungsrichtungen ebenfalls das der Theorie entsprechende Verhalten. An dieser Platte wurden auch einige Versuche gemacht, um die Stärke der durch dielektrische Polarisation hervorgerufenen Doppelbrechung in der Richtung der Hauptaxe zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurde die Platte zwischen den früher erwähnten Metallplatten so aufgestellt, dass die eine polare Nebenaxe Y^0 vertikal, also parallel den Kraftlinien des elektrischen Feldes stand; die Hauptschnitte der Nicols wurden unter $\pm 45^0$ gegen diese Richtung geneigt, und der Compensator in der gewöhnlichen Stellung, d. h. mit vertikalem Spalt, hinter die Platte gebracht. Wurde nun diejenige Metallplatte, gegen welche hin die $+Y^0$-Axe gerichtet war, negativ geladen, so musste der Compensator im Sinne abnehmender Zahlen gedreht werden, es war also Δ negativ; bei Umkehrung der Ladung kehrte sich auch die Streifenverschiebung um, so dass Δ positiv wurde. Der absolute Betrag von Δ war 0,18 Umdrehungen bei einer (durch die Schlagweite der Maassflasche gemessenen) Potentialdifferenz von nahe 30 absoluten Einheiten. Der Abstand der Metallplatten war dabei = 5,5 mm, folglich das Potentialgefälle in Luft $\frac{30}{0,55} = 54,5$, und von diesem Werthe konnte auch das Potentialgefälle in der Turmalinplatte, da ihre Dicke gering war gegen ihre Höhe, nicht sehr verschieden sein. Demnach findet man für die durch das Potentialgefälle

$\frac{\partial V}{\partial y} = 1$ erzeugte relative Verzögerung, bezogen auf die Weglänge von 1 mm und ausgedrückt in Wellenlängen mittleren weissen Lichtes, für welches der Streifenabstand des Compensators = 23 und $\lambda = 570 \cdot 10^{-6}$ gesetzt werden kann:

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L\partial V/\partial y} = \frac{-0{,}18}{23} \cdot \frac{1}{2{,}18 \cdot 54{,}5} = \mathbf{-0{,}66 \cdot 10^{-4}}.$$

Nun gilt, da die Y-Axe parallel dem Compensatorspalt und da hier $\omega_1^0 = \omega_2^0 = \omega_o^0$ ist,

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L} = \frac{n_o^{0^3}}{2\lambda} \frac{\omega_y^2 - \omega_z^2}{v^2};$$

ferner wird zufolge den Formeln 80), worin $\psi = 0$ zu setzen ist,

$$\omega_y^2 - \omega_z^2 = B_{22} - B_{11} = 2\,e_{22}\,m = -2\,e_{22}\,\varkappa_1 \frac{\partial V}{\partial y};$$

folglich

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L\partial V/\partial y} = -\frac{n_o^{0^3}}{\lambda} \cdot \frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2}$$

und nach Einsetzung des obigen Zahlenwerthes:

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = +\frac{\lambda}{n_o^{0^3}} \cdot 0{,}66 \cdot 10^{-4}.$$

Der ordentliche Brechungsindex des Turmalins n_o^0 ist = 1,637, ferner ist, wie oben gesagt, $\lambda = 570 \cdot 10^{-6}$ anzunehmen, und somit erhält man schliesslich:

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{+0{,}85 \cdot 10^{-8}}.$$

Andere Beobachtungen, bei welchen eine der anderen polaren Nebenaxen (von 4,95 mm Länge) den Kraftlinien parallel gerichtet und der Abstand der Metallplatten = 5,7 mm war, ergaben für $V = \pm 30$ im Mittel

$$\varDelta = +0{,}185 \text{ bezw. } -0{,}20,$$

woraus sich ergiebt

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L\partial V/\partial y} = -0{,}73 \cdot 10^{-4}$$

und

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{+0{,}95 \cdot 10^{-8}}.$$

Als wahrscheinlichen Werth dieser Constante können wir somit annehmen

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{+0{,}9 \cdot 10^{-8}},$$

welches Resultat allerdings wegen der geringen Grösse der beobachteten Gangunterschiede $\varDelta$ und der unsicheren Kenntniss von $\partial V/\partial y$ auf grosse Genauigkeit keinen Anspruch machen kann.

Hiernach ist die Constante $e_{22}\varkappa_1$ etwas kleiner als die analoge $e_{11}\varkappa_1$ des Quarzes, aber doch von derselben Grössenordnung. Die elektrooptische Constante e_{22} selbst hingegen ist erheblich kleiner als diejenige e_{11} des Quarzes; denn man findet mit Benutzung der von J. Curie bestimmten Dielektricitätsconstanten für Polarisationsrichtungen senkrecht zur Hauptaxe:

$$\text{für Quarz} \quad \frac{e_{11}}{v^2} = \frac{1{,}40 \cdot 4\pi}{4{,}55 - 1} \cdot 10^{-8} = \mathbf{4{,}95 \cdot 10^{-8}},$$

$$\text{für Turmalin} \quad \frac{e_{22}}{v^2} = \frac{0{,}9 \cdot 4\pi}{7{,}1 - 1} \cdot 10^{-8} = \mathbf{1{,}85 \cdot 10^{-8}}.$$

Für die Vergleichung der beobachteten elektrooptischen Wirkung mit der aus der Deformation berechneten kommt nur das Product $e_{22}\varkappa_1$ in Frage. Dieses müsste im Falle nur indirecter optischer Wirkung der dielektrischen Polarisation nach den Relationen 79) den Werth haben:

$$\frac{e'_{22}\varkappa_1}{v^2} = \frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}\delta_{22} - \frac{a_{14}}{v^2}\delta_{15}.$$

Diese Formel zeigt — was vielleicht besonders hervorgehoben zu werden verdient —, dass für die Doppelbrechung in der Richtung der Hauptaxe, welche durch ein irgendwie senkrecht zu letzterer gerichtetes elektrisches Moment erzeugt wird, keineswegs die piëzoelektrische Erregung durch Druck senkrecht zur Hauptaxe, also die Constante δ_{22}, allein maassgebend ist, sondern ausserdem auch das durch die Constante δ_{15} charakterisirte piëzoelektrische Verhalten bei schief gegen die Hauptaxe gerichtetem Druck.

Nimmt man an, dass die piëzoelektrischen Eigenschaften der hier untersuchten blauen Turmalinvarietät mit denjenigen des brasilianischen Turmalins übereinstimmen, welcher von den Herren E. Riecke und W. Voigt untersucht worden ist[1]), so wäre zu setzen:

$$\delta_{22} = +0{,}67 \cdot 10^{-8}, \qquad \delta_{15} = -11 \cdot 10^{-8}.$$

Soll $e_{22} = e'_{22}$ sein, so muss also die Relation erfüllt sein:

$$0{,}67 \cdot \frac{a_{11} - a_{12}}{v^2} + 11 \cdot \frac{a_{14}}{v^2} = 0{,}9. \tag{82}$$

Dieselbe zu prüfen, ist nun leider nicht möglich, da die piëzooptischen Constanten $\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}$ und $\frac{a_{14}}{v^2}$ aus dem früher angeführten Grunde nicht bestimmt werden konnten. Man kann jedoch aus der bekannten Thatsache, dass eine

1) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. 45, 549. 1892.

Turmalinplatte durch einseitigen Druck senkrecht zur Hauptaxe in der Art optisch zweiaxig wird, dass die Ebene der optischen Axen zu der Druckrichtung senkrecht steht, eine Ungleichung zwischen jenen beiden Constanten herleiten, und es wäre an sich der Fall denkbar, dass deren Vereinbarkeit mit der obigen Gleichung wenigstens sehr unwahrscheinlich wäre. Wir wollen daher prüfen, wie es sich hiermit verhält.

Wirkt der einseitige Druck $p = 1$ parallel der X^0-Axe, so ist $\omega_y^2 - \omega_x^2 = B_{22} - B_{11}$, und für letztere Grösse ergiebt sich aus den Gleichungen 45) und 49) der Ausdruck

$$(a_{11} - a_{12})(s_{11} - s_{12}) + 2\, a_{14} s_{14}.$$

Nach der erwähnten Beobachtungsthatsache ist dann aber die ZY-Ebene die Ebene der optischen Axen, und, da im Turmalin ω_z die grösste Hauptlichtgeschwindigkeit ist, $\omega_z > \omega_x > \omega_y$, somit $\omega_y^2 - \omega_x^2 < 0$. Folglich ist auch

$$\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}(s_{11} - s_{12}) + 2\,\frac{a_{14}}{v^2} s_{14} < 0.$$

Setzt man noch die von Herrn Voigt[1]) für brasilianischen Turmalin gefundenen Werthe der Elasticitätsmoduln ein, so wird die gesuchte Ungleichung:

$$4{,}9\,\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2} + 1{,}14 \cdot \frac{a_{14}}{v^2} < 0. \tag{83}$$

Dieselbe ist nun offenbar mit 82) verträglich, wenn man annimmt, dass $\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}$ einen negativen Werth besitzt, was nach Analogie des Quarzes wahrscheinlich ist, und dass $\frac{a_{14}}{v^2}$ positiv und dem absoluten Betrage nach kleiner wie $\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}$ ist. Letzteres gilt nämlich für die Constante $\frac{a_{14}}{v^2}$ des Quarzes, dagegen besitzt dieselbe negatives Vorzeichen; es ist aber nach der Bedeutung dieser Constante ein positiver Werth von vornherein nicht weniger wahrscheinlich. Der absolute Werth von a_{14} müsste dann allerdings zufolge 82) ein viel grösserer sein, wie beim Quarz; doch auch dies erscheint nicht gerade besonders unwahrscheinlich. Es ist also aus dieser Betrachtung kein Grund zu dem Schlusse, dass e_{22} und e'_{22} nicht übereinstimmen könnten, zu entnehmen. —

b. *Kraftlinien parallel der Hauptaxe.*

Da die Hauptaxe beim Turmalin eine polare Symmetrieaxe ist, so muss nach den allgemeinen Formeln auch eine der Hauptaxe parallele dielektrische Polarisation die Doppelbrechung beeinflussen, was beim Quarz nicht der Fall

1) W. Voigt, Nachrichten d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1890, 255—71.

ist. Nach Symmetrie muss dabei der Krystall optisch einaxig bleiben, und in der That ergeben die Formeln 76), wenn nur ein Moment c vorhanden ist,

$$B_{11} - \omega_o^{0^2} = B_{22} - \omega_o^{0^2} = e_{13}\,c, \qquad B_{33} - \omega_e^{0^2} = e_{33}\,c,$$
$$B_{23} = B_{31} = B_{12} = 0.$$

Die Aenderung der Stärke der Doppelbrechung ist demnach gegeben durch

$$84)\qquad (\omega_e^2 - \omega_o^2) - (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) = (e_{33} - e_{13})\,c = -(e_{33} - e_{13})\,\varkappa_3 \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Diese Aenderung muss nachweisbar sein durch die Aenderung des Gangunterschiedes in irgend einer Richtung senkrecht zur Hauptaxe in einem Turmalinprisma, welches mit zu den Kraftlinien paralleler Hauptaxe in ein elektrisches Feld gebracht wird. Zu diesem Zwecke war aus einem der blauen Krystalle ein rechtwinkliges Parallelepipedon geschnitten, dessen eine Kantenrichtung der Hauptaxe Z^0 parallel war. Da dasselbe in Folge optischer Störungen keine Beobachtungen mit dem Compensator auf den zu Z^0 parallelen Seitenflächen gestattete, so musste zum Nachweis der fraglichen Gangunterschiedsänderung die Beobachtung der Interferenzcurven im convergenten homogenen Lichte, welche wenigstens in der Richtung der kürzesten Kanten noch leidlich gut sichtbar waren, herangezogen werden. Das Prisma wurde daher zwischen zwei horizontal übereinanderliegenden und von einander durch Hartgummistücke isolirten kleinen Metallplatten, welche ebenso wie bei den unter *a* beschriebenen Versuchen zur Erzeugung des elektrischen Feldes dienten, mit vertikaler Hauptaxe und dem Beobachter zugewendeter Breitseite aufgestellt, und diese ganze Vorrichtung zwischen die beiden Linsensysteme eines Axenwinkelapparates, d. h. eines Polarisationsapparates für convergentes Licht mit horizontal liegender Axe, gebracht. Dann sah man die Curven gleichen Gangunterschiedes, — in diesem Falle gleichseitige Hyperbeln, deren Hauptaxen parallel und senkrecht zur Z^0-Axe liegen —, auf einen im Ocularrohr des Apparates angebrachten Glasmaassstab projicirt, so dass man die etwa eintretenden Verschiebungen derselben gut beurtheilen konnte.

Dasjenige Ende des Prismas, für welches ein besonderer Versuch gezeigt hatte, dass es durch Druck ($\| Z^0$) positiv elektrisch wurde, und aus welchem demnach nach unserer Festsetzung die positive Z^0-Axe austrat, befand sich oben. Wurde nun die obere Metallplatte positiv geladen, mithin ein negatives Moment c inducirt, so näherten sich die seitlichen Hyperbeln ein wenig dem Centrum des Gesichtsfeldes, während die oberen und unteren Hyperbeln etwas auseinanderrückten; umgekehrt verhielt es sich bei negativer Ladung der oberen Platte. Nun nimmt bei der vorausgesetzten Stellung der Krystallplatte der Gangunterschied nach oben und unten, d. h. bei Neigung der Fortpflanzungsrichtung von der Plattennormale aus gegen die Z^0-Axe hin ab, nach seitwärts zu, so dass einer Annäherung der Scheitel der seitlichen Hyperbeln und einer Entfernung derjenigen der oberen und unteren von einander eine Zunahme des

Gangunterschiedes entspricht. Somit wurde durch ein negatives Moment c eine Zunahme der Doppelbrechung, also, da der Turmalin negativ einaxig ist, ein positiver Werth von $(\omega_e^2 - \omega_o^2) - (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2})$ hervorgerufen. Daraus folgt nach 84) die Ungleichung:

$$e_{33} - e_{13} < 0.$$

Nun ist nach 79)

$$e'_{33} - e'_{13} = \frac{1}{\varkappa_3}\{(2a_{31} - a_{11} - a_{12})\delta_{31} + (a_{33} - a_{13})\delta_{33}\};$$

wenn die e_{mn} mit den e'_{mn} identisch sind, so muss also die Ungleichung bestehen

$$(2a_{31} - a_{11} - a_{12})\delta_{31} + (a_{33} - a_{13})\delta_{33} < 0$$

oder nach Einsetzung der von den Herren E. Riecke und W. Voigt gefundenen Werthe der piëzoelektrischen Moduln $\delta_{31} = -0{,}88 \cdot 10^{-8}$ und $\delta_{33} = -5{,}71 \cdot 10^{-8}$:

$$0{,}88(2a_{31} - a_{11} - a_{12}) + 5{,}71(a_{33} - a_{13}) > 0. \tag{85}$$

Eine zweite Ungleichung zwischen denselben Aggregaten der piëzooptischen Constanten liefert das durch einen Versuch an dem oben erwähnten rechteckigen Turmalinprisma (welches dabei unter dem früher beschriebenen Compressionshebel zwischen den Linsen des Axenwinkelapparates aufgestellt war) gefundene Beobachtungsresultat, dass einseitiger Druck parallel der Z^0-Axe ebenfalls die negative Doppelbrechung verstärkt. Aus den Formeln 49) und 45) findet man für diesen Fall, wo $Z_z = p$ ist und alle anderen Druckcomponenten verschwinden,

$$(\omega_e^2 - \omega_o^2) - (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) = B_{33} - B_{11} - (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2})$$
$$= -p\{(2a_{31} - a_{11} - a_{12})s_{13} + (a_{33} - a_{13})s_{33}\};$$

folglich ist

$$(2a_{31} - a_{11} - a_{12})s_{13} + (a_{33} - a_{13})s_{33} < 0,$$

oder, da nach den schon citirten Bestimmungen von Herrn W. Voigt (a. a. O. p. 269) $s_{13} = -0{,}16 \cdot 10^{-8}$, $s_{33} = +6{,}12 \cdot 10^{-8}$ ist,

$$0{,}16(2a_{31} - a_{11} - a_{12}) - 6{,}12(a_{33} - a_{13}) > 0. \tag{86}$$

Auch diese beiden Ungleichungen 85) und 86) können gleichzeitig erfüllt sein, wenn nämlich $a_{33} - a_{13}$ einen negativen und $2a_{31} - a_{11} - a_{12}$ einen bedeutend grösseren positiven Werth besitzt, was nicht als unmöglich oder besonders unwahrscheinlich bezeichnet werden kann.

Demnach kann auch aus der Beobachtung über die Aenderung der Doppelbrechung des Turmalins durch dielektrische Polarisation parallel seiner Hauptaxe kein Schluss in Betreff der Frage, ob das elektrische Feld ausser der durch die Deformation bedingten noch eine directe optische Wirkung ausübt, gezogen

werden. Immerhin dürfte es von Interesse sein, dass die für diesen Fall von der allgemeinen Theorie der elektrooptischen Erscheinungen an piëzoelektrischen Krystallen vorausgesagte Aenderung der Doppelbrechung überhaupt nachgewiesen und ihr Vorzeichen festgestellt worden ist. —

V. Theil.

Seignettesalz.

Das rechtsweinsaure Kali-Natron, $KNaH_4C_4O_6 + 4H_2O$, gewöhnlich Seignettesalz genannt, krystallisirt in grossen prismatischen Krystallen, welche der sphenoidisch-hemiëdrischen Gruppe des rhombischen Systems angehören, also keine andern Symmetrieelemente als drei zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen besitzen. Sie können demnach piëzo- und pyroelektrische Erregbarkeit zeigen, und in der That ist eine solche von J. und P. Curie[1]) und Hankel und Lindenberg[2]) beobachtet worden. Letztere haben die Krystalle einem auf die Kanten zwischen (110) und (001) wirkenden Drucke ausgesetzt und gefunden, dass diejenigen Kanten, welche durch die linken Sphenoidflächen $\varkappa_l(111)$ abgestumpft würden, dabei positiv elektrisch werden. Bei Druck auf die Ecken eines Krystalles der Combination (110), (001) ergab sich dagegen keine Elektricitätsentwicklung, wie auch theoretisch vorauszusehen ist. Weitere Schlüsse lassen sich aus jenen Beobachtungen wegen der Ungleichförmigkeit der durch den Druck auf die Krystallkanten bewirkten Deformation nicht ziehen.

Die von mir untersuchten Krystalle, die von Herrn Goldbach stammten und mir durch Herrn Prof. Voigt freundlichst zur Verfügung gestellt wurden, waren begrenzt von den Flächen (110), (210), (010), (001), $\varkappa_l(111)$ und $\varkappa_r(211)$, letztere beiden als schmale Abstumpfungen ausgebildet. Dabei ist die von Müttrich (Pogg. Ann. **121**, 193. 1864) gewählte Aufstellung zu Grunde gelegt, bei welcher das Axenverhältniss ist: $a:b:c = 0{,}832:1:0{,}433$. Die Krystalle waren parallel den Prismenkanten $2^1/_2$ bis 3 cm lang und besassen 1 bis 2 cm Durchmesser; die Prismenzone war nur etwa zur Hälfte ausgebildet, da die Krystalle mit einer Fläche dieser Zone aufgelegen hatten. Zwar enthielten die Krystalle streckenweise kleine Einschlüsse von Bläschen, aber es waren doch grosse ganz homogene Partien vorhanden. Leider gelang es trotzdem nicht, Präparate von der wünschenswerthen Grösse und Güte der Flächen zu erhalten, weil die Bearbeitung infolge der grossen Sprödigkeit der Krystalle — welche bisweilen schon durch die Handwärme zerspringen und deshalb nicht aufgekittet werden können — äusserst schwierig war.

---

1) J. u. P. Curie, Compt. rend. **91**, 294—95; 383—87. 1880.

2) Hankel u. Lindenberg, Abhandl. d. K. sächs. Ges. d. Wiss. **18**, 361—405. 1892.

Für die optischen Constanten, soweit sie zur Rechnung gebraucht wurden, habe ich die von Müttrich[1]) bestimmten Werthe angenommen. Derselbe fand folgende Hauptbrechungsindices für Na-Licht („gelbes" Licht):

	α	β	γ
bei 15°	1,49155	1,49333	1,49683
„ 25°	1,49134	1,49314	1,49659

und den Axenwinkel

$$2\Omega = 70^0 56' \text{ bei } 15^0, \quad = 72^0 10' \text{ bei } 25^0.$$

Die erste Mittellinie ist die krystallographische Axe a (die „Brachydiagonale"), die zweite Mittellinie die Axe c, und somit, wenn wir festsetzen, dass die Coordinatenaxen X^0, Y^0, Z^0 der Reihe nach mit a, b, c zusammenfallen, nach unserer üblichen Bezeichnungsweise:

$$n_x = 1{,}49671, \qquad n_y = 1{,}49324, \qquad n_z = 1{,}49145 \text{ für } 20^0,$$

also

$$\omega_x < \omega_y < \omega_z.$$

Die Differenzen der Hauptbrechungsindices sind:

	$n_y - n_z$	$n_x - n_z$	$n_x - n_y$
bei 15°	0,00178	0,00528	0,00350
„ 35°	0,00185	0,00520	0,00335

folglich die Aenderungen für 1° Temperaturzunahme:

$$\frac{d(n_y - n_z)}{dt} = +0{,}0000035,$$

$$\frac{d(n_x - n_z)}{dt} = -0{,}000004,$$

$$\frac{d(n_x - n_y)}{dt} = -0{,}0000075.$$

Die Haupt-Dielektricitätsconstanten sind neuerdings von Herrn Borel[2]) nach der Methode von Boltzmann bestimmt worden. Derselbe fand (bei Anwendung eines 174 mal in der Secunde wechselnden Feldes):

$$K_1 = 8{,}89, \qquad K_2 = 6{,}92, \qquad K_3 = 6{,}70,$$

woraus sich ergiebt: $\varkappa_1 = 0{,}628, \qquad \varkappa_2 = 0{,}471, \qquad \varkappa_3 = 0{,}454.$

§ 1. Allgemeine Formeln.

Der allgemeine Ansatz 6) für die umkehrbaren optischen Wirkungen der dielektrischen Polarisation a, b, c nimmt für rhombisch-sphenoidische Krystalle die einfache Gestalt an:

1) Müttrich, Pogg. Ann. **121**, 193, 398. 1864.

2) Ch. Borel, Arch. sciences phys. et nat. Genève. (3) **29**, 131, 219, 327. 1893.

87)
$$\begin{aligned} & B_{11}-\omega_x^{0^2} = B_{22}-\omega_y^{0^2} = B_{33}-\omega_z^{0^2} = 0; \\ & B_{23} = e_{41}a, \quad B_{31} = e_{52}b, \quad B_{12} = e_{63}c. \end{aligned}$$

Die piezoelektrische Erregung ist nach der Theorie von Herrn Voigt gegeben durch

88)
$$\begin{aligned} a &= -\delta_{14} Y_z, \\ b &= -\delta_{25} Z_x, \\ c &= -\delta_{36} X_y; \end{aligned}$$

folglich sind nach den Gleichungen 8) die Deformationen im elektrischen Felde:

89)
$$\begin{aligned} & x_x = y_y = z_z = 0, \\ & y_z = \delta_{14}\frac{a}{\varkappa_1}, \quad z_x = \delta_{25}\frac{b}{\varkappa_2}, \quad x_y = \delta_{36}\frac{c}{\varkappa_3}. \end{aligned}$$

Ferner ist die Aenderung der Doppelbrechung durch Deformationen $x_x \ldots y_z \ldots$ bestimmt durch

90)
$$\begin{aligned} B_{11}-\omega_x^{0^2} &= a_{11}x_x + a_{12}y_y + a_{13}z_z, \\ B_{22}-\omega_y^{0^2} &= a_{21}x_x + a_{22}y_y + a_{23}z_z, \\ B_{33}-\omega_z^{0^2} &= a_{31}x_x + a_{32}y_y + a_{33}z_z, \\ B_{23} &= a_{44}y_z, \\ B_{31} &= a_{55}z_x, \\ B_{12} &= a_{66}x_y. \end{aligned}$$

Sind die Deformationen die durch 89) gegebenen, so werden von den vorstehenden Grössen die drei ersten gleich Null und die drei letzten beziehungsweise gleich

$$\frac{a_{44}\delta_{14}}{\varkappa_1}a, \quad \frac{a_{55}\delta_{25}}{\varkappa_2}b, \quad \frac{a_{66}\delta_{36}}{\varkappa_3}c,$$

woraus folgt, dass für die allgemein durch die Formeln 9) gegebenen Constanten, welche die optische Wirkung der im elektrischen Felde eintretenden Deformation bestimmen, hier die Ausdrücke gelten:

91)
$$e'_{41} = \frac{a_{44}\delta_{14}}{\varkappa_1}, \quad e'_{52} = \frac{a_{55}\delta_{25}}{\varkappa_2}, \quad e'_{63} = \frac{a_{66}\delta_{36}}{\varkappa_3}.$$

Die Verhältnisse liegen hier für die Untersuchung der Frage, ob die beobachteten e_{kh} mit den aus vorstehenden Relationen berechneten e'_{kh} identisch sind, insofern besonders günstig, als in jeder der letztern nur eine piëzoelektrische und eine piëzooptische Constante vorkommt, sodass man, selbst wenn es nicht gelingt, deren absolute Werthe zu ermitteln, doch schon aus dem Vorzeichen der Grössen δ_{hk} und a_{kk} (oder der zunächst gefundenen $a_{kk}s_{kk}$, da man weiss, dass die Torsionsmoduln s_{kk} sicher positiv sind) einerseits, und der e_{kh} andererseits

ersehen kann, ob die Relationen 91) erfüllt sein können oder nicht. Zudem hat man den Vortheil, je zwei der Grössen δ_{hk} und e_{kh}, z. B. δ_{14} und e_{41}, an einer einzigen Platte, die einer der Symmetrieebenen parallel geschnitten ist, bestimmen zu können. Nur die Ermittelung der a_{kk} erfordert mehr Beobachtungen und macht deshalb grössere Schwierigkeiten. Ein weiterer Vorzug, den das Seignettesalz bei der Untersuchung der Aenderungen des optischen Verhaltens vor den meisten andern optisch zweiaxigen Krystallen ohne Centrum der Symmetrie voraus hat, ist seine verhältnissmässig schwache Doppelbrechung, welche es ermöglicht, noch in ziemlich dicken Präparaten die Gangunterschiedsänderungen (natürlich in homogenem Licht) mittelst des Compensators zu messen, und zwar selbst in Richtungen, welche gegen die Symmetrieaxen geneigt sind. Wenn trotz dieser günstigen Aussichten die Untersuchung nicht zu Resultaten von der wünschenswerthen Sicherheit führte, so lag das theils an der Unmöglichkeit, Platten mit gut polirten, ebenen Flächen herzustellen, theils an besonderen Eigenthümlichkeiten des piëzoelektrischen und elektrooptischen Verhaltens des Seignettesalzes, welche weiter unten Erwähnung finden werden.

§ 2. **Theorie der elektrooptischen Beobachtungen.**

Da nach 87) infolge dielektrischer Polarisation nur B_{23}, B_{31}, B_{12} von Null verschiedene Werthe annehmen, während B_{11}, B_{22}, B_{33} ihre Anfangswerthe behalten, und da jene Werthe von B_{23}, B_{31}, B_{12} bei den praktisch erreichbaren Feldstärken klein sein werden gegen diejenigen der Differenzen $B_{22}-B_{33} = \omega_y^{0^2}-\omega_z^{0^2}$, $B_{33}-B_{11} = \omega_z^{0^2}-\omega_x^{0^2}$, $B_{11}-B_{22} = \omega_x^{0^2}-\omega_y^{0^2}$, so besteht die Aenderung des optischen Verhaltens nur in einer geringen Drehung der optischen Symmetrieaxen, während die Hauptlichtgeschwindigkeiten bis auf kleine Grössen 2ter Ordnung ungeändert bleiben. Jene Drehung setzt sich im allgemeinen Fall zusammen aus folgenden, immer im Sinne entgegen der Bewegung des Uhrzeigers positiv gerechneten Componenten[1]):

92)
$$\begin{aligned}
&\text{Drehung um die } X^0\text{-Axe} \quad \Phi_x = \frac{B_{23}}{B_{22}-B_{33}} = \frac{e_{41}\,a}{\omega_y^{0^2}-\omega_z^{0^2}},\\
&\quad\text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad Y^0\text{-Axe} \quad \Phi_y = \frac{B_{31}}{B_{33}-B_{11}} = \frac{e_{52}\,b}{\omega_z^{0^2}-\omega_x^{0^2}},\\
&\quad\text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad Z^0\text{-Axe} \quad \Phi_z = \frac{B_{11}}{B_{11}-B_{22}} = \frac{e_{63}\,c}{\omega_x^{0^2}-\omega_y^{0^2}}.
\end{aligned}$$

Jede Drehungscomponente bestimmt sich lediglich durch die Componente des Momentes parallel ihrer Drehungsaxe. Wir können daher die Fälle, wo das Moment in eine der Symmetrieaxen fällt, getrennt betrachten; auch war bei den Versuchen die Anordnung stets in dieser Weise getroffen, um die durch eine der Constanten e_{kh} definirte Wirkung jedesmal allein zu bekommen.

1) Vergl. F. Pockels, Wied. Ann. 37, 155—157. 1889.

Es werde zunächst angenommen, dass die Kraftlinien parallel der X^0-Axe durch den Krystall gehen, mithin nur ein Moment $a = -\varkappa_1 \frac{\partial V}{\partial x}$ vorhanden ist. Die dadurch verursachte Drehung Φ_x der optischen Symmetrieaxen Y und Z wird zu klein sein, um direkt, etwa als Drehung der Auslöschungsrichtungen einer zur Y^0Z^0-Ebene parallelen Platte, wahrnehmbar zu sein. Sie wird sich aber zu erkennen geben in einer Aenderung des Gangunterschiedes der beiden Wellen, die sich in einer gegen die Y^0-Axe geneigten, in der Y^0Z^0-Ebene liegenden Richtung fortpflanzen. Die Differenz der Quadrate der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ist nämlich für diese Wellen:

$$\omega_1^2 - \omega_2^2 = \omega_y^2 \sin^2 \varphi + \omega_z^2 \cos^2 \varphi - \omega_x^2,$$

wenn φ den Winkel zwischen der Wellennormale N und der Y-Axe bezeichnet. Wie schon bemerkt, können darin ω_y, ω_z, ω_x durch ihre ursprünglichen Werthe ersetzt werden. Dagegen geht φ, wenn sein anfänglicher, also von Y^0 aus gerechneter Werth φ^0 war, über in $\varphi^0 - \Phi_x$, folglich wird im elektrischen Felde

$$\omega_1^2 - \omega_2^2 = \omega_y^{0^2} \sin^2 (\varphi^0 - \Phi_x) + \omega_z^{0^2} \cos^2 (\varphi^0 - \Phi_x) - \omega_x^{0^2}$$

oder, wenn man Φ_x^2 vernachlässigt,

$$= \omega_y^{0^2} \sin^2 \varphi^0 + \omega_z^{0^2} \cos^2 \varphi^0 - \omega_x^{0^2} - 2 \sin \varphi^0 \cos \varphi^0 \cdot \Phi_x \cdot (\omega_y^{0^2} - \omega_z^{0^2})$$
$$= (\omega_1^{0^2} - \omega_2^{0^2}) - \sin 2\varphi^0 \cdot \Phi_x (\omega_y^{0^2} - \omega_z^{0^2})$$

oder unter Benutzung der ersten der Gleichungen 92)

$$= \omega_1^{0^2} - \omega_2^{0^2} - \sin 2\varphi^0 \cdot e_{41} a.$$

Folglich ist

$$\omega_1^2 - \omega_2^2 - (\omega_1^{0^2} - \omega_2^{0^2}) = -e_{41} a \sin 2\varphi^0, \tag{93}$$

wo sich ω_1 auf die parallel zur Y^0-Axe, ω_2 auf die in der Y^0Z^0-Ebene polarisirte Welle bezieht. Ihre grössten Werthe erreicht die Aenderung des Gangunterschiedes also in den Richtungen, welche die Winkel zwischen der Z^0- und Y^0-Axe halbiren, nämlich

$$-e_{41} a \text{ für } \varphi^0 = +45^0$$
$$+e_{41} a \quad ,, \quad \varphi^0 = -45^0.$$

An einer rechteckigen Platte, deren breite Seitenflächen der Y^0Z^0-Ebene parallel sind, und welche senkrecht zu letzterer dielektrisch polarisirt wird, wird man demnach mit dem Compensator auf den beiden Schmalseitenpaaren entgegengesetzt gleiche relative Verzögerungen beobachten, welche mit $\pm e_{41} a \sin 2\varphi^0$ proportional sind. Am zweckmässigsten wird es sein, den Winkel φ^0, welchen die Schmalseiten der Platte mit der Y^0- beziehungsweise Z^0-Axe bilden, $= 45^0$

zu machen, was für die Herstellung der Präparate deshalb vorgeschrieben war.

Bei der Berechnung von e_{41} aus den erwähnten Compensatorbeobachtungen ist noch die Dickenänderung in der Beobachtungsrichtung zu berücksichtigen, welche die Platte infolge der durch die Formeln 89) gegebenen Deformation erleidet. Die letztere ist im jetzt betrachteten Falle: $y_z = \frac{\delta_{14} a}{\varkappa_1}$, $z_x = x_y = 0$, woraus die Dilatation $\frac{L-L^0}{L^0} = \frac{1}{2} \sin 2\varphi^0 \frac{\delta_{14} a}{\varkappa_1}$ in der Richtung φ^0 folgt.

Demnach ist zufolge der Formel 11) der durch das elektrische Moment a erzeugte Gangunterschied in Wellenlängen:

$$\bar{\varDelta}_a = \frac{L}{\lambda}\left\{\frac{+n_1^{0^3}}{2} \frac{e_{41}}{v^2} a \sin 2\varphi^0 + (n_1^0 - n_2^0) \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0 \frac{\delta_{14}}{\varkappa_1} a\right\}$$

$$= \frac{L}{\lambda} \frac{a \sin 2\varphi^0}{2\varkappa_1}\left\{\frac{e_{41}}{v^2} \varkappa_1 n_1^{0^3} + (n_1^0 - n_2^0)\, \delta_{14}\right\},$$

oder die behufs Compensation auszuführende Anzahl von Umdrehungen der Mikrometerschraube bei Beobachtung mit Na-Licht:

$$\text{94)} \qquad \varDelta_a = 23{,}8 \frac{L}{\lambda} \cdot \frac{\sin 2\varphi^0}{2} \cdot \frac{a}{\varkappa_1}\left\{-n_1^{0^3} \frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} + (n_2^0 - n_1^0)\, \delta_{14}\right\}.$$

Darin ist $\lambda = 589{,}2 \cdot 10^{-6}$, $n_2^0 = n_x^0$, $n_1^0 = \sqrt{n_y^{0^2} \sin^2 \varphi^0 + n_z^{0^2} \cos^2 \varphi^0}$, im Falle $\varphi^0 = 45^0$ also annähernd $= \frac{1}{2}(n_y^0 + n_z^0)$. Das Vorzeichen ist bestimmt unter der Voraussetzung, dass die Streifen des Compensators parallel den Kraftlinien gerichtet sind. — Analoge Formeln, die man aus 94) einfach durch cyclische Vertauschung der Buchstaben und Indices erhält, gelten für die an Platten parallel der Z^0X^0- beziehungsweise X^0Y^0-Ebene bei dielektrischer Polarisation parallel Y^0 beziehungsweise Z^0 zu beobachtenden Verzögerungen.

Wenn ausser der Drehung der Symmetrieaxen auch Aenderungen $\delta\omega_x^2$, $\delta\omega_y^2$, $\delta\omega_z^2$ der Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten stattfinden, so kommt zu dem Ausdrucke 94) noch ein Glied

$$\text{95)} \qquad \varDelta_a' = 23{,}8 \frac{L}{\lambda} \frac{n_m^3}{2} (\delta\omega_y^2 \cdot \sin^2 \varphi^0 + \delta\omega_z^2 \cos^2 \varphi^0 - \delta\omega_x^2)$$

hinzu, welches für die zu beiden Schmalseiten senkrechten Beobachtungsrichtungen den gleichen Werth hat, falls $\varphi^0 = 45^0$ ist, und welches auch für $\varphi^0 = 0$ und $\varphi^0 = 90^0$, d. h. bei Beobachtung in der Richtung der Symmetrieaxen, nicht verschwindet. Solche Aenderungen $\delta\omega_x^2$ etc., welche mit dem Moment a ihr Vorzeichen umkehren würden, sind nach der allgemeinen Theorie nicht möglich und wurden auch nicht beobachtet. Dagegen ergaben die Beobachtungen bei Elektrisirung parallel der X^0-Axe, dass ein derartiges Glied, welches bei Umkehrung der Elektrisirungsrichtung unverändert blieb, thatsächlich vorhanden war; und deshalb sollte hier gleich gezeigt werden, wie sich durch dessen Vor-

handensein die Compensatorbeobachtungen modificiren. Wenn jenes nicht mit dem Momente a das Vorzeichen wechselnde Glied Δ' auftritt, so kann man dennoch Δ' und den durch 94) gegebenen Ausdruck Δ jederzeit getrennt bestimmen, indem man die Compensatorverschiebungen bei zwei entgegengesetzt gleichen Momenten beobachtet; die halbe Differenz derselben ist dann gleich Δ_a, die halbe Summe gleich Δ'_a. Ist $\varphi^0 = 45^0$, so wird man auf der einen schmalen Seitenfläche einer quadratischen Platte beim Moment $+a$ dieselbe Verschiebung beobachten, wie auf der anderen beim Moment $-a$, sodass dann auch die Summe der auf den beiden Seitenpaaren bei gleichem Moment beobachteten Verschiebungen $2\Delta'_a$, und deren Differenz $2\Delta_a$ liefert.

Ausser Compensatorbeobachtungen wurden, namentlich zur anfänglichen Orientirung, auch Beobachtungen im convergenten polarisirten Natriumlicht angestellt, wozu theils derselbe Axenwinkelapparat diente, welcher schon bei den Beobachtungen der Interferenzcurven am Turmalin benutzt wurde, theils auch geeignete Linsen, die bei Anwendung der gewöhnlichen grossen Nicols vor und hinter der Krystallplatte aufgestellt wurden. In letzterem Falle wurde ein Glasmaassstab in der vorderen Brennebene der ersten Linse angebracht, auf den sich dann die Interferenzfigur projicirte.

§ 3. Elektrooptische Beobachtungen.

a. Orientirungen und Dimensionen der untersuchten Platten.

Die untersuchten Platten besassen folgende Orientirungen und Dimensionen.

Platten 1, a, b, c: Breitseite parallel der Y^0Z^0-Ebene; Schmalseiten gegen die Y^0- und Z^0-Axe unter $\pm 45^0$ geneigt (abgesehen von Orientirungsfehlern bis zu 1^0, die hier nicht berücksichtigt zu werden brauchen) bei Platte 1a und 1b, unter 41^0 bezw. 49^0 bei Platte 1c. Dimensionen:

		Dicke D	L_{+45}	L_{-45}
1a	ursprünglich:	3,47 mm	7,7 mm	7,63 mm
	später neu abgeschliffen:	3,35	6,35	6,9
1b		2,85	7,4	6,95
1c		2,8	$L_{+41} = 7,1$	$L_{-49} = 6,6$

Hier, wie in den folgenden Tabellen, bezeichnet L_{+45} die Kantenlänge in der Richtung $\varphi^0 = +45^0$, L_{-45} diejenige in der Richtung -45^0.

Platten 2a, b: Breitseite bei Platte 2b parallel der Z^0X^0-Ebene, bei Platte 2a zwar parallel Z^0, aber gegen X^0 um $\delta =$ ca. 12^0 geneigt; Schmalseiten nahezu unter 45^0 gegen die Z^0-Axe geneigt. Dimensionen:

	D	L_{+45}	L_{-45}
2a	2,7 mm	8,55 mm	8,55 mm
2b	4,02	7,1	7,25

Platte 3: Breitseite parallel der $X^0 Y^0$-Ebene, Schmalseiten unter 45° gegen die X^0- und Y^0-Axe geneigt.

Dimensionen: $D = 3{,}2$, $L_{+45} = 7{,}4$, $L_{-45} = 7{,}15$ mm.

Platte 4: Breitseite parallel der $Y^0 Z^0$-Ebene, lange Kanten parallel Y^0 und Z^0.

Dimensionen: $D = 3{,}17$, $L_z = 8{,}50$, $L_y = 8{,}55$ mm.

Platten 5a und b: Breitseite parallel der $Z^0 X^0$-Ebene, lange Kanten parallel Z^0 und X^0. Dimensionen (wobei der Index von L die betreffende Kantenrichtung angiebt):

	D	L_z	L_x
5a	3,55 mm	8,35 mm	8,30 mm
5b	4,0	7,55	7,25

b. Beobachtungen bei Elektrisirung parallel der X^0-Axe.

I. An den Platten 1.

Die ersten Beobachtungen an den Platten 1a und 1b betrafen die Aenderungen der im convergenten homogenen Lichte sichtbaren Interferenzcurven, welche bei dielektrischer Polarisation der zwischen Metallplatten liegenden Platten eintraten. — Die Curven gleichen Gangunterschiedes auf den Schmalseiten dieser Platten sind Hyperbeln, deren (nicht mehr im Gesichtsfelde sichtbarer) Mittelpunkt nach der Seite der Z^0-Axe (2ten Mittellinie) hin verschoben ist; der letztern sind somit die convexen Seiten der sichtbaren Hyperbelbögen zugewandt, und da nach jener Seite hin der Gangunterschied abnimmt, so entspricht eine Verschiebung der Curven nach ihrer convexen Seite hin einer Zunahme des Gangunterschiedes.

Lag die Krystallplatte direct zwischen Metallbelegungen, so waren die bei positiver und negativer Ladung beobachteten Streifenverschiebungen gleich gerichtet, nämlich nach der convexen Seite hin, aber von sehr verschiedener Grösse; und bei gleicher Ladung fand stets gleichzeitig auf dem einen Flächenpaar die grössere, auf dem andern die kleinere Verschiebung statt. Beim Wechsel der Ladung trat jedoch zunächst eine Streifenverschiebung im entgegengesetzten Sinne ein, die aber zum grössten Theil nach der Entladung dauernd zurückblieb. Bei der zweiten oder dritten Ladung erfolgte dann schon wieder eine Verschiebung nach der convexen Seite; bei starker Ladung fand

sogar schon während der ersten Ladung die Umkehrung des Verschiebungssinnes statt. Die erwähnte dauernde Streifenverschiebung trat schon bei sehr schwacher Ladung ein.

Bei rohen Messungen am Ocularmaassstab des Axenwinkelapparates wurde zwischen die eine Metallplatte und den Krystall eine Glimmerplatte zum Schutz gegen Funkenüberspringen gelegt. Dann wurde bei schwacher, der Schlagweite 0,5 der Maassflasche entsprechender Ladung auch eine Verschiebung nach der concaven Seite beobachtet, einmal ganz symmetrisch im Betrage von $\pm\frac{1}{5}$ Streifenabstand, wonach die relative Verzögerung ca. $\frac{1}{5}$ Wellenlänge betrug für die Feldstärke ca. 57 und die Länge 8 mm. Bei stärkerer Ladung war aber die Verschiebung nach der concaven Seite immer zu klein und nahm schon vor der Entladung wieder ab. Ebensolche Beobachtungen an der Platte 1c ergaben folgende bei der Ladung der einen Metallplatte eintretende Streifenverschiebungen, ausgedrückt in Theilen des Streifenabstandes und positiv gerechnet, wenn sie nach der convexen Seite hin erfolgten.

Schlagweite a	Streifenverschiebung.	
1,0	— 0,1 bis + 0,1 und + 0,45	auf dem 1ten Schmalseitenpaar.
0,5	— 0,1 bis 0 „ + 0,15	
1,0	+ 0,1 „ + 0,4	auf dem 2ten „
0,5	— 0,05 „ + 0,15	

Wurde die Platte von beiden Metallbelegungen durch Glimmerplatten isolirt, so trat noch bei Schlagweiten 1,25 bis 1,5 Verschiebung nach der concaven Seite auf; die gesammte Verschiebung war aber kleiner. Das Ladungspotential, bei dem die negative Verschiebung ganz verschwand, schien mit der Zeit zu variiren, wohl in Folge verschiedener Leitungsfähigkeit der Krystalloberfläche.

Die beschriebenen Erscheinungen weisen darauf hin, dass hier eine ihr Vorzeichen nicht umkehrende optische Wirkung der dielektrischen Polarisation, und zwar eine Zunahme der Doppelbrechung vorhanden ist, welche zu der nach der Theorie zu erwartenden, sich mit dem Momente a umkehrenden, hinzukommt.

Die weiterhin angestellten Compensatorbeobachtungen bestätigen dies. So ergaben z. B. Beobachtungen an der Platte 1a, wobei dieselbe direkt zwischen den Metallplatten lag und das Potential mit dem Bifilar-Elektrometer (bei dem $A = 282$, $e^0 = 30{,}7$ war) gemessen wurde, folgende Resultate:

Beobachtungs-Richtung $\varphi^0 = -45^0$.

	Moment a positiv			Moment a negativ			
α	30	20	10	20	15	10	5
V	13,7	11,2	8,0	11,2	9,8	8,0	5,7
Δ	+ 1,58	+ 1,18	+ 0,66	+ 4,70	+ 3,86	+ 2,83	+ 1,69

Hieraus berechnet

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{V} = -\frac{1{,}76}{11{,}2} = -0{,}157 \text{ bezw.} = -\frac{1{,}08}{8{,}0} = -0{,}135,$$

und im Mittel:

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{VL} = -0{,}019.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

	Moment a positiv	Moment a negativ
α	10	10
V	8,0	8,0
Δ	+ 3,5 bis 3,8	+ 0,6 bis + 0,7

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{V} \doteq +0{,}19, \quad \frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{VL} = +0{,}0244.$$

Im Mittel aus beiden Werthen:

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{\frac{\partial V}{\partial n} L \sin 2\varphi^0} = \frac{\Delta_a}{\frac{\partial V}{\partial n} L \sin^2 \varphi^0} = +\mathbf{0{,}00755}.$$

Spätere Beobachtungen, wobei das Potential mittelst des S. 27—29 beschriebenen optischen Elektrometers gemessen wurde, und bei denen die Kraftlinien immer so verliefen, dass a positiv war, ergaben:

	$V = 9{,}5$	$V = 4{,}75$
Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$	$\Delta = +0{,}92$, später 0,60	+ 0,10 bis 0,15
„ $\varphi^0 = +45^0$	+ 4,50	+ 2,00

Hieraus $\frac{\frac{1}{2}(\Delta_{+45} - \Delta_{-45})}{V} = \frac{1{,}87}{9{,}5} = 0{,}197$ bezw. $\frac{0{,}94}{4{,}75} = 0{,}198$,

$$\frac{\Delta_a}{L \frac{\partial V}{\partial n} \sin 2\varphi^0} = +\mathbf{0{,}00895}.$$

(Für L ist hier ein Mittelwerth genommen, da zunächst so gerechnet war, als ob $L_{+45} = L_{-45}$ sei, in welchem Falle $\Delta_{+45} - \Delta_{-45} = \pm(\Delta_+ - \Delta_-)$ ist.)

In derselben Weise wurde an der Platte 1b (welche dabei in Benzol eingetaucht war, was aber im Fall direct anliegender Metallbelegungen nichts ändert) beobachtet:

$\Delta = +5{,}80$ und $-0{,}55$ für $V = \pm 9{,}5$ auf der einen,
$= -5{,}90$ „ $+0{,}50$ „ „ „ „ „ „ „ andern schmalen Seitenfläche

Hieraus folgt $\frac{\Delta_+ - \Delta_-}{2V} = \frac{3{,}19}{9{,}5} = 0{,}336$,

$$\frac{\Delta_a}{L \frac{\partial V}{\partial n} \sin 2\varphi^0} = +\frac{0{,}336 \cdot 0{,}285}{7{,}2} = +\mathbf{0{,}0133}.$$

Genaue Messungen bei dieser Anordnung auszuführen, verhinderte der Umstand, dass sich die Nullstellung des Compensators, d. h. die Einstellung für $V = 0$, nach jeder Umkehrung des Vorzeichens der Ladung zunächst sehr bedeutend (um mehrere ganze Umdrehungen) verschob und auch mit der Stärke der Ladung variirte. Der Sinn dieser Nullpunktsverschiebung war derjenige des jedesmal nach der Theorie zu erwartenden $\varDelta$, sodass beispielsweise, wenn man erst bei positiver Ladung positives $\varDelta$ beobachtet hatte, nach Vertauschung der Pole bei der ersten negativen Ladung ein grosses negatives $\varDelta$ einzutreten schien, welches aber bei der Entladung nicht oder nur zum kleineren Theil wieder verschwand. Diese Nullpunktsverschiebung erfolgte bereits bei ganz geringem — einer Schlagweite von kaum $\frac{1}{8}$ mm entsprechendem — Ladungspotential und nahm bei stärkerer Ladung nur noch unerheblich zu. Es scheint, dass sie von einem Eindringen der elektrischen Ladungen der Belegungen in die Krystallplatte herrührte, da sich die Oberfläche der letztern, wenn man sie nach einem Versuch zwischen den Metallplatten herausnahm und mit einem Elektroskop prüfte, mit Elektricität von demselben Vorzeichen geladen erwies, welches die Ladung der anliegenden Metallplatte besessen hatte. Für diese Erklärung spricht ferner der Umstand, dass die Nullpunktsverschiebung nicht mehr auftrat, wenn die Metallbelegungen von der Krystallplatte durch hinreichend dicke Glimmerplatten getrennt wurden; hierdurch wurde zugleich die sich nicht mit der Ladung umkehrende Zunahme der Doppelbrechung $\varDelta'$ auf einen geringen Betrag reducirt, sodass jetzt $\varDelta$ wirklich mit der Ladung das Vorzeichen wechselte, wenn auch der absolute Betrag der negativen Werthe meist noch kleiner war als derjenige der positiven.

Aus diesen Gründen wurden zahlreiche Beobachtungen bei durch Glimmerplatten isolirter Krystallplatte angestellt; allein zu einem sicheren Resultat für den Werth von e_{41} führten auch diese nicht, weil das elektrische Feld in der Krystallplatte in diesem Falle durch oberflächliche, vielleicht auch innere Leitungsfähigkeit der letzteren eine schwer zu beurtheilende Schwächung erlitt. Immerhin mögen einige der so erhaltenen Beobachtungsreihen mitgetheilt werden; die dabei jedesmal in der letzten Zeile enthaltenen Mittelwerthe des für gleiches positives und negatives Potential gebildeten Quotienten $\frac{\varDelta}{V}$ stimmen zufolge S. 166, 167 überein mit den durch den absoluten Werth des Potentials dividirten Werthen des durch Formel 94) gegebenen Ausdruckes $\varDelta_a$ für positives Moment a.

Bei der nachstehenden Beobachtungsreihe an Platte 1a war die letztere in Benzol eingetaucht, um die oberflächliche Leitungsfähigkeit möglichst zu verringern. Es diente hierzu ein kleiner quadratischer Trog mit Wänden aus Spiegelglasplatten und von einer Messingplatte gebildetem Boden, auf welchen die Krystallplatte zwischen den durch Glimmerplatten von ihr getrennten Messingplatten zu liegen kam; der Boden des Troges war zur Erde abgeleitet, die obere Messingplatte, in welche ein vertikaler Draht eingeschraubt war, mit der Batterie und Influenzmaschine verbunden. Die Glimmerplatten waren etwas

grösser als die Messingplatten (nämlich Quadrate von etwa 21 mm Seite) und 0,178 mm dick. Zur Messung von V diente das Bifilar-Elektrometer (mit $A = 282$, $e^0 = 30{,}4$); V ist nachstehend mit demjenigen Vorzeichen angegeben, welches die Ladung derjenigen Fläche, aus welcher die $-X^0$-Axe austrat, besass und welches also zugleich das Vorzeichen des Momentes a war.

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	+ 11,5	— 11,5	+ 15,68	— 15,68	+ 11,26	— 11,26	+ 15,68	— 15,68	+ 21,52	— 21,52
Δ	+ 1,30	— 1,30	+ 1,70	— 1,70	+ 1,10	— 1,00	+ 1,60	— 1,50	+ 2,15	— 2,10
Δ/V	+ 0,112		+ 0,108		+ 0,0932		+ 0,0987		+ 0,0960	

$$\text{Insgesammt: } \frac{\Delta}{LV} = +\mathbf{0{,}0132}.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	+ 11,26	— 11,26	+ 15,7	— 15,7	+ 11,2	— 11,2	+ 15,7	— 15,7	+ 21,55	— 21,55
Δ	— 0,95	+ 1,50	— 1,30	+ 1,85	— 0,95	+ 1,00	— 1,00	+ 1,53	— 1,85	+ 2,05
Δ/V	— 0,109		— 0,100		— 0,0864		— 0,0808		— 0,0903	

$$\text{Insgesammt: } \frac{\Delta}{VL} = -\mathbf{0{,}0122}.$$

Also wird im Mittel:

$$\frac{\Delta_a}{LV \sin 2\varphi^0} = +\mathbf{0{,}0127},$$

und, wenn man die Dielektricitätsconstante des Krystalles bei der Polarisationsrichtung X^0 nach Borel $= 8{,}89$, diejenige des Glimmers $= 6{,}4$ setzt, sodass $\dfrac{\partial V}{\partial n} = \dfrac{V}{0{,}347 + 1{,}39 \cdot 0{,}035} = \dfrac{V}{0{,}396}$ wird,

$$\frac{\Delta_a}{L \sin 2\varphi^0 \dfrac{\partial V}{\partial n}} = +\mathbf{0{,}00503}.$$

Eine analoge Beobachtungsreihe, bei der aber die Platte nicht in Benzol eingetaucht war, ergab:

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	+ 15,7	— 15,7	+ 21,5	— 21,5
Δ	+ 1,25	— 1,25	+ 1,83	— 1,77
	+ 1,30	— 1,10	+ 1,95	— 1,70
Δ/V	+ 0,078		+ 0,084	

$$\text{Zusammen } \frac{\Delta}{VL} = \mathbf{0{,}0105}.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	+ 15,7	− 15,7	+ 21,5	− 21,5	+ 11,2	− 11,2
$\varDelta$	− 1,20	+ 1,20	− 1,70	+ 1,68	− 0,80	+ 0,85
	− 1,13	+ 1,33	− 1,58	+ 1,88		
$\varDelta/V$	− 0,0784		− 0,0794		− 0,0735	

$$\text{Insgesammt } \frac{\varDelta}{VL} = -\mathbf{0{,}0101}.$$

Im Mittel aus den Beobachtungen in beiden Richtungen:

$$\frac{\varDelta_a}{L \sin 2\varphi^0 \dfrac{\partial V}{\partial n}} = 0{,}0103 \cdot 0{,}396 = +\mathbf{0{,}00408}.$$

Die geringere Grösse des bei Beobachtungen in Luft erhaltenen Resultates beruht wohl auf der schon erwähnten Schwächung des Potentialgefälles durch oberflächliche Leitung, welche im ersten Falle durch das Eintauchen in Benzol vermindert war.

Eine Beobachtungsreihe an der Platte 1b in Benzol ergab nachstehende Resultate. (Das Potential wurde mit dem optischen Elektrometer gemessen.)

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	+ 9,5	− 9,5	+ 14,3	− 14,3	+ 19,0	− 19,0
$\varDelta$	+ 1,10	− 0,92	+ 1,58	− 1,25	+ 2,20	− 1,75
$\varDelta/V$	+ 0,106		+ 0,099		+ 0,104	

$$\text{Mittel: } \frac{\varDelta}{LV} = +\mathbf{0{,}0139}.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	+ 9,5	− 9,5	+ 14,3	− 14,3	+ 19,0	− 19,0
$\varDelta$	− 0,85	+ 0,95	− 1,23	+ 1,45	− 1,55	+ 2,00
$\varDelta/V$	− 0,0947		− 0,0937		− 0,0936	

$$\text{Mittel: } \frac{\varDelta}{LV} = -\mathbf{0{,}0135}.$$

Hier ist $\dfrac{\partial V}{\partial n} = \dfrac{V}{0{,}285 + 1{,}39 \cdot 0{,}035} = \dfrac{V}{0{,}334}$, demnach folgt aus beiden Werthen zusammen:

$$\frac{\varDelta_a}{L \sin 2\varphi^0 \dfrac{\partial V}{\partial n}} = +\mathbf{0{,}00457}.$$

Endlich seien noch Beobachtungen an der Platte 1c, die ebenfalls zwischen Glimmerplatten in Benzol lag, angeführt. Beobachtet wurde parallel den längeren Kanten, das ist in der Richtung $\varphi^0 = -41^0$:

V	$\pm 19{,}0$		$\pm 14{,}3$		$\pm 9{,}5$	
Δ	$+2{,}00$	$-1{,}53$	$+1{,}50$	$-1{,}10$	$+0{,}95$	$-0{,}80$
Δ/V	$0{,}093$		$0{,}091$		$0{,}092$	

$$\text{Mittel: } \frac{\Delta}{VL} = \mathbf{0{,}0130},$$

$$\frac{\Delta_a}{L \sin 2\varphi^0 \frac{\partial V}{\partial n}} = \frac{0{,}0130 \cdot 0{,}33}{0{,}99} = +\mathbf{0{,}00434}.$$

Aus den Beobachtungen an allen Platten 1) mit zwischengelegten Glimmerplatten in Benzol ergiebt sich also schliesslich für diese Grösse der Werth

$$\tfrac{1}{3}(\mathbf{0{,}00503} + \mathbf{0{,}00457} + \mathbf{0{,}00434}) = +\,\mathbf{0{,}00465},$$

dagegen folgen aus denjenigen ohne Glimmerplattten die viel grösseren Werthe:

$$+\,\mathbf{0{,}00755}, \quad \mathbf{0{,}00895}, \quad \mathbf{0{,}0133},$$

welche letzteren aber, wie schon oben bemerkt wurde, wegen der Nullpunktsverschiebung sehr unsicher sind.

Nehmen wir den Werth $+0{,}0047$ an, so ist nach Formel 94)

$$+0{,}0047 = \frac{23{,}8}{2\lambda}\left(-n_1^{0^3}\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} + (n_2^0 - n_1^0)\delta_{14}\right).$$

Der Werth von δ_{14} liess sich, wie wir bei Erörterung der piëzoelektrischen Versuche sehen werden, ebenfalls nur sehr unsicher bestimmen, sodass sich nur seine Grössenordnung angeben lässt. Nehmen wir den grössten der gefundenen Werthe: $+1180 \cdot 10^{-8}$, so wird, da $n_2^0 - n_1^0 = n_x^0 - \frac{1}{2}(n_y^0 + n_z^0) = +\,0{,}0044$ ist, $(n_2^0 - n_1^0)\delta_{14} = +\,5{,}2 \cdot 10^{-8}$ und giebt zu $\dfrac{2\lambda \cdot 0{,}0047}{23{,}8} = 23{,}3 \cdot 10^{-8}$ eine relativ grosse Correction; mit dem unteren Grenzwerth von $\delta_{14}: +340 \cdot 10^{-8}$ gerechnet, wird die letztere $+1{,}5 \cdot 10^{-8}$. Durchschnittlich kann diese Correction also auf $3 \cdot 10^{-8}$ geschätzt werden, wodurch man erhält:

$$\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} = -\frac{20{,}3 \cdot 10^{-8}}{3{,}33} = -\mathbf{6 \cdot 10^{-8}},$$

und nach Einsetzung des S. 162 angegebenen Werthes von $\varkappa_1$:

$$e_{41} = -\mathbf{9{,}6 \cdot 10^{-8}}\, v^2.$$

Dieser Werth ist nach dem oben Gesagten wahrscheinlich (absolut genommen) noch erheblich zu klein; die obere Grenze, welche sich aus den Beobachtungen, bei denen die Metallplatten dem Krystall direct anlagen, ergeben würde, ist für $\dfrac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$ etwa $-\mathbf{17 \cdot 10^{-8}}$.

Mit Sicherheit lässt sich also für die elektrooptische Constante $\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$ nur das Vorzeichen und die Grössenordnung angeben. Ihre Grösse ist mindestens die 10fache, wahrscheinlich sogar die 20- bis 30fache von derjenigen der elektrooptischen Constanten $\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$ des Natriumchlorates und $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ des Quarzes, sodass das Seignettesalz bei Elektrisirung parallel der krystallographischen Axe *a* jedenfalls einen weit stärkeren, sich mit der Kraftlinienrichtung umkehrenden elektrooptischen Effect zeigt, als Natriumchlorat und Quarz.

II. Beobachtungen an der Platte 4.

Um die sich nicht mit dem Vorzeichen der Elektrisirung umkehrende optische Wirkung, deren Vorhandensein aus den Beobachtungen an den Platten 1) hervorging, näher zu untersuchen, war die Platte 4) hergestellt worden. Denn an dieser musste auf den Schmalseiten, d. h. bei Beobachtung parallel Y^0 und Z^0, jene Wirkung allein übrig bleiben, da für $\varphi^0 = 0$ und $\varphi^0 = 90^0$ nach Formel 94) der von der Drehung der Symmetrieaxen herrührende Gangunterschied verschwindet. In der That zeigte sich schon bei qualitativen Beobachtungen im convergenten Licht eine starke optische Wirkung der dielektrischen Polarisation, und zwar, wie zu erwarten, sowohl bei positivem als bei negativem Moment eine Zunahme der Doppelbrechung auf beiden Schmalseiten. Es werden also die (positiven) Differenzen $\omega_z^{0^2} - \omega_x^{0^2}$ und $\omega_y^{0^2} - \omega_x^{0^2}$ durch dielektrische Polarisation beide vergrössert. Beobachtungen mit dem Compensator bestätigten dieses Resultat, führten aber nicht zu übereinstimmenden absoluten Werthen. Auch ergab sich, dass die relative Verzögerung nicht, wie man erwarten sollte, proportional mit V^2, sondern langsamer wuchs, wenn auch schneller als der absolute Werth von V selbst. Folgende Beobachtungsresultate z. B. lassen dies deutlich erkennen. Die Zahlen $\varDelta$ sind darin das arithmetische Mittel aus den sehr nahe übereinstimmenden Werthen, welche bei gleicher positiver und negativer Ladung beobachtet wurden, und der Index von $\varDelta$ giebt die Beobachtungsrichtung an; die Potentiale entsprachen den Ausschlägen $\alpha = 5$, 10, 20, 30 des Bifilar-Elektrometers.

V	± 5,7	± 8,0	± 11,3	± 13,7
V^2	35,6	71,0	140	207
$\varDelta_y$	+ 1,55	2,50	3,20	4,30
$\varDelta_z$	+ 1,95	3,20	4,45	5,40

Die Verzögerung ist also in der Richtung der Y^0-Axe etwas kleiner als in der Richtung der Z^0-Axe, und dasselbe Verhältniss gilt für die Aenderungen $\delta(\omega_x^2 - \omega_z^2)$, $\delta(\omega_x^2 - \omega_y^2)$, da die Kantenlängen $\parallel Y$ und $\parallel Z$ bei der Platte 4) gleich sind und Dickenänderungen in diesen Richtungen durch die dielektrische Polarisation nicht verursacht werden. Da somit $\delta(\omega_x^2 - \omega_y^2)$ und $\delta(\omega_x^2 - \omega_z^2)$ relativ wenig von einander

verschieden sind, so muss $\delta(\omega_y^2 - \omega_z^2)$ klein gegen diese beiden Grössen sein, und folglich $\parallel X^0$, d. h. in der Richtung der Kraftlinien nur eine viel geringere Gangunterschiedsänderung auftreten. In der That war eine solche gar nicht wahrnehmbar, als die Platte, analog wie früher die Natriumchlorat-Platten, in einem mit Benzol gefüllten Glastrog so aufgestellt wurde, dass man die Interferenzcurven auf ihren Breitseiten beobachten konnte, während die Kraftlinien senkrecht zu letzteren verliefen. Allerdings war bei dieser Anordnung auch die Feldstärke geringer, als bei der früheren. —

Der, wie man sieht, sehr erhebliche Betrag der Aenderungen Δ_y und Δ_z wurde sehr stark herabgemindert, wenn Glimmerplatten zwischen die Krystallplatte und die Metallbelegungen eingeschaltet wurden; beispielsweise wurde dann für das Potential ± 19, dem hier etwa dasselbe Potentialgefälle entspricht, wie dem Potential 16,5 bei direct anliegenden Metallplatten, beobachtet

$$\Delta_y = 0{,}50 \qquad \Delta_z = 0{,}58.$$

Dieser Umstand könnte auf die Vermuthung führen, dass die fragliche Zunahme der Doppelbrechung mit der innern Leitungsfähigkeit zusammenhinge, welche das Seignettesalz wahrscheinlich (und vielleicht besonders stark in der Richtung X^0), besitzt. Die nächstliegende Annahme, daß ihr Grund die Erwärmung der Platte durch den hindurchgehenden elektrischen Strom sei, ist aber jedenfalls nicht zutreffend; denn eine Erwärmung bewirkt im Seignettesalz zwar in der That eine starke Aenderung der Doppelbrechung, aber derart, dass der Gangunterschied in der Richtung der Y^0- und Z^0-Axe abnimmt, wie die S. 162 angeführten Resultate von Müttrich betreffs der Aenderungen von $n_x - n_z$ und $n_x - n_y$ zeigen. Gegen die Erklärung durch eine Wärmewirkung spricht übrigens auch die Exactheit, mit welcher die beobachtete optische Aenderung beim Entladen der Batterie wieder verschwand (— der Nullpunkt war selbst nach sehr starker Aenderung Δ wieder der frühere —), sowie der Umstand, dass sie merklich constant blieb, wenn die Potentialdifferenz längere Zeit constant gehalten wurde; die etwa entwickelte Joule'sche Wärme hingegen würde einerseits nach der Entladung nur allmählich verschwinden und andererseits mit der Ladungsdauer wachsen. — Zweitens könnte man als Ursache der fraglichen optischen Wirkung eine sehr starke nicht umkehrbare Deformation des Krystalles im elektrischen Felde vermuthen. Die gewöhnliche, d. h. aus den Maxwell'schen Spannungen zu berechnende Elektrostriction kann nur optische Aenderungen von viel niedrigerer Grössenordnung, als die hier beobachteten, hervorrufen, wie eine analoge Berechnung, wie sie für Quarz in § 2c ausgeführt wurde, ergiebt. Man müsste demnach annehmen, dass diejenigen Elektrostrictionswirkungen, welche das reciproke Phänomen zur Aenderung der Dielektricitätconstanten durch Deformationen sind[1]), beim Seignettesalz eine ausserordentliche Grösse erreichten. Eine rohe

1) Vergl. F. Pockels, Gruners Archiv für Math. u. Phys. 12, 92—94. 1893, wo diese Wirkungen als „Spannungen 2ter Art“ bezeichnet sind.

Berechnung lehrt, dass die Grössen, welche die Aenderungen der Dielektricitätsconstanten durch Deformationen bestimmen, die Grössenordnung 50000 erreichen müssten, so dass sich der Werth der Dielektricitätsconstante beispielsweise durch die lineare Dilatation $^1/_{70000}$ schon um etwa $^1/_{10}$ seines Betrages ändern würde. Eine so ausserordentlich starke Veränderlichkeit der dielektrischen Eigenschaften ist aber doch in hohem Grade unwahrscheinlich.

Eine Erklärung jenes merkwürdigen nicht umkehrbaren elektrooptischen Effectes vermag ich demnach vorläufig nicht zu geben. Es sei nur noch darauf hingewiesen, dass dessen Grösse diejenige des von Kerr in dielektrischen Flüssigkeiten und angeblich auch in Glas beobachteten analogen Effectes bei Weitem übertrifft.

b. Kraftlinien parallel der Y^0-Axe.

I. Beobachtungen an der Platte 2b.

Auf den Schmalseiten dieser Platte, also in den Richtungen, welche die Winkel zwischen Z^0 und X^0 halbiren, war ebenfalls eine starke Aenderung des Gangunterschiedes bei dielektrischer Polarisation zu beobachten, welche aber beim Zeichenwechsel der letzteren nahezu vollständig in die entgegengesetzte überging. Auch eine bleibende Verschiebung des Nullpunktes nach Aenderung des Vorzeichens der Ladung, wie sie bei den Platten 1) vorhanden war, wenn sie direct zwischen Metallplatten lagen, trat hier nicht auf, sondern höchstens langsame Nullpunktsverschiebungen infolge von Temperaturänderungen, welche auf die Doppelbrechung des Seignettesalzes starken Einfluss haben. — Dementsprechend wurden die Beobachtungen alle in der Weise angestellt, dass die Krystallplatte direct zwischen den Metallplatten lag und zwar in Benzol eingetaucht, theils der besseren Isolation wegen, theils um auch schräg durch die Platte hindurchsehen zu können. Die Compensatorstreifen erschienen hier je nach der Lage der Platte entweder verwaschen und auseinandergerückt, oder scharf, aber eng gedrängt, da sich der Gangunterschied mit der Neigung der Wellennormalen gegen die (den optischen Axen benachbarten) Normalen der Schmalseiten sehr schnell ändert. Aus diesem Grunde wurden die Einstellungen ziemlich ungenau und schien es wünschenswerth, noch in anderen, unter bekannten Winkeln gegen jene Normalen geneigten Richtungen zu beobachten. Dies wurde nun in der Weise ausgeführt, dass der auf der Mitte eines drehbaren Tischchens aufgestellte Trog sammt der darin liegenden Platte, deren Schmalseiten den Seitenwänden des Troges parallel gerichtet waren, um einen bestimmten Winkel ψ aus der ursprünglichen Lage, d. h. derjenigen, wo eine Seitenfläche zur Beobachtungsrichtung senkrecht war, herausgedreht wurde. Dann bildeten die zur Beobachtung gelangenden Wellennormalen im Krystall mit den anfangs der Beobachtungsrichtung parallelen Kanten einen Winkel ψ^0, welcher $= \arcsin\left(\frac{1}{n_y^0}\sin\psi\right)$ gesetzt werden kann, und der in der Formel 94), bezw. der daraus durch Vertauschung von Y mit Z, Z mit X, e_{41} mit e_{52} er-

haltenen Formel, mit φ^0 bezeichnete Winkel ist $= \pm 45^0 \pm \arcsin\left(\frac{1}{n_y^0}\sin\psi\right)$ je nach dem Sinne der Drehung ψ. Ausserdem ist zu berücksichtigen, dass die Länge des Weges im Krystall im Verhältniss $\frac{1}{\cos\psi^0}$ vergrössert ist. Bei den Beobachtungen wurde $\psi = \pm 30^0$ gewählt; dann ergiebt sich $\psi^0 = 19^0 30'$ und $\varphi^0 = \pm 25^0 30'$ bezw. $\pm 64^0 30'$, und der mit $\frac{\cos 19^0 30'}{\sin 51^0}$ multiplicirte in der Richtung $\psi = 30^0$ beobachtete Gangunterschied muss gleich dem für $\varphi^0 = 45^0$ oder $\psi = 0^0$, d. h. bei senkrechter Durchsicht beobachteten sein.

In der folgenden Zusammenstellung der Beobachtungsresultate ist in der Ueberschrift angegeben, ob die Beobachtungsrichtung im Quadranten $(+Z^0, +X^0)$ oder $(+Z^0, -X^0)$ lag; $\varDelta_{\pm 45}$ bedeutet den in der oben erwähnten Weise auf die Richtung $\varphi^0 = \pm 45^0$ reducirten Gangunterschied. Dem mit dem optischen Elektrometer gemessenen Potential ist das Vorzeichen des Momentes b beigelegt.

Beobachtungsrichtung zwischen $+Z^0$, $+X^0$.

$\psi = 0$

V	−18,4	+17,8	−19,0	+18,1	−18,3	+19,0	−18,3	+19,0	−19,0
$\varDelta$	−1,10	+0,80	−1,14	+0,90	−1,04	+1,10	−1,14	+1,20	−1,20
$\frac{\varDelta}{V}$	+0,0549			+0,0532		+0,0600		+0,0631	

$$\text{Mittel:}\quad \frac{\varDelta_{+45}}{V} = +0{,}0578.$$

	$\psi = +30^0$				$\psi = -30^0$			
V	−18,7	+18,5	+18,9	−18,5	+18,3	−18,2	+17,1	−19,0
$\varDelta$	−1,00	+1,00	+0,95	−0,86	+0,86	−0,95	+0,90	−1,00
$\frac{\varDelta}{V}$	+0,0538		+0,0485		+0,0498		+0,0525	

$$\text{Hieraus berechnet:}\quad \frac{\varDelta_{+45}}{V} = 0{,}0512 \cdot \frac{0{,}94}{0{,}777} = +0{,}062.$$

$$\text{Insgesammt:}\quad \frac{\varDelta_{+45}}{LV} = +\mathbf{0{,}00845}.$$

Beobachtungsrichtung zwischen $+Z^0$, $-X^0$.

$\psi = 0$

V	+18,8	−19,0	−19,0	+19,0	+18,5	−19,0	+18,5	−18,7	+18,2	−18,2
$\varDelta$	−1,15	+1,17	+1,00	−1,05	−1,00	+1,00	−1,05	+1,10	−1,15	+1,10
$\frac{V}{\varDelta}$	−0,0614		−0,0540		−0,0532		−0,0578		−0,0617	

$$\text{Mittel:}\quad \frac{\varDelta_{-45}}{V} = -0{,}0576.$$

	$\psi = \pm 30^0$		$\psi = -30^0$		$\psi = +30^0$	
V	$-18,1$	$+17,1$	$-19,0$	$+19,0$	$+19,0$	$-18,1$
$\varDelta$	$-0,85$	$+0,83$	$+0,95$	$-1,00$	$-1,00$	$+0,95$
$\frac{\varDelta}{V}$	$-0,0477$		$-0,0513$		$-0,0539$	

$$\text{Hieraus:}\quad \frac{\varDelta_{-45}}{V} = -0,0617.$$

$$\text{Insgesammt:}\quad \frac{\varDelta_{-45}}{LV} = -\mathbf{0,00825}.$$

Es bestätigt sich somit nahezu, dass $\varDelta_{+45}$ und $\varDelta_{-45}$ entgegengesetzt gleich sind, und man erhält im Mittel $\frac{\varDelta_b}{LV\sin 2\varphi^0} = +\mathbf{0,00835}$. Bei der Berechnung von e_{52} braucht hier die Dickenänderung nicht berücksichtigt zu werden, weil der gesammte Gangunterschied für die hier in Betracht kommenden Fortpflanzungsrichtungen überhaupt nur gering ist, und ausserdem δ_{25} einen viel kleineren Werth hat, als δ_{14}.

Die zu 94) analoge Gleichung ergiebt demnach, da hier $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D} = \frac{V}{0,402}$ war,

$$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} = -\frac{\varDelta_b \cdot D}{23,8 \cdot LV\sin 2\varphi^0} \cdot \frac{2\lambda}{n_y^{0^3}} = -\mathbf{4,98 \cdot 10^{-8}}.$$

II. Beobachtungen an den Platten 5.

Bei gerader Durchsicht durch die Schmalseiten dieser Platten, also in der Richtung der X^0- oder Z^0-Axe, wurde gar keine oder (in letzterer Richtung) eine nur sehr geringe elektrooptische Wirkung beobachtet, die ihren Sinn nicht mit dem Vorzeichen von V umkehrte und ebenfalls in einer Zunahme der Doppelbrechung bestand. Dieselbe war, selbst wenn die Platte direct zwischen Metallplatten lag, so gering ($\varDelta = -0,20$ für $V = 19$), dass kaum mit Sicherheit behauptet werden kann, ob sie wirklich von der dielektrischen Polarisation parallel der Y^0-Axe herrührte; denn es könnte z. B. infolge eines kleinen Orientirungsfehlers eine geringe X-Componente des Momentes vorhanden gewesen sein, welche, wie wir sahen, stark optisch wirksam ist, und zwar in dem Sinne der hier beobachteten Aenderung. Eine Temperaturerhöhung hingegen hätte auch hier wieder entgegengesetzten Einfluss haben müssen. Sobald die Platten etwas seitlich gedreht wurden, sodass die Beobachtungsrichtung von der X^0- resp. Z^0-Axe abwich, wurde natürlich die normale optische Wirkung des Momentes b, welche an der Platte 2 untersucht worden ist, sichtbar, und demgemäss konnten auch die Platten 5 bei schiefer Durchsicht zur Ermittelung der Constante e_{52} dienen. Die Anordnung hierfür war ganz dieselbe, wie die unter I beschriebene bei der Platte 2. Die Berechnung von $\varDelta_{45}$ aus dem beobachteten $\varDelta$ ist aber etwas verschieden. Bezeichnet man wieder mit ψ den Drehungswinkel aus der Normallage der Platte, in welcher jetzt die Z^0- oder X^0-Axe die

Beobachtungsrichtung war, so ist $\varphi^0 = \pm \arcsin\left(\frac{1}{n_m}\sin\psi\right)$, und die Weglänge im Krystall $= \frac{L}{\cos\varphi^0}$, folglich

$$\varDelta_{+45} = \frac{\pm\varDelta}{2\sin\varphi^0} = \frac{\pm\varDelta\cdot n_m}{2\sin\psi},$$

wobei n_m einen mittleren Brechungsindex, etwa $\frac{1}{2}(n_x^0 + n_y^0)$ bezw. $\frac{1}{2}(n_y^0 + n_z^0)$, bezeichnet und das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem ψ von X^0 oder Z^0 aus gerechnet ist. Gleichen Drehungen nach links und rechts $\pm\psi$ entsprechen hier also nach der Theorie entgegengesetzte Werthe $\varDelta$, dagegen der Drehung $-\psi$ von X^0 aus derselbe Werth wie der Drehung $+\psi$ von Z^0 aus (gleiche Kantenlänge ∥ X^0 und ∥ Z^0 vorausgesetzt, was bei der Platte 5a zutrifft).

Beobachtungen an Platte 5a.

Auf der zu X^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-18^0		$+18^0$		$+30^0$		-30^0	
V	-19	$+19$	$+19$	-19	-19	$+19$	$+19$	-19
$\varDelta$	$+0,55$	$-0,60$	$+0,62$	$-0,62$	$-1,07$	$+1,11$	$-1,03$	$+1,05$
$\frac{\varDelta}{V}$	$-0,0303$		$+0,0326$		$+0,0573$		$-0,0547$	
$\frac{\varDelta_{+45}}{V}$	$+$**0,0761**				$+$**0,0837.**			

Auf der zu Z^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-30^0		$+30^0$			
V	$-19,4$	$+19$	$+19$	$-18,7$	$+9,5$	$-9,5$
$\varDelta$	$-1,12$	$+1,02$	$-1,05$	$+1,03$	$-0,54$	$+0,53$
$\frac{\varDelta}{V}$	$+0,0558$		$-0,0557$			

$$\frac{\varDelta_{+45}}{V} = +\mathbf{0,0833}.$$

Aus den drei Bestimmungen dieser Grösse zusammengenommen folgt $\frac{\varDelta_{+45}}{LV} = +0,00974$ und

$$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} = -\frac{2\lambda\cdot 0,355}{3,34}\cdot\frac{0,00974}{23,8} = -\mathbf{5,12\cdot 10^{-8}}.$$

Beobachtungen an Platte 5b.

Auf der zu X^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-20^0		$+20^0$		-30^0		$+30^0$	
V	-19	$+19$	$+18,4$	$-18,8$	$+18,6$	$-18,8$	$+19$	$-18,8$
$\varDelta$	$+0,58$	$-0,58$	$+0,545$	$-0,56$	$-0,80$	$+0,785$	$+0,79$	$-0,78$
$\frac{\varDelta}{V}$	$-0,0304$		$+0,0297$		$-0,0424$		$+0,0415$	
$\frac{\varDelta_{+45}}{VL}$	$+$**0,00896**				$+$**0,00863.**			

Auf der zu Z^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-20^0		$+20^0$		-30^0		$+30^0$	
V	−18,4	+19	−18,4	+18,6	−18,2	+18,6	−18,6	+18,6
Δ	−0,60	+0,55	+0,54	−0,53	−0,80	+0,75	+0,80	−0,78
$\frac{\Delta}{V}$	+0,0307		−0,0289		+0,0420		−0,0424	
$\frac{\Delta_{+45}}{VL}$	+0,00860				+0,00834.			

Insgesammt ergiebt dies: $\frac{\Delta_{+45}}{LV} = +0{,}00863,$

$$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} = -\frac{2\lambda \cdot 0{,}40}{3{,}34} \cdot \frac{0{,}00863}{23{,}8} = -5{,}11 \cdot 10^{-8}.$$

Es wurde somit gefunden

an Platte	2b	5a	5b
$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} \cdot 10^{-8} =$	−4,98	−5,12	−5,11,

sodass als definitiver Werth anzunehmen ist:

$$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} = -5{,}07 \cdot 10^{-8}.$$

Bei Benutzung des von Borel ermittelten Werthes $\varkappa_2 = 0{,}47$ wird hiernach

$$e_{52} = -10{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot v^2.$$

Wie aus dem Vorhergehenden hervorgeht, ist dieses Resultat bei Weitem zuverlässiger, als dasjenige für e_{41}.

c. *Kraftlinien parallel der Z^0-Axe.*

Hier stand nur die Platte No. 3 zur Verfügung, deren lange Kanten den Halbirungslinien der Winkel zwischen der X^0- und Y^0-Axe parallel waren. Bei Beobachtung auf den Schmalseiten dieser Platte im convergenten Licht war eine Verschiebung der nahezu geradlinig und senkrecht zur Plattenebene verlaufenden Curven gleichen Gangunterschiedes bei Wechsel des Potentialgefälles nicht sicher erkennbar; doch hätte hierdurch auch nur eine starke Aenderung des Gangunterschiedes bemerkt werden können, da jene Interferenzstreifen ziemlich eng aneinander gedrängt waren. Mit dem Compensator wurden, während die Platte, in Benzol eingetaucht, direct zwischen Metallplatten lag, folgende relative Verzögerungen gemessen.

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	$+19{,}0$	$-19{,}0$
$\varDelta$	$-0{,}35$	$+0{,}20$ bis $0{,}30$

$$\frac{\varDelta}{V} = -0{,}0158, \qquad \frac{\varDelta}{LV} = -0{,}00214.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	$+18{,}6$	$-19{,}0$
$\varDelta$	$+0{,}25$ bis $0{,}30$	$-0{,}25$ bis $0{,}30$

$$\frac{\varDelta}{V} = +0{,}0145, \qquad \frac{\varDelta}{LV} = +0{,}00203.$$

Aus beiden Werthen zusammen folgt

$$\frac{\varDelta_c}{LV\sin 2\varphi^0} = -\mathbf{0{,}00209}, \qquad \frac{\varDelta_c}{L\frac{\partial V}{\partial n}\sin 2\varphi_0} = -\mathbf{0{,}000668},$$

also nach der nach Analogie von 94) gebildeten Gleichung:

$$-\frac{e_{63}\varkappa_3}{v^2} = \frac{n_1^0 - n_2^0}{n_1^3}\delta_{36} - \frac{2\lambda}{23{,}8\cdot n_1^3}\cdot 0{,}000668.$$

Hier ist $n_2^0 = n_z^0 = 1{,}49145$, $n_1^0 = \frac{1}{2}(n_x^0 + n_y^0) = 1{,}4950$; ferner ergaben die in § 4 mitzutheilenden piëzoelektrischen Messungen $\delta_{36} = +35{,}4\cdot 10^{-8}$; folglich wird $(n_1^0 - n_2^0)\,\delta_{36} = +0{,}13\cdot 10^{-8}$ und $-\frac{e_{63}\varkappa_3}{v^2} = +\frac{0{,}13 - 3{,}31}{3{,}36}\cdot 10^{-8}$,

$$\frac{e_{63}\varkappa_3}{v^2} = +\mathbf{0{,}946\cdot 10^{-8}}.$$

Dieser Werth ist wegen seiner Kleinheit, und weil er aus wenigen Messungen abgeleitet ist, verhältnissmässig unsicherer, als derjenige von $\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2}$, (vielleicht nur bis auf 10% genau). — Nach Einsetzung von $\varkappa_3 = 0{,}45$ (vergl. S. 162) wird

$$e_{63} = +\mathbf{2{,}08\cdot 10^{-8}}\,v^2.$$

Ob eine sich nicht mit dem Elektrisirungssinne umkehrende elektrooptische Wirkung der Polarisation nach Z^0 vorhanden ist, liess sich nicht mit Sicherheit feststellen; wenn sie existirt, so ist sie jedenfalls noch geringer als die im Falle der Polarisation $\parallel Y^0$ beobachtete, und auch hier könnte es sich dann um eine Spur der durch Polarisation parallel X^0 hervorgerufenen Wirkung handeln, die infolge geringer Orientirungsfehler oder Störungen des Kraftlinienverlaufs auftreten konnte. —

§ 4. **Piëzoelektrische Beobachtungen.**

Dem Ansatz 88) zufolge findet piëzoelektrische Erregung beim Seignettesalz nur statt durch „schiebende“ Drucke Y_z, Z_x, X_y, und zwar ist das erregte Moment dann parallel beziehungsweise der X^0-, Y^0-, Z^0-Axe. Die günstigste Versuchsanordnung wird also, gerade wie beim Natriumchlorat, darin bestehen, dass man einen einseitigen Druck p in den Richtungen ausübt, welche die Winkel zwischen je zwei der krystallographischen Symmetrieaxen X^0, Y^0, Z^0 halbiren; dann ist nur je eine der Grössen Y_z, Z_x, X_y von 0 verschieden, nämlich $= \pm \frac{1}{2}p$, und folglich das erregte Moment senkrecht zu der betreffenden Coordinatenebene und von der Grösse $\mp \frac{1}{2}p\delta_{hk}$; es ist z. B. $a = -\frac{1}{2}\delta_{14}p$, wenn die Richtung des Druckes p den Winkel $(+Y^0, +Z^0)$ halbirt, dagegen gleich $+\frac{1}{2}\delta_{14}p$, wenn dieselbe den Winkel $(-Y^0, +Z^0)$ halbirt. Zu diesen Beobachtungen waren demnach die Platten der Gattungen 1), 2), 3) zu verwenden, indem sie parallel ihren längeren Kanten comprimirt und auf den Breitseiten mit Metallbelegungen versehen wurden, deren eine mit der Erde und deren andere mit dem Quadrantelektrometer verbunden wurde. Die Versuchsanordnung war im Wesentlichen dieselbe, wie früher beim $NaClO_3$ und Quarz; nur folgende kleine Abänderungen sind zu erwähnen. Die Belegungen wurden wegen der Empfindlichkeit der Krystallsubstanz nicht wie früher mit Schellack aufgekittet, sondern mit einer Spur Klebwachs; sie bestanden aus rechteckigen Stückchen von dünnem Kupferblech oder dickem Stanniol, die zum Theil etwas kleiner waren als die betreffende Plattenfläche, weshalb ihr Flächeninhalt q' in diesen Fällen unten mit angegeben werden wird. Ist q der gepresste Querschnitt der Platte, P die Belastungsänderung, und haben φ_0, Φ die frühere Bedeutung, so ist das in Clarks gemessene Potential, zu welchem die auf der Flächeneinheit der Plattenbelegung durch die Druckeinheit entwickelte Elektricitätsmenge das Elektrometer lud: $\mu = \frac{\varphi_0}{\Phi}\frac{q}{Pq'}$. Diese Grösse ist am Schluss jeder Beobachtungsreihe angegeben und zwar mit dem Vorzeichen der durch Belastung auf derjenigen Fläche, aus welcher die positive X^0- bezw. Y^0- oder Z^0-Axe austritt, entwickelten Ladung.

Die Bestimmung von φ^0 gestaltete sich insofern anders wie früher, als bei einem Theil der Platten (Gattung 1)) der Ausschlag erst einige Zeit nach der Belastungsänderung seinen Maximalwerth erreichte und dann je nach der Güte der Isolation entweder constant blieb oder langsam wieder sank. Im ersteren Fall ist der constante Grenzwerth, im letzteren der Maximalwerth für φ^0 genommen. In solchen Fällen, wo bereits während der beobachteten 5 ersten Schwingungen ein Zurückgehen der Ruhelage eintrat, welches aber immer sehr gering war, wurde φ^0 nach dem beim Quarz erörterten Verfahren berechnet. Schliesslich sei bemerkt, dass die Ladung der Elektrometernadel bei der Untersuchung der Platten 1) und 2), (wie die kleinen Werthe von Φ zeigen), viel kleiner gemacht war, als früher, weil die piëzoelektrische Erregung hier weit stärker war.

a. Beobachtungen an den Platten 1).

Die Platten 1) zeigten auch hier wieder ein ganz anomales Verhalten, darin bestehend, dass sie, wenn sie belastet waren, dauernd, oder wenigstens sehr lange Zeit hindurch, Elektricität entwickelten, sodass der erste beim Belasten momentan auftretende Ausschlag allmählich immer weiter wuchs und erst nach Stunden wieder abnahm. Stand die Platte frei, so zeigte sie diese Elektricitätsentwickelung nicht; daher erhielt man auch beim Entlasten constant bleibende oder wieder sinkende Ausschläge. Aus diesem Grunde wurde an den Platten 1) stets nur beim Entlasten beobachtet, in der Weise nämlich, dass die Ableitung der vorher belasteten Platte zur Erde erst unmittelbar vor der Entlastung unterbrochen wurde. Die Entlastungsausschläge waren nun zwar bei derselben Beobachtungsreihe befriedigend constant, differirten aber bei den verschiedenen Platten und auch bei verschiedener Aufstellung derselben Platte ganz ausserordentlich, wie die unten folgenden Tabellen zeigen werden. Zum Theil erklärt sich dies vielleicht dadurch, dass nur geringe Belastungen angewandt werden konnten und somit, da ausserdem die schmalen Seitenflächen der Platten mehr oder weniger gerundet waren, die Compression wahrscheinlich ziemlich ungleichmässig ausfiel. Um den Druck besser auszugleichen, wurden bei einigen Beobachtungen als Zwischenlagen zwischen die Hartgummiplatten und die Krystallplatte Gummiplatten benutzt, wodurch aber die ganze Aufstellung instabil wurde. In anderen Fällen waren die dicken Hartgummiplatten muldenförmig ausgehöhlt und biegsame Hartgummilamellen darübergelegt, welche sich den schwach convexen Krystallflächen besser anschmiegen konnten. Trotz dieser Maassregeln blieben aber grosse Differenzen der bei verschiedenen Beobachtungsreihen erhaltenen Werthe von δ_{14} bestehen, sodass diese Constante überhaupt nicht sicher bestimmt werden konnte.

Die Bezeichnungsweise in den nachstehenden Tabellen ist im Uebrigen der beim Quarz gebrauchten analog; („$+X^0$ zum El.“ bedeutet also, dass diejenige Plattenfläche, deren äussere Normale die $+X^0$-Axe ist, mit dem Elektrometer verbunden war).

Platte 1a, zwischen Hartgummiplatten.

Positiver Ausschlag bei positiver Ladung.

$q' = 47,75$ mm² im Mittel, $2\Phi = 20,8$, $P = 115,1$ g.

Druckrichtung -45^0.

	$-X^0$ zum El.				$+X^0$ zum El.			
φ_0	+27,6	25,9	25,8	26,4	−24,9	25,0	24,5	24,0
	+26,4				−24,6			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 2,45, \qquad \mu = +0,01187.$$

Druckrichtung $+45^0$.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.			
φ_0	+23,5	23,9	24,0	23,7	−23,9	22,8	23,5	23,6
	+23,8				−23,45			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}27, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}0109}.$$

Desgleichen zwischen Gummiplatten.

Positiver Ausschlag bei negativer Ladung.

$P = 50{,}2$. $2\Phi = 94{,}2$. q' wie vorher.

Druckrichtung -45^0.

	$+X^0$ zum El.					$-X^0$ zum El.			
φ_0	+47,5	46,2	46,5	50,4	44,9	−48,2	47,6	48,0	46,8
	+47,1					−47,65			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 1{,}006, \qquad \mu = +\mathbf{0{,}0112}.$$

Druckrichtnng $+45^0$.

	$-X^0$ zum El.						$+X^0$ zum El.				
φ_0	+42,8	42,6	41,6	41,5;	45,6	46,3	−41,9	41,6;	46,0	45,5	44,8
	+44,0						−43,6				

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}930, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}01024}.$$

Platte 1a nach dem Abschleifen[1]).

Zwischen dünnen Hartgummiplatten.

$q' = 36{,}7\ \mathrm{mm}^2$ im Mittel. $P = 115$ g. $2\Phi = 28{,}0$.

Druckrichtung $+45^0$.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.			
φ_0	−36,0	35,3	37,2	36,3	+36,3	40,0	39,0	40,0
	−36,2				+38,8			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}68, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}0146}.$$

1) Ursprünglich waren die Ecken dieser Platte zum Theil etwas ausgesprungen gewesen.

Druckrichtung -45^0.

φ_0	$-44{,}0$	$44{,}5$	$+45{,}7$	$44{,}7$	$45{,}8$
	$-44{,}3$		$+45{,}4$		

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 3{,}20, \qquad \mu = +0{,}0161.$$

Spätere Beobachtungen, wobei positiver Ausschlag positiver Ladung entsprach und die Belegungen die volle Grösse der Flächen besassen:

$$q' = 43{,}7\,\text{mm}^2. \quad 2\Phi = 56{,}0.$$

Zwischen Hartgummiplatten.

Druckrichtung -45^0. $P = 115$.

	$+X^0$ zum El.					$-X^0$ zum El.				
φ_0	$-51{,}1$	$48{,}5$	$49{,}5$	$51{,}3$	$52{,}5$	$+50{,}7$	$47{,}0$	$50{,}2$	$52{,}8$	$53{,}2$
	$-50{,}6$					$+50{,}8$				

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 1{,}81, \qquad \mu = +0{,}00765.$$

Druckrichtung $+45^0$. $P = 50{,}2$.

	$+X^0$ zum El.		$-X^0$ zum El.		
φ_0	$+28{,}3$	$27{,}5$	$-27{,}7$	$25{,}5$	$26{,}4$
	$+27{,}9$		$-26{,}5$		

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}97, \qquad \mu = -0{,}0094.$$

Desgleichen, aber zwischen Gummiplatten mit $P = 50{,}2$.
(Isolation schlechter, namentlich anfangs; Elektricitätsverlust bei der Berechnung berücksichtigt, dabei Dämpfungsconstante $\beta = 0{,}67$.)

Druckrichtung -45^0.

	$-X^0$ zum El.			$+X^0$ zum El.		
φ_0	$+51{,}4$	$50{,}3$	$50{,}6$	$-54{,}4$	$54{,}4$	$52{,}2$
	$+50{,}8$			$-53{,}7$		

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 1{,}86, \qquad \mu = +0{,}0180.$$

Druckrichtung $+45^0$.

	$+X^0$ zum El.					$-X^0$ zum El.				
φ_0	$+46{,}7$	$41{,}6$	$42{,}5$	$46{,}3$	$47{,}0$	$-47{,}7$	$46{,}5$	$42{,}3$	$47{,}8$	$46{,}3$
	$+44{,}8$					$-46{,}1$				

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 1{,}63, \qquad \mu = -0{,}0171.$$

Platte 1b, zwischen Hartgummiplatten.

$q' = 43{,}75. \quad P = 115. \quad 2\Phi = 14{,}4.$

Druckrichtung $+45°$.

	$+X°$ zum El.				$-X°$ zum El.			
φ_0	+15,2	15,3	15,2	15,5	−15,2	14,7	15,0	14,4
	+ 15,3				− 14,8			

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}10, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}0083}.$$

Druckrichtung $-45°$.

	$+X°$ zum El.				$-X°$ zum El.					
φ_0	−14,5	−14,5;	−14,4	−14,5	+15,9	15,7;	14,2	15,6	14,9	14,8
	−14,5				+15,2					

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}08, \qquad \mu = +\mathbf{0{,}0087}.$$

Platte 1c, zwischen Gummiplatten.

(Ziemlich schlechte Isolation; φ_0 berechnet wie bei $NaClO_3$, mit Dämpfungsconstante $\beta = 0{,}64$.)

$q' = 47{,}0 \text{ mm}^2. \quad P = 50{,}2. \quad 2\Phi = 56{,}0.$

Druckrichtung $+41°$.

	$+X°$ zum El.					$-X°$ zum El.					
φ_0	+21,6	22,3	22,8	22,7	22,7	−22,7	22,7	22,2	22,8	22,9	22,3
	+ 22,4					− 22,6					

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}81, \qquad \mu = -0{,}0063,$$

reducirt auf die Druckrichtung $+45°$: $\dfrac{0{,}0063}{\sin 82°} = -\mathbf{0{,}0064}$.

Druckrichtung $-49°$.

	$+X°$ zum El.		$-X°$ zum El.		
φ_0	−16,4	−17,4	+17,9	17,4	17,8
	− 16,9		+ 17,7		

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}62, \qquad \mu = +0{,}00517,$$

reducirt auf die Druckrichtung $-45°$: $+\mathbf{0{,}0052}$.

Desgleichen, zwischen dünnen Hartgummiplatten.

$q' = 44\,\text{mm}^2$. $P = 115$. $2\Phi = 29{,}6$.

Druckrichtung -49^0.

	$+X^0$ zum El.							$-X^0$ zum El.						
φ_0	$-24{,}5$	23,7	24,0	27,7	25	29	30	$+26$	25	25,5	24,5	24,2	27,3	26,2
	$-26{,}0$							$+25{,}6$						

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 1{,}74, \qquad \mu = +0{,}0068,$$

reducirt auf die Druckrichtung -45^0: $+$**0,0069.**

Druckrichtung $+41^0$.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.				
φ_0	$+33{,}0$	32,9	32,8	33,7	$-30{,}9$	33,2	32,5	33,5	32,4
	$+33{,}1$				$-32{,}5$				

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}21, \qquad \mu = -0{,}0081,$$

reducirt auf die Druckrichtung $+45^0$: $-$**0,0082.**

Nachstehend sind noch einmal alle an den drei Platten 1) bei den Druckrichtungen $+45^0$ und -45^0 erhaltenen Werthe von $\mu \cdot 10^3$ zusammengestellt.

	Platte 1a.					Platte 1b.	Platte 1c.	
$\mu_{+45} \cdot 10^3$	$-10{,}9$	$-10{,}24$	$-14{,}6$	$-9{,}4$	$-17{,}1$	$-8{,}3$	$-6{,}4$	$-8{,}2$
$\mu_{-45} \cdot 10^3$	$+11{,}9$	$+11{,}2$	$+16{,}1$	$+7{,}7$	$+18{,}0$	$+8{,}7$	$+5{,}2$	$+6{,}9$

Daraus ist ersichtlich, dass zwar die für beide Druckrichtungen gefundenen absoluten Werthe meist ziemlich gleich sind, aber an verschiedenen Beobachtungstagen und für die verschiedenen Platten sehr stark differirende Zahlen erhalten wurden, deren Extreme dem absoluten Werth nach sind $5{,}2 \cdot 10^{-3}$ und $18{,}0 \cdot 10^{-3}$. Der Werth von rund $\mathbf{10 \cdot 10^{-3}}$ würde etwa das Mittel sein, doch sind die grösseren Werthe vielleicht noch richtiger, da Fehlerquellen, die den Ausschlag vergrössern würden, kaum anzunehmen sind. —

Um aus μ die Constante δ_{14} zu berechnen, muss man die Capacität C des Elektrometers nebst der Krystallplattenbelegung und den Verbindungsdrähten kennen. Da seit den Beobachtungen am Quarz am Apparat nichts geändert war, so kann der dort bestimmte Werth $C_0 = 66{,}2$ für das Elektrometer nebst Verbindungsdrähten auch hier mit genügender Annäherung als richtig angenommen werden. Die Capacität der Seignettesalzplatten kann durchschnittlich unter Annahme der Dielektricitätsconstante 7 gleich $\frac{0{,}5 \cdot 7}{4\pi \cdot 0{,}35} = 0{,}8$ gesetzt

werden, sodass $C = 67$ wird. Ferner hat man, um das Moment in absolutem Maass zu erhalten, mit $\frac{0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-4}$ zu multipliciren. Nach der Theorie ist dann

$$\delta_{14} = -2\mu_{+45} C \frac{0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-4} = +2\mu_{-45} C \frac{0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-4}.$$

Man findet aus den oben angegebenen Werthen μ hiernach für δ_{14} positive Werthe zwischen den Grenzen

$$+340 \cdot 10^{-8} \text{ und } +1180 \cdot 10^{-8}.$$

Obschon der absolute Werth von δ_{14} also in weiten Grenzen unbestimmt bleibt, so ist doch das Vorzeichen sicher und die Grössenordnung auch insoweit, dass man sagen kann, dass diese piëzoelektrische Constante des Seignettesalzes diejenigen des Quarzes und Natriumchlorates (und Turmalins) um etwa das Hundertfache übertrifft, dass also das Seignettesalz (bei Druckkräften Y_z) eine ungleich grössere piëzoelektrische Erregbarkeit besitzt, als die übrigen bisher in dieser Hinsicht untersuchten Krystalle.

Für die bereits zu Anfang (S. 184) erwähnte dauernde Elektricitätsentwicklung, welche die Platten 1) zeigen, während sie belastet sind, vermag ich bisher keine andere Erklärung zu finden, als die folgende. Durch die Deformation wird im Innern des Krystalles eine gewisse elektrische Kraft E hervorgerufen, welche das (durch $-\delta_{14} Y_z$ gegebene) Moment a inducirt, also $= \frac{+a}{\varkappa_1}$ ist. Die infolge dieser Polarisation a auf den Belegungen der Plattenoberflächen frei werdenden Elektricitätsmengen $\pm q' a$ laden diese Belegungen zu einer gewissen Potentialdifferenz V, welche im Inneren der Krystallplatte eine der elektrischen Kraft E entgegengerichtete Kraft $\frac{V}{D}$ erzeugt; diese Potentialdifferenz ist aber, wenn die eine Belegung mit der Erde und die andere mit der grossen Capacität des Quadrantelektrometers verbunden ist, sehr gering, sodass $\frac{V}{D}$ viel kleiner ist als $\frac{a}{\varkappa_1}$, und der grösste Theil dieser elektrischen Kraft uncompensirt bleibt. Besitzt nun der Krystall in der Richtung der X^0-Axe innere Leitungsfähigkeit, so wird diese übrig bleibende elektrische Kraft fortgesetzt einen Strom erzeugen, bis so viel Elektricität durch die Platte hindurchgetrieben ist, dass das Potential auf der mit dem Quadrantelektrometer verbundenen Belegung hoch genug gestiegen ist, um die in der Platte wirkende elektromotorische Kraft, welche gleichzeitig infolge der Leitung etwas unter ihren Anfangswerth $\frac{a}{\varkappa_1}$ gesunken ist, gerade zu compensiren. Demnach würde sich das nach Belastung der Platte lange andauernde Steigen des Elektrometerausschlages erklären, wenn man dem Seignettesalz eine, wenn auch äusserst geringe, Leitungsfähigkeit in

der Richtung der krystallographischen Axe a zuschreibt. Mit dieser Annahme, deren Richtigkeit allerdings erst durch besondere Versuche an besseren Präparaten geprüft werden müsste[1]), würde auch das bei den elektrooptischen Beobachtungen an den Platten 1) bemerkte Eindringen der Ladung in den Krystall übereinstimmen, und es wäre nicht unwahrscheinlich, dass auch die S. 169 und 175—76 besprochene merkwürdige sich nicht umkehrende elektrooptische Wirkung eines Feldes, dessen Kraftlinien zur X^0-Axe parallel sind, mit jener Leitungsfähigkeit zusammenhinge.

b. Beobachtungen an den Platten 2a und 2b.

Hier trat keine nach der Belastung fortdauernde Elektricitätsentwicklung auf, sodass auch der Ausschlag bei der Belastung beobachtet werden konnte. Auch erreichte hier der aus den Umkehrpunkten in bekannter Weise berechnete Ausschlag sein Maximum sofort nach der Belastung oder Entlastung und nahm dann allmählich ab, jedoch meist so langsam, dass die Abnahme während der ersten 5 Schwingungen als gleichförmig angesehen, also φ_0 analog wie beim Quarz berechnet werden konnte.

Platte 2a.

Dieselbe besass nicht genau die beabsichtigte Orientirung; ihre Normale lag zwar nahezu in der $X^0 Y^0$-Ebene, wich aber von der Y^0-Axe um einen Winkel δ von etwa 12^0 im positiven Drehungssinne ab, wie im Axenwinkelapparat constatirt wurde. Daher war die Druckrichtung, wenn die Platte auf den Schmalseiten gepresst wurde, nicht genau die Halbirungslinie eines der Winkel zwischen der Z^0- und X^0-Axe, sondern besass nachstehende Richtungscosinus:

	X^0	Y^0	Z^0
auf dem 1. Schmalseitenpaar	$\sqrt{\frac{1}{2}}\cos\delta$	$\sqrt{\frac{1}{2}}\sin\delta$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
„ „ 2. „	$-\sqrt{\frac{1}{2}}\cos\delta$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}\sin\delta$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$

Die erstere Richtung soll in der Zusammenstellung der Beobachtungen aber wie im Falle richtiger Orientirung mit $+45^0$, die zweite mit -45^0 bezeichnet werden.

Für die erste Druckrichtung wird

$$Z_x = \tfrac{1}{2}\, p \cdot \cos\delta, \qquad Y_z = \tfrac{1}{2}\, p \cdot \sin\delta,$$

für die zweite

$$Z_x = -\tfrac{1}{2} p \cdot \cos\delta, \qquad Y_z = -\tfrac{1}{2} p \cdot \sin\delta.$$

1) Es sei vorläufig darauf hingewiesen, dass gerade für die Richtung der a-Axe die Bestimmung der Dielekricitiätsconstante durch Hrn. Borel einen auffallend grossen Werth ergab (cf. S. 162).

Es tritt daher auch ein Moment nach der X^0-Axe auf:

$$a = -\tfrac{1}{2}\delta_{14}p \cdot \sin\delta \text{ im ersten Falle,}$$
$$a = +\tfrac{1}{2}\delta_{14}p \cdot \sin\delta \text{ „ zweiten „ ,}$$

und das zur Beobachtung gelangende Moment nach der Plattennormale hat den Werth

$$b\cos\delta - a\sin\delta = \mp\tfrac{1}{2}(\delta_{25}\cos^2\delta - \delta_{14}\sin^2\delta)\,p,$$

sodass man aus den Beobachtungen an dieser Platte nicht direkt δ_{25}, sondern $\delta_{25}\cos^2 12^0 - \delta_{14}\sin^2 12^0$ findet.

Es war bei diesen Beobachtungen $q' = 57$ mm² (unter Berücksichtigung der abgebrochenen Ecken der Platte, welche etwa 4 mm² ausmachten), $P = 115$ und $2\Phi = 18{,}0$; positiver Ausschlag entsprach positiver Ladung, wie auch bei den Beobachtungen an den Platten 2b) und 3).

Druckrichtung — 45°.

	$-Y^0$ zum El.				$+Y^0$ zum El.			
	B	E	B	E	B	E	B	E
1. Aufstellung.	+ 6,7	— 6,5	+ 6,4	— 6,6	— 6,7	+ 6,7	— 6,6	+ 6,6
2. „	+ 6,5	— 6,8	+ 6,9	— 6,8	— 6,6	+ 6,7	— 6,6	+ 6,7
	$\overline{\varphi}_0 = 6{,}65$				$\overline{\varphi}_0 = 6{,}65$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}738, \quad \mu = -\mathbf{2{,}61 \cdot 10^{-3}}.$$

Druckrichtung + 45°.

	$+Y^0$ zum El.				$-Y^0$ zum El.			
	B	E	B	E	B	E	B	E
1. Aufstellung.	+ 6,8	— 6,6	+ 6,4	— 6,7	— 6,5	+ 6,5	— 6,2	+ 6,4
2. „	+ 6,4	— 6,4	+ 6,5	— 6,4	— 6,3	+ 6,5	— 6,5	+ 6,3
	$\overline{\varphi}_0 = 6{,}525$				$\overline{\varphi}_0 = 6{,}40$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}718, \quad \mu = +\mathbf{2{,}53 \cdot 10^{-3}}.$$

Aus beiden Werthen μ zusammen folgt

$$\delta_{25}\cos^2\delta - \delta_{14}\sin^2\delta = -5{,}13 \cdot 10^{-3}$$

oder wenn man $\delta = 12^0$ und nach S. 188 $\delta_{14} = +20 \cdot 10^{-3}$ annimmt (in relativem Maasse ausgedrückt):

$$\delta_{25} = \frac{-5{,}13 + 0{,}042 \cdot 20}{0{,}96} \cdot 10^{-3} = -\mathbf{4{,}46 \cdot 10^{-3}}.$$

Platte 2b.

$q' = 49\,\text{mm}^2. \quad P = 115.$

Druckrichtung -45^0. $2\Phi = 170{,}8$.

	$-Y^0$ zum El.				$+Y^0$ zum El.			
B	+ 42,5	42,5	42,8	42,5	− 43,7	43,5	43,3	43,4
E	− 42,6	42,9	42,4	42,8	+ 43,3	43,15	43,1	43,2
	$\overline{\varphi}_0 = 42{,}62$				$\overline{\varphi}_0 = 43{,}34$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}503, \qquad \mu = -\mathbf{2{,}55} \cdot \mathbf{10^{-3}}.$$

Druckrichtung $+45^0$.

Erste Aufstellung. $2\Phi = 170{,}2$.

	$-Y^0$ zum El.				$+Y^0$ zum El.			
B	− 40,7	40,7	40,7	40,4	+ 43,3	43,2	43,4	43,6
E	+ 40,0	40,3	40,0	40,5	− 43,3	43,5	43,8	43,1
	$\overline{\varphi}_0 = 40{,}4$				$\overline{\varphi}_0 = 43{,}4$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}492.$$

Zweite Aufstellung. $2\Phi = 172{,}6$.

	$-Y^0$ zum El.				$+Y^0$ zum El.			
B	− 39,8	39,8	40,5	40,2	+ 40,8	40,5	40,4	40,5
E	+ 40,0	40,1	40,3	40,3	− 40,8	41,0	40,9	41,1
	$\overline{\varphi}_0 = 40{,}15$				$\overline{\varphi}_0 = 40{,}75$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}468.$$

Mittel aus den beiden letzten Beobachtungsreihen:

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}480, \qquad \mu = +\mathbf{2{,}48} \cdot \mathbf{10^{-3}}.$$

Insgesammt folgt aus den Beobachtungen an Platte 2b:

$$\delta_{25} \text{ in relativem Maass} = -(2{,}55 + 2{,}48) \cdot 10^{-3} = -5{,}03 \cdot 10^{-3},$$

und daraus der definitive Werth in absolutem Maass:

$$\delta_{25} = -\mathbf{165} \cdot \mathbf{10^{-8}}.$$

Die Messungen an der Platte 2a ergeben den etwas kleineren Werth $-\mathbf{146} \cdot \mathbf{10^{-8}}$, welcher aber wegen der ungenauen Orientirung und abgebrochenen Ecken der Platte weniger zuverlässig ist und deshalb nicht mit berücksichtigt werden soll.

Auch die zweite piëzoelektrische Constante des Seignettesalzes besitzt also

einen sehr hohen absoluten Betrag; ihr Vorzeichen ist entgegengesetzt wie das der ersten.

c. Beobachtungen an Platte 3.

Auch hier verliefen die Versuche durchaus regelmässig und war die Bestimmung der Constante δ_{36} mit ganz befriedigender Genauigkeit möglich, wie folgende Tabelle der beobachteten Ausschläge $\overline{\varphi}_0$ zeigt.

$$q' = 53. \quad P = 115. \quad 2\Phi = 172{,}4.$$

Druckrichtung — 45° (d. h. Halbirungslinie des Winkels (X^0, — Y^0)).

	$+Z^0$ zum El.				$-Z^0$ zum El.			
B.	+ 11,2	11,4	11,5	11,5	— 12,2	12,0	11,9	12,2
E.	— 11,0	11,2	11,3	11,2	+ 12,1	11,9	11,9	11,7
	$\overline{\varphi}_0 = 11{,}25$				$\overline{\varphi}_0 = 12{,}0$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}135, \quad \mu = +\mathbf{0{,}555 \cdot 10^{-3}}.$$

Druckrichtung + 45°.

	$+Z^0$ zum El.				$-Z^0$ zum El.			
B.	— 10,5	10,3	10,4	10,2	+ 10,7	10,7	10,8	11,0
E.	+ 10,3	10,3	10,4	10,4	— 11,2	11,2	11,1	11,0
	$\overline{\varphi}^0 = 10{,}35$				$\overline{\varphi}_0 = 10{,}96$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}1235, \quad \mu = -\mathbf{0{,}526 \cdot 10^{-3}}.$$

Daraus folgt in absolutem Maass:

$$\delta_{36} = +0{,}540 \cdot 2 \cdot \frac{67 \cdot 0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-7},$$

$$\delta_{36} = +\mathbf{35{,}4 \cdot 10^{-8}}.$$

Die piëzoelektrischen Constanten des Seignettesalzes, wie sie vorstehend bestimmt worden sind, erscheinen nicht nur wegen ihrer ausserordentlichen absoluten Grösse bemerkenswerth, sondern auch dadurch, dass sie verschiedene Vorzeichen besitzen, nämlich δ_{14} und δ_{36} positives, δ_{25} negatives. Dies hat u. A. zur Folge, dass es keine Richtung giebt, für welche das durch einseitigen Druck erregte Moment in die Druckrichtung fällt — wie es bei tetraëdrischen oder tetartoëdrischen Krystallen des regulären Systems immer für die Octaëdernormalen eintritt. Da nämlich das durch einen in der Richtung α, β, γ wirkenden Druck erregte Moment Richtungscosinus besitzt, die sich verhalten wie $\beta\gamma\delta_{14} : \gamma\alpha\delta_{25} : \alpha\beta\delta_{36}$, so ist klar, dass im Falle

verschiedener Vorzeichen der δ_{hk} das erregte Gesammt-Moment stets in einem anderen Octanten liegt, wie die Druckrichtung.

§ 5. Piëzooptische Beobachtungen.

a. *Theorie.*

Um die Relationen 91) prüfen zu können, kommt es darauf an, die piëzooptischen Constanten a_{44}, a_{55}, a_{66} zu ermitteln, das sind diejenigen, welche die durch Deformationen y_z, z_x, x_y verursachten Aenderungen des optischen Verhaltens (— nämlich Drehungen der optischen Symmetrieaxen —) bestimmen. Da es nun nicht ausführbar ist, durch mechanische Einwirkung diese Deformationen allein hervorzubringen — man müsste zu diesem Zweck nur schiebende Kräfte Y_z, Z_x, X_y wirken lassen —, so können auch die Constanten a_{44}, a_{55}, a_{66} (bezw. deren Producte mit den Elasticitätsmoduln s_{44}, s_{55}, s_{66}) nicht direct aus je einer Beobachtung bestimmt werden. Man muss vielmehr durch Beobachtung der relativen Verzögerung bei verschiedenen Druckrichtungen und Fortpflanzungsrichtungen solche Combinationen der verschiedenen a_{hk} ermitteln, aus welchen sich a_{44}, a_{55}, a_{66} berechnen lassen. Drei verschiedene Combinationen, in denen je eine der gesuchten Constanten vorkommt, erhält man offenbar, wenn man den einseitigen Druck parallel den Halbirungslinien der Winkel zwischen je zwei krystallographischen Symmetrieaxen ausübt und jedesmal in derselben Symmetrieebene senkrecht zur Druckrichtung den erzeugten Gangunterschied misst; dann ist nämlich je eine der Grössen B_{23}, B_{31}, B_{12} von 0 verschieden und es findet eine durch das entsprechende a_{hh} gemessene Drehung der optischen Symmetrieaxen um die X^0- bezw. Y^0- oder Z^0-Axe statt, welche in der angegebenen Beobachtungsrichtung einen (ihr proportionalen) Gangunterschied erzeugt. Zu diesen Beobachtungen sind die früher mit 1), 2) und 3) bezeichneten Platten verwendbar, indem jedesmal auf ein Schmalseitenpaar der Druck ausgeübt und auf dem anderen der Gangunterschied mit dem Compensator gemessen wird. Da hierbei aber auch Deformationen x_x, y_y, z_z auftreten, so sind weitere Beobachtungen nöthig, um den Einfluss der letzteren auf die in den erstgenannten Fällen beobachteten Gangunterschiede eliminiren zu können. Hierzu sind nun Beobachtungen an den Platten 4) und 5) ausreichend, bei denen der Druck in der Richtung einer der längeren Kanten, das ist parallel X^0, Y^0, oder Z^0, ausgeübt und dabei der Gangunterschied jedesmal auf beiden zur Druckrichtung parallelen Flächenpaaren gemessen wird. Es sollen im Folgenden zunächst die theoretischen Ausdrücke für den Gangunterschied in diesen verschiedenen Fällen aus dem Ansatz 90) abgeleitet werden, wobei ausserdem die Formeln der Elasticitätstheorie für rhombische Krystalle:

$$
\begin{aligned}
x_x &= -(s_{11} X_x + s_{12} Y_y + s_{13} Z_z), \\
y_y &= -(s_{12} X_x + s_{22} Y_y + s_{23} Z_z), \\
z_z &= -(s_{13} X_x + s_{23} Y_y + s_{33} Z_z),
\end{aligned}
$$

$$y_z = -s_{44} Y_z,$$
$$z_x = -s_{55} Z_x,$$
$$x_y = -s_{66} X_y,$$

zu benutzen sind.

Liegt erstens die Druckrichtung in der $Y^0 Z^0$-Ebene, den Winkel $(+Y^0, +Z^0)$ halbirend, so ist $X_x = X_y = Z_x = 0$, $Y_y = Z_z = Y_z = \frac{1}{2}p$, folglich

$$B_{11} - \omega_x^{0^2} = -\frac{p}{2}\{a_{11}(s_{12}+s_{13}) + a_{12}(s_{22}+s_{23}) + a_{13}(s_{23}+s_{33})\},$$

$$B_{22} - \omega_y^{0^2} = -\frac{p}{2}\{a_{21}(s_{12}+s_{13}) + a_{22}(s_{22}+s_{23}) + a_{23}(s_{23}+s_{33})\},$$

$$B_{33} - \omega_z^{0^2} = -\frac{p}{2}\{a_{31}(s_{12}+s_{13}) + a_{32}(s_{22}+s_{23}) + a_{33}(s_{23}+s_{33})\},$$

$$B_{23} = -\frac{p}{2} a_{44} s_{44}, \qquad B_{31} = B_{12} = 0.$$

Die Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten für die zur Druckrichtung senkrechte Richtung in der $Y^0 Z^0$-Ebene besitzen, da der Schnitt durch das Ovaloid senkrecht zu dieser Richtung die Gleichung hat:

$$\varrho^2 = \left(B_{11} - \frac{B_{22}+B_{33}}{2}\right)\cos^2(\varrho, x) + \frac{B_{22}+B_{33}}{2} + B_{23}\sin^2(\varrho, x),$$

die Werthe

$$\omega_1^2 = B_{11}, \qquad \omega_2^2 = \frac{B_{22}+B_{33}}{2} + B_{23},$$

von denen der erste für die parallel zur Druckrichtung, der zweite für die senkrecht dazu (also parallel X^0) polarisirte Welle gilt. Der durch den Druck erzeugte Gangunterschied in Wellenlängen wird demnach, wenn L die Plattendicke in der Beobachtungsrichtung und n_m ein mittlerer Brechungsindex ist,

$$96) \quad \begin{cases} \overline{\Delta}_1 = \dfrac{L}{\lambda}\dfrac{n_m^3}{2}\dfrac{\omega_2^2 - \omega_1^2 - (\omega_2^{0^2} - \omega_1^{0^2})}{v^2} \\ \quad = +\dfrac{L n_m^3}{2\lambda v^2}\dfrac{p}{2}\Big\{\left(a_{11} - \dfrac{a_{21}+a_{31}}{2}\right)(s_{12}+s_{13}) + \left(a_{12} - \dfrac{a_{22}+a_{32}}{2}\right)(s_{22}+s_{23}) \\ \qquad + \left(a_{13} - \dfrac{a_{23}+a_{33}}{2}\right)(s_{23}+s_{33}) - a_{44}s_{44}\Big\}. \end{cases}$$

Bei obiger Berechnung von $\overline{\Delta}_1$ ist die Dickenänderung der Platte in der Beobachtungsrichtung vernachlässigt, was wegen der geringen Stärke der Doppelbrechung beim Seignettesalz zulässig erscheint. Um sie zu berechnen, fehlte hier überdies die Kenntniss der Elasticitätsconstanten; aber es lässt sich abschätzen, (indem man z. B. die Querdilatation durchschnittlich gleich der des

Steinsalzes annimmt, welche nahezu den grössten bisher bekannten Werth hat), dass die durch sie bewirkte Aenderung des Gangunterschiedes die Beobachtungsfehler (welche hier relativ sehr gross waren) gewiss nicht übersteigt. Dasselbe gilt für die übrigen Druck- und Beobachtungsrichtungen.

Wirkt der Druck parallel der Halbirungslinie des Winkels $(-Y^0, Z^0)$, und beobachtet man in der hierzu senkrechten in der Y^0Z^0-Ebene liegenden Richtung, welche vorher die Druckrichtung war, so bleibt der Ausdruck für $\overline{\varDelta}_1$, da nur B_{23} sein Vorzeichen wechselt, dafür aber auch $\omega_2^2 = \frac{B_{22}+B_{33}}{2} - B_{23}$ wird, ungeändert. Es ist dies auch natürlich, weil die Coordinatenebenen sowohl für das optische als für das elastische Verhalten Symmetrieebenen sind trotz der sphenoidischen Hemiëdrie.

Für die Beobachtungen auf den Schmalseiten der Platten 2) und 3), wo die Druckrichtung einen der Winkel zwischen Z^0 und X^0 bezw. X^0 und Y^0 halbirt, erhält man den Ausdruck für $\overline{\varDelta}$ aus $\overline{\varDelta}_1$ einfach durch cyclische Vertauschung der Indices. Es wird also für die Platten 2):

$$\text{97)}\quad \begin{aligned} \overline{\varDelta}_2 = \frac{L n_m^3 p}{4\lambda v^2}\Big\{&\Big(a_{22} - \frac{a_{12}+a_{32}}{2}\Big)(s_{23}+s_{12}) \\ &+ \Big(a_{23} - \frac{a_{33}+a_{13}}{2}\Big)(s_{33}+s_{13}) + \Big(a_{21} - \frac{a_{31}+a_{11}}{2}\Big)(s_{13}+s_{11}) - a_{55}\,s_{55}\Big\} \end{aligned}$$

und für Platte 3):

$$\text{98)}\quad \begin{aligned} \overline{\varDelta}_3 = \frac{L n_m^3 p}{4\lambda v^2}\Big\{&\Big(a_{33} - \frac{a_{23}+a_{13}}{2}\Big)(s_{13}+s_{23}) \\ &+ \Big(a_{31} - \frac{a_{11}+a_{21}}{2}\Big)(s_{11}+s_{12}) + \Big(a_{32} - \frac{a_{12}+a_{22}}{2}\Big)(s_{12}+s_{22}) - a_{66}\,s_{66}\Big\}. \end{aligned}$$

Für n_m kann überall mit hinreichender Annäherung derselbe mittlere Werth, etwa n_y^0, gesetzt werden, ebenso im Folgenden. —

Für den Druck p parallel der X^0-Axe ergiebt sich:

$$\begin{aligned} B_{11} - \omega_x^{0^2} &= -p\{a_{11}s_{11} + a_{12}s_{12} + a_{13}s_{13}\}, \\ B_{22} - \omega_y^{0^2} &= -p\{a_{21}s_{11} + a_{22}s_{12} + a_{23}s_{13}\}, \\ B_{33} - \omega_z^{0^2} &= -p\{a_{31}s_{11} + a_{32}s_{12} + a_{33}s_{13}\}. \end{aligned}$$

B_{23}, B_{31}, B_{12} sind $=0$, und daher $\sqrt{B_{11}}$, $\sqrt{B_{22}}$, $\sqrt{B_{33}}$ direct die neuen Werthe der Hauptlichtgeschwindigkeiten.

Behalten ω_1 und ω_2 die frühere Bedeutung, so wird daher

$$\begin{aligned} &\text{für die Richtung } Y^0: \ \omega_2^2 - \omega_1^2 - (\omega_2^{0^2} - \omega_1^{0^2}) = B_{11} - B_{33} - (\omega_x^{0^2} - \omega_z^{0^2}), \\ &\ \ ,, \quad ,, \quad ,, \quad Z^0: \ \omega_2^2 - \omega_1^2 - (\omega_2^{0^2} - \omega_1^{0^2}) = B_{11} - B_{22} - (\omega_x^{0^2} - \omega_y^{0^2}), \end{aligned}$$

und die in diesen Richtungen beobachteten Gangunterschiede, welche mit zwei Indices bezeichnet werden sollen, deren erster die Druckrichtung und deren zweiter die Beobachtungsrichtung angiebt, werden durch folgende Ausdrücke dargestellt:

$$99)\qquad \bar{\Delta}_{12} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2}\left\{(a_{31}-a_{11})s_{11}+(a_{32}-a_{12})s_{12}+(a_{33}-a_{13})s_{13}\right\},$$

$$100)\qquad \bar{\Delta}_{13} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2}\left\{(a_{21}-a_{11})s_{11}+(a_{22}-a_{12})s_{12}+(a_{23}-a_{13})s_{13}\right\}.$$

Ganz analog ergiebt sich für die Druckrichtung Y^0 und Beobachtungsrichtung Z^0 bezw. X^0:

$$101)\qquad \bar{\Delta}_{23} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2}\left\{(a_{11}-a_{21})s_{12}+(a_{12}-a_{22})s_{22}+(a_{13}-a_{23})s_{23}\right\},$$

$$102)\qquad \bar{\Delta}_{21} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2}\left\{(a_{31}-a_{21})s_{12}+(a_{32}-a_{22})s_{22}+(a_{33}-a_{23})s_{23}\right\},$$

und für die Druckrichtung Z^0 und Beobachtungsrichtung X^0 bezw. Y^0:

$$103)\qquad \bar{\Delta}_{31} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2}\left\{(a_{21}-a_{31})s_{13}+(a_{22}-a_{32})s_{23}+(a_{23}-a_{33})s_{33}\right\},$$

$$104)\qquad \bar{\Delta}_{32} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2}\left\{(a_{11}-a_{31})s_{13}+(a_{12}-a_{32})s_{23}+(a_{13}-a_{33})s_{33}\right\}.$$

Die Grössen $\bar{\Delta}$ stehen zu den am Compensator abgelesenen Schraubenumdrehungen Δ in der Beziehung: $23{,}8\,\bar{\Delta} = -\Delta$, da der Compensatorspalt wie gewöhnlich parallel zur Druckrichtung war und Na-Licht angewendet wurde.

Bezeichnet man noch die durch Lp dividirten, also auf die Weglänge von 1 mm und den Druck von 1 g pro mm² bezogenen Grössen $\bar{\Delta}$ mit $\bar{\bar{\Delta}}$, so ist $\bar{\bar{\Delta}} = -\frac{\Delta}{23{,}8}\,\frac{B}{P}$, wo P die Gesammtbelastung der Platte, B deren Breite (d. h. die Kantenlänge senkrecht zur Beobachtungs- und Druckrichtung) bezeichnet. Dann lassen sich aus den Ausdrücken 96) bis 104) die nachstehenden Formeln zur Berechnung der $a_{kk}\,s_{kk}$ ableiten:

$$105)\qquad \left|\begin{aligned}
\frac{a_{44}s_{44}}{v^2} &= \frac{2\lambda}{n_m^3}\left\{\bar{\bar{\Delta}}_{23}+\bar{\bar{\Delta}}_{32}-\tfrac{1}{2}(\bar{\bar{\Delta}}_{31}+\bar{\bar{\Delta}}_{21})-2\bar{\bar{\Delta}}_{1}\right\},\\
\frac{a_{55}s_{55}}{v^2} &= \frac{2\lambda}{n_m^3}\left\{\bar{\bar{\Delta}}_{31}+\bar{\bar{\Delta}}_{13}-\tfrac{1}{2}(\bar{\bar{\Delta}}_{32}+\bar{\bar{\Delta}}_{12})-2\bar{\bar{\Delta}}_{2}\right\},\\
\frac{a_{66}s_{66}}{v^2} &= \frac{2\lambda}{n_m^3}\left\{\bar{\bar{\Delta}}_{12}+\bar{\bar{\Delta}}_{21}-\tfrac{1}{2}(\bar{\bar{\Delta}}_{13}+\bar{\bar{\Delta}}_{23})-2\bar{\bar{\Delta}}_{3}\right\},
\end{aligned}\right.$$

worin rechts lauter durch die Beobachtungen bekannte Grössen stehen. Demnach

können a_{44}, a_{55}, a_{66} bis auf die unbekannten Factoren s_{44}, s_{55}, s_{66} gefunden werden, welche aber gemäss ihrer Bedeutung als Torsionsmoduln jedenfalls positive Werthe haben.

b. Resultate.

Die Versuchsanordnung war dieselbe wie bei den früheren piëzooptischen Untersuchungen (vergl. S. 79). Zur Ausgleichung des Druckes, der mittelst des am Ende mit $Q =$ ca. 500 bis 1500 g belasteten Hebels auf die Platte ausgeübt wurde, dienten Bleiplatten, die aber nur wenig eingedrückt wurden, sodass der Druck bei der starken Krümmung der Schmalseiten mancher Platten doch oft ungleichmässig vertheilt war. Wenn die Breitseite senkrecht zur Beobachtungsrichtung (also parallel zum Hebel) stand, wurde daher die Verzögerung an mehreren Stellen der Platte (in der Nähe des linken und rechten Randes: l. Rd. und r. Rd., und in der Mitte: M) beobachtet. Auf den Schmalseiten jedoch war meist nur in der Mitte der Compensatorstreifen zur Einstellung deutlich genug, und auch da wurde eine genaue Einstellung oft dadurch erschwert, dass der Streifen schief gegen den Spalt verlief. In den Fällen, wo die Beobachtungsrichtung unter 45° gegen die Symmetrieaxen geneigt war, entstanden ausserdem leicht Fehler durch eine geringe Neigung der Platte nach vorn oder hinten, welche in diesen Fällen eine erhebliche Aenderung des Gangunterschiedes in der Beobachtungsrichtung zur Folge hat. Diese Aenderung konnte hier nicht, wie beim Quarz, vermittelst einer zweiten, in symmetrischer Lage vor die erste gestellten Platte compensirt werden, da keine dazu geeigneten Platten vorhanden waren. Es wurde daher versucht, jenen Fehler dadurch zu eliminiren, dass bei verschiedener Aufstellung der Platte beobachtet wurde, wobei ja die Neigung vermuthlich verschieden ausfiel und es sich also zeigen musste, ob sie grossen Einfluss hatte; auch wurde darauf geachtet, dass der Hebel möglichst wenig seitlich ausweichen konnte, worin sonst der Hauptgrund zu jener schädlichen Neigung der Platte beim Belasten liegt.

Druck ‖ X^0, beobachtet ‖ Y^0.

Platte 5b, Breitseite. ($B = 7{,}55$ mm.)

Q	l. Rd.		M.		r. Rd.	Mittelwerth v. Δ_{12}	$\bar{\bar{\Delta}}_{12}$
944	−0,85		−0,85		−0,65	−0,78	$+6{,}44\cdot10^{-5}$
1485	−1,06		−1,02		−1,12	−1,07	
	−1,10	−1,03	−0,85	−0,95	−1,20	−1,03	$+5{,}46\cdot10^{-5}$
	−1,17		−1,05		−0,83	−1,02	

Gesammtmittel, wenn man die Beobachtungen bei grösserem Q mit dreifachem Gewicht rechnet:

$$\bar{\bar{\Delta}}_{12} = +5{,}70\cdot10^{-5}.$$

Druck ∥ X^0, beobachtet ∥ Z^0.

Platte 5b, Schmalseite. ($B = 4,0$ mm.)

Q	$\varDelta_{13}$	$\overline{\overline{\varDelta}}_{13}$
472	− 0,85 (bei 2 verschiedenen Aufstellungen)	$+ 7,42 \cdot 10^{-5}$
1485	− 2,20 − 2,40 − 2,23	$+ 6,35 . 10^{-5}$

Platte 5a, Schmalseite. ($B = 3,55$ mm.)

$Q = 1485$. $\varDelta_{13} = -2,35$ (zweimal beob.) $\overline{\overline{\varDelta}}_{13} = +5,8 \cdot 10^{-5}$.

Zusammen $\overline{\overline{\varDelta}}_{13} = +\mathbf{6,5} \cdot \mathbf{10^{-5}}$.

Druck ∥ Y^0, beobachtet X^0.

Platte 4. Breitseite. ($B = 8,53$ mm.)

Q	l. Rd.	M.	r. Rd.	$\varDelta_{21}$	$\overline{\overline{\varDelta}}_{21}$
944	− 0,77	− 0,73	− 0,75	− 0,75	$+ 7,00 \cdot 10^{-5}$
1485	− 1,22 − 1,10	− 1,05 − 1,12	− 1,08 − 1,15	− 1,117 − 1,123	$+ 6,64 \cdot 10^{-5}$

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\varDelta}}_{21} = +\mathbf{6,76} \cdot \mathbf{10^{-5}}$.

Druck ∥ Y^0, beobachtet ∥ Z^0.

Platte 4, Schmalseite. ($B = 3,17$ mm.)

Q	$\varDelta_{23}$	$\overline{\overline{\varDelta}}_{23}$
472	− 0,90	$+ 6,26 \cdot 10^{-5}$
944	− 1,90	$+ 6,60 . 10^{-5}$
1485	− 2,95 − 3,00	$+ 6,56 . 10^{-5}$

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\varDelta}}_{23} = +\mathbf{6,52} \cdot \mathbf{10^{-5}}$.

Druck ∥ Z^0, beobachtet ∥ X^0.

Platte 4, Breitseite. ($B = 8,53$ mm.)

Q	l. Rd.	M.	r. Rd.	$\varDelta_{31}$	$\overline{\overline{\varDelta}}_{31}$
944	− 0,22	− 0,22	− 0,22	− 0,22	$+ 2,05 . 10^{-5}$
1485	− 0,28 − 0,32	− 0,30 − 0,34	− 0,33 − 0,30	− 0,30 − 0,32	$+ 1,85 \cdot 10^{-5}$

Platte 5b, Schmalseite.

Q	$\varDelta_{31}$	$\overline{\overline{\varDelta}}_{31}$	
944	− 0,59	$+ 2,58 \cdot 10^{-5}$	$2,12 \cdot 10^{-5}$
1485	− 0,60	$+ 1,66 . 10^{-5}$	

Platte 5a, Schmalseite.

Q	$\varDelta_{31}$	$\overline{\overline{\varDelta}}_{31}$
1485	− 0,89	$+ 2,20 \cdot 10^{-5}$

Gesammtmittel $\overline{\overline{\varDelta}}_{31} = +\mathbf{2,05} \cdot \mathbf{10^{-5}}$.

Druck ∥ Z^0, beobachtet ∥ Y^0.

Platte 4, Schmalseite.

$$Q = 944, \quad \Delta_{32} = -1{,}40, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{32} = +4{,}86 \cdot 10^{-5}.$$

Platte 5b, Breitseite. ($B = 7{,}25$ mm.)

Q	l. Rd.	M.	r. Rd.	Δ_{32}	$\overline{\overline{\Delta}}_{32}$
1485	−1,20	−0,96	−0,70	−0,95	$+4{,}8 \cdot 10^{-5}$
	(−1,05	−1,00	−1,26	−1,10)	
	−0,90	−0,95	−0,97	−0,94	
	(−0,68	−0,75	−0,95	−0,79)	
944		−0,67			$+5{,}35 \cdot 10^{-5}$
		−0,65			

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\Delta}}_{32} = +\mathbf{5{,}0 \cdot 10^{-5}}$.

Druck- und Beobachtungsrichtung ∥ den Halbirungslinien der Winkel zwischen Y^0 und Z^0.

Platte 1a, Schmalseite. ($B = 3{,}35$ mm.)

Q	1te Druckrichtung	2te Druckrichtung	Δ_1 im Mittel	$\overline{\overline{\Delta}}_1$
944	−1,35	−1,30	−1,316	$+4{,}83 \cdot 10^{-5}$
	−1,30	−1,315		
1005	−1,35	−1,38	−1,375	$+4{,}75 \cdot 10^{-5}$
1485	−1,95	−2,00	−1,975	$+4{,}60 \cdot 10^{-5}$

Platte 1b, Schmalseite. ($B = 2{,}8$ mm.)

$$Q = 944 \left\{ \begin{array}{l} \text{1. Druckrichtung: } \Delta_1 = -1{,}47 \\ \text{2. \quad ,, \quad ,, \quad } \Delta_1 = -1{,}55 \end{array} \right\} -1{,}51. \quad \overline{\overline{\Delta}}_1 = +4{,}63 \cdot 10^{-5},$$

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\Delta}}_1 = +\mathbf{4{,}73 \cdot 10^{-5}}$.

Druck- und Beobachtungsrichtung ∥ den Halbirungslinien der Winkel zwischen Z^0 und X^0.

Platte 2b, Schmalseite. ($B = 4{,}02$ mm.)

Q	Druckrichtung +45°.	Druckrichtung −45°.
944	$\Delta_2 = +0{,}20$ bis 0,40	ca. +0,30
1485		+0,40

Bei mehrfacher Wiederholung der Versuche mit der Belastung $Q = 1485$ g wurden bei beiden Druckrichtungen sehr kleine, überwiegend positive Werthe

von Δ_2, die höchstens $+0{,}55$ erreichten, und nur einmal ganz kleine negative Werthe beobachtet. Diese Unterschiede rührten wahrscheinlich von kleinen Neigungen der Platte beim Comprimiren her. Meist war die Aenderung bei guter Aufstellung so klein, dass sie überhaupt kaum messbar war. Es mag als wahrscheinlicher Werth $+0{,}40$ für 1500 g angenommen werden, woraus folgt

$$\bar{\bar{\Delta}}_2 = -1{,}1 \cdot 10^{-5}.$$

Druck- und Beobachtungsrichtung ‖ den Halbirungslinien der Winkel zwischen X^0 und Y^0.

Platte 3, Schmalseiten. ($B = 3{,}20$ mm.)

Q	1te Druckrichtung	2te Druckrichtung	Δ_3 im Mittel.	$\bar{\bar{\Delta}}_3$
944	−1,52	−1,60	−1,56	$+5{,}39 \cdot 10^{-5}$
	−1,45	−1,59	−1,52	
1485	−2,33	−2,45	−2,39	$+5{,}32 \cdot 10^{-5}$

Gesammtmittel: $\bar{\bar{\Delta}}_3 = +5{,}36 \cdot 10^{-5}$.

Es haben sich also schliesslich folgende durchschnittliche Werthe der Grössen $\bar{\bar{\Delta}}$ ergeben:

$$\bar{\bar{\Delta}}_{23} = +6{,}52 \cdot 10^{-5}, \quad \bar{\bar{\Delta}}_{31} = +2{,}05 \cdot 10^{-5}, \quad \bar{\bar{\Delta}}_{12} = +5{,}70 \cdot 10^{-5},$$
$$\bar{\bar{\Delta}}_{32} = +5{,}0 \cdot 10^{-5}, \quad \bar{\bar{\Delta}}_{13} = +6{,}5 \cdot 10^{-5}, \quad \bar{\bar{\Delta}}_{21} = +6{,}76 \cdot 10^{-5},$$
$$\bar{\bar{\Delta}}_{1} = +4{,}73 \cdot 10^{-5}, \quad \bar{\bar{\Delta}}_{2} = -1{,}1 \cdot 10^{-5}, \quad \bar{\bar{\Delta}}_{3} = +5{,}36 \cdot 10^{-5},$$

und durch Einsetzung derselben in die Formeln 105) folgt:

$$\frac{a_{44} s_{44}}{v^2} = \frac{2\lambda}{n_m^3} \{11{,}52 - 4{,}4 - 9{,}5\} \cdot 10^{-5} = -2{,}4 \cdot \frac{2\lambda}{n_m^3} \cdot 10^{-5},$$
$$\frac{a_{55} s_{55}}{v^2} = \frac{2\lambda}{n_m^3} \{8{,}55 - 5{,}35 + 2{,}2\} \cdot 10^{-5} = +5{,}4 \cdot \frac{2\lambda}{n_m^3} \cdot 10^{-5},$$
$$\frac{a_{66} s_{66}}{v^2} = \frac{2\lambda}{n_m^3} \{12{,}46 - 6{,}51 - 10{,}71\} \cdot 10^{-5} = -4{,}8 \cdot \frac{2\lambda}{n_m^3} \cdot 10^{-5}.$$

Setzt man nun für n_m in allen drei Fällen den Werth 1,493, ferner $\lambda = 589 \cdot 10^{-6}$ ein, so erhält man für die piëzooptischen Constanten $\frac{a_{hh}}{v^2}$ für Natriumlicht die nachstehenden Werthe:

$$\frac{a_{44}}{v^2} = -\mathbf{0{,}85}\cdot\frac{10^{-8}}{s_{44}},$$
$$\frac{a_{55}}{v^2} = +\mathbf{1{,}9}\cdot\frac{10^{-8}}{s_{55}},$$
$$\frac{a_{66}}{v^2} = -\mathbf{1{,}7}\cdot\frac{10^{-8}}{s_{66}}.$$

Diese Werthe unterliegen allerdings einer grossen Unsicherheit, weil sie aus je fünf Grössen, deren jede nur ziemlich ungenau bestimmt werden konnte, abgeleitet sind. Die Extreme, welche man durch Combination der grössten und kleinsten Werthe $\overline{\overline{\varDelta}}$ ungünstigsten Falls erhalten könnte, sind:

für $\frac{a_{44}s_{44}}{v^2}\cdot 10^8$: $-0{,}46$ und $-1{,}16$,

„ $\frac{a_{55}s_{55}}{v^2}\cdot 10^8$: $+0{,}5$ und $+2{,}8$,

„ $\frac{a_{66}s_{66}}{v^2}\cdot 10^8$: $-1{,}0$ und $-2{,}1$,

sodass also wenigstens die Vorzeichen, welche zugleich diejenigen der a_{hh} selbst sind, als sicher festgestellt gelten dürfen. Die absoluten Werthe der a_{hh} selbst, auf die es uns schliesslich ankommt, können ja überdies gegenwärtig nicht berechnet werden, da die Torsionsmoduln s_{hh} nicht bekannt sind. Um wenigstens ihre Grössenordnung abzuschätzen, wird man für letztere etwa einen Werth annehmen können, wie er für andere Salze gefunden ist. Nach den Bestimmungen von Herrn Voigt ist für

	Steinsalz	Sylvin	Natriumchlorat
$s_{44}\cdot 10^8 =$	$+77$	$+153$	$+82.$

Man kann also wohl annehmen, dass die Werthe a_{hh} etwa $\frac{1}{100}$ der oben bestimmten $a_{hh}s_{hh}\cdot 10^8$ betragen werden, und dies ist auch die Grössenordnung der für mehrere regulär krystallisirende Salze früher von mir gefundenen Grössen a_{44}; es ist nämlich:

	für Steinsalz	Sylvin	Flussspath	Natriumchlorat
$\frac{a_{44}}{v^2} =$	$-0{,}0108$	$-0{,}028$	$+0{,}023$	$-0{,}020.$

Bemerkenswerth ist das positive Vorzeichen der piëzooptischen Constante a_{55} des Seignettesalzes im Gegensatz zu dem (gewissermaassen normalen) negativen der beiden anderen.

§ 6. Schlussfolgerungen aus den Beobachtungsresultaten für Seignettesalz.

Wir wollen nun sehen, was sich aus den gewonnenen Resultaten über die Frage der Gleichheit der e_{hk} und e'_{hk} schliessen lässt, d. h. über die Gültigkeit

der Annahme, dass die optische Wirkung des elektrischen Feldes lediglich aus der Deformation des Krystalles so berechnet werden könne, als ob dieselbe mechanisch erzeugt wäre.

Wir haben erhalten

$$\delta_{14} = +340 \cdot 10^{-8} \text{ bis } +1180 \cdot 10^{-8}, \quad \delta_{25} = -165 \cdot 10^{-8}, \quad \delta_{36} = +35{,}4 \cdot 10^{-8};$$

folglich wird nach 91) bei Benutzung der am Schlusse von § 5 gefundenen Mittelwerthe der $\frac{a_{hh} s_{hh}}{v^2}$:

$$\frac{e'_{41} \varkappa_1}{v^2} = -290 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{44}} \text{ bis } -1000 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{44}},$$

$$\frac{e'_{52} \varkappa_2}{v^2} = -314 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{55}},$$

$$\frac{e'_{63} \varkappa_3}{v^2} = -60 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{66}}.$$

Dagegen ergaben die directen Beobachtungen:

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} = -5 \cdot 10^{-8} \text{ bis } -17 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{e_{52} \varkappa_2}{v^2} = -5{,}07 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{e_{63} \varkappa_3}{v^2} = +0{,}95 \cdot 10^{-8}.$$

Bei e_{41} und e'_{41}, sowie bei e_{52} und e'_{52} stimmt das Vorzeichen überein. Die absolute Grösse ist bei $e_{41} \varkappa_1$ und $e'_{41} \varkappa_1$ in zu weiten Grenzen unbestimmt geblieben, als dass sich aus ihr etwas schliessen liesse; bei e_{52} und e'_{52} würde sie übereinstimmen, wenn der Torsionsmodul $s_{55} = 61{,}8 \cdot 10^{-8}$ wäre, welcher Werth im Vergleich zu den oben mitgetheilten für andere Salze allerdings kleiner erscheint, als man vermuthen würde, aber noch nicht so unwahrscheinlich ist, dass man auf eine thatsächliche Verschiedenheit von e_{52} und e'_{52} schliessen dürfte. Anders liegt die Sache bei e_{63} und e'_{63}, denn hier sind die Vorzeichen verschieden, man kann also, ohne den Werth von s_{66} zu kennen, den Schluss ziehen, dass eine dielektrische Polarisation parallel der c-Axe in anderer Weise auf das optische Verhalten einwirkt, als nur durch Vermittelung der mit ihr verbundenen Deformation des Krystalles. Doch ist dieses Resultat hier nicht ganz so sicher wie beim Quarz und Natriumchlorat, weil die optischen Beobachtungen, aus welchen in § 3 der Werth von $\frac{e_{63} \varkappa_3}{v^2}$ abgeleitet wurde, sehr kleine und schwer genau messbare Aenderungen betrafen. Sollte es später gelingen, den Torsionsmodul s_{55} des Seignettesalzes zu bestimmen, so würden die oben gefundenen Werthe von e_{52} und e'_{52} sich vielleicht noch besser zur Entscheidung der aufgeworfenen Frage eignen.

Endlich sei noch einmal hervorgehoben, dass dielektrische Polarisation parallel der a-Axe auch von einer starken, sich mit dem Elektrisirungssinne nicht umkehrenden Aenderung der Doppelbrechung begleitet ist, welche kaum durch eine entsprechende Deformation erklärbar erscheint und somit ebenfalls auf eine directe optische Wirkung des elektrischen Feldes hindeutet. —

Insgesammt führen die Resultate der vorliegenden Arbeit dazu, die zu Anfang (S. 2) gestellte Frage dahin zu beantworten, dass elektrostatische Kräfte einen directen Einfluss auf die Lichtbewegung in piezoelektrischen Krystallen ausüben.

205

Inhaltsübersicht.

206

Zoologische Miscellen

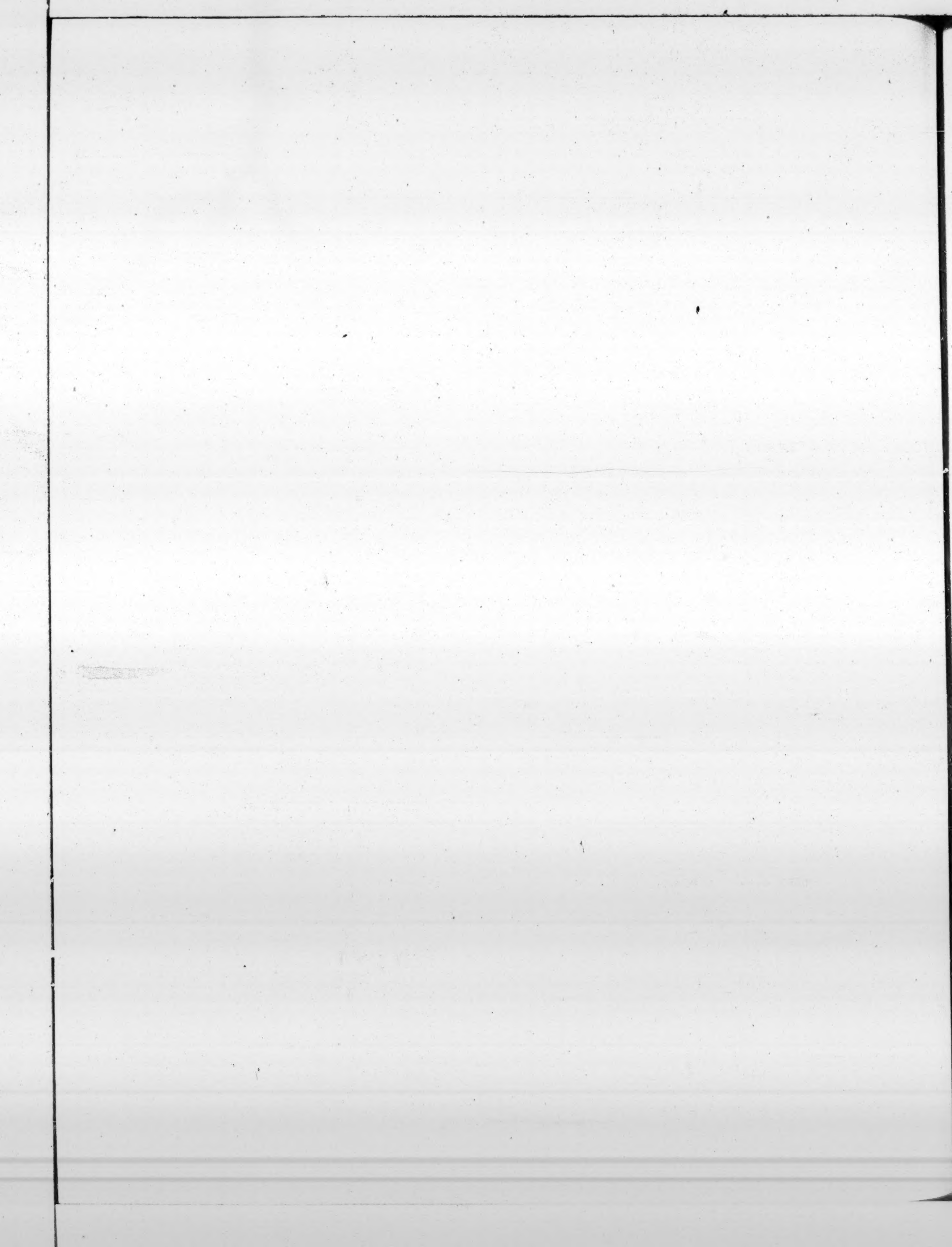
I.

Von

E. Ehlers.

1. Der Processus xiphoideus und seine Muskulatur von Manis macrura Erxl. und Manis tricuspis Sundev.
   Mit Tafel I und II.
2. Die Schnabelbildung von Heteralocha acutirostris (Gould).
   Mit 7 Textfiguren.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 13. Februar 1894).



Der Processus xiphoideus und seine Muskulatur von Manis macrura Erxl. und Manis tricuspis Sundev.

Mit Taf. I und II.

Die eigenartige Bildung und Lagerung, welche bei africanischen Manis-Arten der processus xiphoideus des Brustbeins besitzt, ist seit der ersten Beschreibung, die v. Klein[1]) davon im Jahre 1856 gegeben hat, im Allgemeinen wohl bekannt gewesen. Für die Morphologie des Säugethierskelettes und damit für verwandtschaftliche Beziehungen zwischen Säugern, insbesondere Edentaten und niedriger stehenden Wirbelthieren schien diese Bildung aber von besonderer Bedeutung zu sein, als Parker[2]) dieses Xiphosternum africanischer Maniden auf Abdominalrippen zurückführte und mit dieser Auffassung einigen Beifall fand.

Als ich bei Erwerbungen für die Sammlung des zool. zoot. Instituts der Universität Göttingen auch in den Besitz einer in Weingeist conservirten, leider der Baucheingeweide beraubten Manis gekommen war, sah ich, dass die Parkersche Deutung auf schwachen Füssen stehe, und in der Voraussetzung, dass ohne die genauere Kenntnis der am processus xiphoideus befindlichen Muskulatur dessen Verständnis nicht sicher zu erlangen sei, ging ich an einem zunächst unzulänglichen Material, das ich zu ergänzen hoffte, an dessen Untersuchung.

Da erschienen die Beiträge zur Anatomie und Entwicklung des Genus Manis von Max Weber[3]). In ihnen wurde auf Grund einer vergleichenden

---

1) v. Klein, Apparat zur Bewegung der Zunge bei Manis longicaudata (Shaw.), Würtemberg. naturw. Jahreshefte XII, 1856, pg. 96, pg. 566.

Zu vergleichen auch: Focillon, Revue et Magasin de Zoologie 1850, Nr. 9 pg. 29 de l'extrait. P. Gervais, Nouv. archiv. du Mus. d'hist. nat. de Paris. T. V. Mémoire sur les formes cérébrales propres aux Edentés pg. 20.

2) W. Kitchen-Parker, A Monograph of the structure and development of the Shouldergirdle and Sternum of the Vertebrata. London (Ray Society) 1868, pg. 202.

3) Max Weber, Zoologische Ergebnisse einer Reise in Niederländisch Ost-Indien. Bd. 2, Leiden 1891, pg. 79.

Osteologie die Parkersche Meinung von dem Zusammenhange des Xiphosternum mit Abdominalrippen völlig zutreffend zurückgewiesen; die besondere Gestaltung des Brustbeinfortsatzes mit der Entwicklung der Musculi sternoglossi in Verbindung gebracht und der Unterschied der africanischen und asiatischen Manis-Arten in diesem Punkte hervorgehoben. M. Weber hat dagegen die richtig mit dem Processus xiphoideus in Verbindung gesetzte Muskulatur keiner besonderen Untersuchung unterworfen, und da es mir mittlerweile gelungen ist, deren eigenthümliches Verhalten einigermaassen aufzuklären, so dürfte eine Mittheilung meiner hierauf bezüglichen Befunde zur Klarstellung der Verhältnisse nach einer Seite hin beitragen.

Den Herren Professoren Max Weber in Amsterdam, Hubrecht in Utrecht und Kraepelin in Hamburg bin ich zu Dank verpflichtet, dass sie mir in Weingeist aufbewahrte Manis für die Untersuchung zur Verfügung stellten oder abtraten, und damit das Material, welches mir aus der Sammlung des hiesigen zoologisch-zootomischen Institutes zu Gebot stand, so erweiterten, dass meine Untersuchungen einigen Erfolg bringen konnten. Für abgeschlossen halte ich selbst sie nicht; reicheres Material wird noch manche anatomische Einzelheiten klar zu legen gestatten.

Der Anblick, welchen an den in Weingeist conservirten Thieren die Gesammtheit des Brustbeinfortsatzes bot, war je nach dem Erhaltungszustande verschieden, bietet darin aber einiges Interesse. Bei dem jüngeren Exemplare von Manis macrura Erxl., dessen Bauchhöhle entleert war, erstreckte sich der processus xiphoideus frei vom hintern Ende des Brustbeinkörpers bis auf die Höhe der Schambeinsymphyse und war dabei in solcher Weise schraubenartig gedreht, dass eine völlige Gradstreckung ausgeschlossen schien, wenn nicht Brüche oder Zerreissungen an ihm eintreten sollten. Leicht war es dagegen ihm eine solche Lage zu geben, die annähernd der normalen im Leben vorhandenen entsprach.

Diese, die schon von v. Klein und M. Weber beschrieben ist, besteht darin, dass der Brustbeinfortsatz von der Mitte des hinteren Randes des Brustkorbes über das Zwerchfell hinaus in den Bereich der Bauchhöhle eintritt, ausserhalb des Peritonaeums auf der Innenfläche der Bauchwand liegt, hier anfänglich in der Medianlinie, dann rechts vom ligamentam suspensorium hepatis nach rückwärts läuft und ehe er auf die Höhe des oberen Beckenrandes kommt mit einem nach vorn geöffneten Bogen rechts zur Seite ausweicht, und nun mit der Endstrecke so weit nach vorn zieht, dass deren Ende in der rechten Körperhälfte hinter der Hinterfläche der Leber auf den hinteren Rippen ruht, welche an der Begrenzung des vorderen Theiles der Bauchhöhle theil nehmen. (Taf. I Fig. 10). Es bildet danach der Brustbeinfortsatz auf der Innenfläche der Bauchdecken ausserhalb des Peritonaeums mit seiner rücklaufenden Endstrecke einen grossen bogenförmigen Haken mit einer nach vorn sehenden Concavität. Drängt man in der geöffneten Leibeshöhle die Eingeweide, besonders die Darmschlingen

zur Seite, so sieht man den derartig gekrümmten Brustbeinfortsatz durch die peritoneale Bekleidung der Bauchdecken durchschimmern und mehr oder minder stark, je nach dem Zuge, den man auf die Bauchdecken wirken lässt, wulstig vorspringen. Offenbar ist er dabei nicht völlig festgehalten, sondern besitzt eine gewisse Beweglichkeit, mit welcher es zusammenfällt, dass das ihn deckende Peritonaeum Verschiebungen und Faltenbildungen gestattet.

Aus seiner natürlichen Lage und Verbindung lässt sich der Apparat des Brustbeinfortsatzes leicht herauslösen, wenn man den ihn deckenden peritonealen Ueberzug spaltet. Man erhält dann die Vorstellung, dass er zwischen diesem und der Bauchdecke wie in einer Scheide liege, an deren Wandungen er nur durch leichte Bindegewebszüge angeheftet sei.

Aus dieser Hülle herausgenommen erweist sich der Apparat als ein seiner Länge nach fast gleichmässig dicker derber Strang, der am Ende stumpf lanzettförmig ausläuft. Sein Breitendurchmesser ist grösser als die Dicke, die Fläche mit der er der Bauchdecke aufliegt, eben, die der Bauchhöhle zugewendete convex gewölbt, die ebene und gewölbte Fläche gehen mit zugeschärften Rändern in einander über. Der bei weitem grösste Theil der Oberfläche hat ein sehnig glänzendes Ansehen, auf den Rändern der ventralen Fläche laufen vom Brustbein kommend zwei unter der sehnigen Oberfläche hervorscheinende knorpelig glänzende, schlanke Stäbe, welche an der Endstrecke in der Tiefe des Apparates verschwinden; zwei ähnliche, doch weniger ausgeprägte Stäbe liegen auf der hinteren Hälfte der dorsalen Fläche, kommen aus der Tiefe des Endabschnittes hervor, treten unter die Oberfläche, nähern sich hier einander und enden getrennt von einander, oder sind durch ein Verbindungsstück vereinigt. Am lanzettförmig zugespitzten Endstück lässt die äussere, hier dünne membranöse Hülle deutliche Muskelbäuche hervortreten, welche die Ränder umfassend von jeder Seite her in der Mittellinie zusammenstossen.

Der Apparat setzt sich aus Skelettbestandtheilen und Muskulatur mit den dazu gehörenden Blutgefässen und Nerven zusammen.

Die Skelettheile gehören dem processus xiphoideus des Brustbeines an. Seine Beschreibung gebe ich zunächst nach einen im Rohskelett erhaltenen Stücke der Manis macrura Erxlb., welches die Sammlung von H. Dr. Büttikofer in Leyden erhielt; darin war der Brustbeinfortsatz grade gestreckt auf einen Stab gebunden und so mit einem Rest von Weichtheilen getrocknet; augenscheinlich völlig unverletzt. Das aufgestellte Skelett misst von der Schnauzenspitze bis zum vorderen Rande des Kreuzbeines mit dem Bandmaas längs der dorsalen Mittellinie der Wirbelsäule gemessen, 29,5 cm, vom Vorderrande des Kreuzbeins bis zur Schwanzspitze 69 cm.

Der Fortsatz (Taf. II Fig. 1) hat als Basis eine knöcherne Platte, deren 1,9 cm betragende Länge wenig hinter der halben Länge des aus sieben Stücken zusammengesetzten Brustbeines zurückbleibt; sie beginnt am hinteren Rande des die letzten Rippen aufnehmenden Brustbeinstückes mit einer dem gleich kommenden Breite, verschmälert sich weiterhin ein wenig, um auf der hinteren Hälfte

sich etwa auf die doppelte Breite auszudehnen; die ventrale Fläche der Platte ist schwach concav. Der hintere Rand ist in der Mitte concav ausgerandet; an seinen Ecken entspringen die langen schlanken Stäbe, welche dem ganzen Fortsatz die eigenthümliche Gestalt verleihen. Jeder dieser Stäbe geht in solcher Weise von dieser Ecke ab, dass die Linie des Aussenrandes von der knöchernen Platte ungebrochen auf die des Stabes übergeht, und die Stäbe würden sich unmittelbar als die continuirlichen Verlängerungen der Hinterecken der knöchernen Platte darstellen, wenn nicht durch das ungleiche Gewebe, aus denen die eine und die anderen bestehen, eine Grenze zwischen ihnen gekennzeichnet würde. Denn diese Stäbe sind von Knorpel gebildet, der streckenweise allerdings durch Kalkeinlagerungen in Härte und Färbung von dem übrigen Theile verschieden ist.

Jeder Stab, der bei 17 cm Länge gerade ausgestreckt nach hinten über die Symphyse des Beckens hinausragt, ist schlank, nimmt nach hinten wenig an Dicke ab, vorn im Allgemeinen drehrund und auf dem Querschnitt von der Kreisform zum Oval übergehend. In dieser künstlichen Streckung stehen beide Stäbe auf dem grössten Theil ihrer Länge um mehr, als die Breite des Brustbeines beträgt, von einander ab, ein Abstand, der die Entfernung beider von einander in der natürlichen Lagerung übertrifft. Die hinteren Enden der beiden Stäbe nähern sich einander und der Medianebene des Körpers mit einer Einwärtskrümmung, welche bei beiden ungleich, und im Allgemeinen offenbar variabel ist. Dabei verlieren die Stäbe ihre drehrunde Gestalt, nehmen an Dicke ab und an Breite zu und wandeln sich so zu schmalen dünnen Platten um, die hart aneinander rücken ohne jedoch zusammen zu stossen. Mit jedem dieser Endabschnitte hängt eine schmale lange Platte mit unregelmässig begrenzten Rändern zusammen; diese beiden Platten liegen in ihrem weiteren Verlauf in einer anderen Ebene als die Stäbe, von denen sie ausgehen, und zwar in dem gerade gebogenen Präparate höher, d. h. mehr dorsalwärts als diese. Beide Platten wenden sich von ihrer Anheftungsstelle an den Stäben medianwärts und nach vorn, kommen dabei fast zur Berührung mit einander, erstrecken sich nach vorn bis über die halbe Länge der Stäbe und vereinigen sich hier zu einem gemeinsamen kurzen zungenförmigen Fortsatz. Das Aussehen dieser Platten ist viel mehr hautartig als das der Stäbe, zumal da ihre Ränder unregelmässig verdünnt auslaufen, doch sind auch sie von Knorpel gebildet. Eine Vereinigung der beiden Platten im Vorderende kommt vielleicht nicht überall vor, in einem Exemplar, welches ich nicht weiter zerlegen konnte, schienen die Platten gesondert von einander auszulaufen.

Sind die Skelettheile hier in der unnatürlichen Lagerung beschrieben, welche durch ihre Streckung herbeigeführt wird und die in Figur 11 abgebildet ist, so erhält man eine Vorstellung von ihrem eigentlichen Verhalten, wenn man die hintere Strecke hakenförmig nach vorn und mit der Wendung nach rechts gebogen denkt, wie die Lagerung des ganzen Apparates an der Innenfläche der Bauchwand stattfindet. Dabei sind die Enden der rücklaufenden Platten durch die Dicke des ganzen Apparates von den Stäben getrennt und reichen an der

Concavität des bogenförmigen Hakens entlang ziehend mit ihrem Vorderende auf die Endstrecke der nach hinten laufenden Schenkel des Apparates; die hakenförmige Krümmung ist mit einer solchen Drehung verbunden, dass auf der Bauchdecke der rechte Stab und die rechte Platte im Endabschnitte höher als ihre Gegenstücke liegen (Taf. I Fig. 10).

Vervollständigt wird dieses Gerüst der Stäbe und Platten durch Häute, die sie unter einander verbinden. Von der Gabelung ab, an der die beiden Stäbe von der Basalplatte des Xiphosternum entspringen, ist zwischen ihnen eine sehnige Haut ausgespannt, die beide Stäbe zu einer Platte verbindet. Diese Haut ist in der vorderen Strecke derb und straff und hat das Aussehen einer sehnigen Platte mit eingeflochtenen vielfach durchkreuzten Fasern; weiter nach hinten nimmt sie an Stärke ab, ist aber in der ganzen Ausdehnung zwischen den Stäben zu verfolgen. In ähnlicher Weise ist zwischen den beiden Platten von ihrem Ursprunge bis zu ihrer Vereinigung eine Verbindungshaut gespannt. Ausserdem aber ist jede Platte mit dem zu ihr gehörenden Stabe in doppelter Weise häutig verbunden. Vom Aussenrande der Platte geht eine Haut um den Umfang der angelagerten Muskulatur zu dem äusseren Umfange des zu ihr gehörenden Stabes; diese Aussenhaut stellt zusammen mit den medianen Verbindungshäuten der Platten und Stäbe eine äussere scheidenartige Umfassung der Muskulatur dar. Zu ihnen gesellen sich, auf der Aussenfläche nicht sichtbar, Membranen, die in der Endstrecke des Apparates wie Septen zwischen der Muskulatur von Platte zum Stabe gespannt sind. Das Verhalten und die Bedeutung dieser Membranen ist später im Zusammenhang mit der Muskulatur erörtert.

Die Verbindung einer Muskulatur mit diesen Skelettheilen schliesst einen Apparat ab, zu dessen Endstrecke der Processus xiphoideus beiträgt. Der hakenförmig gekrümmte, in der Leibeshöhle liegende Brustbeinfortsatz steht durch die an ihm befindlichen, insbesondere muskulösen Weichtheile in unmittelbarem Zusammenhang mit einem derben cylindrischen Strang, der auf der inneren Fläche des Brustbeinkörpers und fest mit ihm verbunden durch das Mediastinum anticum und weiter über die obere Brustapertur hinaus zwischen und unterhalb der Muskeln des Halses über den Kehlkopf hinweg gegen den Boden der Mundhöhle läuft. Von dieser Gegend ab bis zum hinteren Ende des processus xiphoideus erscheint das ganze Gebilde als ein derber einheitlicher Strang (Taf. I Fig. 1). — An allen Exemplaren, die ich präparirt habe, ist etwa auf der Höhe des Kehlkopfeinganges, da wo der Strang hinter dem Boden der Mundhöhle frei geworden ist, seine sonst glatte Oberfläche durch einen grossen queren Spalt unterbrochen, aus dem bruchsackähnlich, ungleich weit eine wulstartig erscheinende, unregelmässig gefaltete Masse hervortritt, ein Stück der Zungenscheide mit der Zungenwurzel. — Die Anfangsstrecke des Stranges in der Halsregion zeigt auf der Oberfläche querlaufende Muskelfasern, diese nehmen nach hinten ab, indem sie auf schmaler werdende Streifen eingeengt werden, und neben diesen hat dann die Oberfläche, wie auf der Endstrecke ausschliesslich, eine glatte fascien- oder sehnenartige Oberfläche.

Dieser Strang besteht aus Muskeln, die in der Umgebung der Mundhöhle in ungleicher Weise entspringen, sich an der Bildung des Stranges ungleich betheiligen und zum Theil auf den processus xiphoideus hinübergreifen, um an diesem sich mittelbar oder unmittelbar anzuheften.

Die ganze Muskelmasse zerlegt sich in zwei Gruppen, in eine den Kern bildende axiale, von den längslaufenden Fasern der Musculi sternoglossi hergestellt, und in eine andere, die den Kern wie eine Scheide umgiebt. Die Muskelscheide bezeichne ich für die Zwecke der Beschreibung zunächst als einen Musculus glossovaginalis; seine morphologische Deutung und die Homologien seiner einzelnen Bestandtheile lasse ich nachher folgen. Er setzt sich aus ungleichen über einander gelagerten Schichten oder Blättern zusammen, in welchen Muskelfasern, die zu den axialen Längsmuskeln quer oder im spitzen Winkel laufen, sich mit bindegewebigen Platten, die die Rolle von Sehnen und Fascien spielen, zu Einheiten verbinden. Lockeres Bindegewebe verbindet diese Schichten untereinander. Ich fasse die Schichten für die Beschreibung in zwei Gruppen zusammen und sondere danach zunächst, wie es die anatomische Präparation ergiebt, einen Musculus glossovaginalis superficialis von einem Musculus glossovaginalis profundus.

Musculus glossovaginalis.

In der Beschreibung der ganzen Muskulatur möge der Musculus glossovaginalis superficialis vorangehen, wie sich seine Schichten bei der Präparation darstellen, die von der ventralen Fläche der Halsgegend aus in die Tiefe vordringt.

Entfernt man die Haut der Halsgegend mit dem Musculus subcutaneus colli und legt die grossen Unterkieferdrüsen zur Seite, so trifft man hier in der ventralen Halsfläche die oberflächliche Schicht der Scheidenmuskulatur, zu deren Verfolgung nach hinten die Wand des Brustkorbes zu öffnen ist, wo diese Schicht dann als äusserste Schicht des ganzen Muskelapparates gegen den Brustbeinfortsatz hin zu verfolgen ist. Der muskulöse Theil ist eine aus querlaufenden Fasern gebildete Platte, welche in der Halsgegend in ganzer Breite den ventralen Umfang des Muskelapparates deckt; löst man diesen aus seiner Verbindung mit dem Brustbein und Brustbeinfortsatz, so sieht man wie die muskulöse Platte nach hinten auf dem ventralen Umfange des Muskelstranges an Breite abnimmt, und derartig dreieckig zugespitzt ausläuft, dass sie auf dem vorderen Drittel des Brustbeinfortsatzes mit einer in der Sagittalebene liegenden Spitze endigt (Taf. I Fig. 10),

Diese Muskelplatte wird in der Halsregion in ungleicher Weise unterbrochen. Bei den von mir präparirten Stücken waren die Fasern etwa auf der Höhe des Kehlkopfes dadurch breit spaltförmig auseinandergedrängt, dass hier als ein unregelmässig gefalteter Wulst die von der Zunge gefüllte Zungenscheide sich bruchsackartig mit einer Schlinge hervordrängte. Dies Verhalten wird vermuthlich je nach der Lage der Zunge wechseln, vielleicht ein ganz vorübergehendes sein. Etwa auf gleicher Höhe wird diese Muskelschicht am seitlichen

Umfang jederseits dadurch unterbrochen, dass der Ausführungsgang der Unterkieferdrüse und etwas dahinter der Nervus hypoglossus und eine Arterie mit ihrer Vene durch Spalten hindurchbrechen, um unter der Muskelplatte in ungleicher Richtung weiter zu ziehen.

Diese Muskelplatte hat im Bereich der Kiefer und der vorderen Halsregion ungleiche Ursprünge. Die zwischen den Aesten des Unterkiefers quer verlaufenden den Boden der Mundhöhle bildenden Fasern entspringen auf den unteren Rändern der beiden Unterkieferäste und den daran zunächst anstossenden medianwärts gerichteten Abfall; so entsteht eine zwischen den beiden Kieferästen ausgespannte Muskelplatte. An deren hinteren Rand schliessen sich unmittelbar querlaufende Fasern an, die vom Seitenrande des lang ausgezogenen weichen Gaumens kommen. Diese Fasern bilden den Hauptantheil der Muskelfaserplatte, welche die medianen und die seitlichen Durchbrechungen trägt. In ihrem Bereich liegt jederseits auf der äusseren Fläche der Seitentheile ein schmales schlank dreieckiges Muskelbündel, welches im spitzen Winkel zu den queren Fasern der Platte von aussen und vorn, nach hinten und medianwärts gerichtet ist; dieses Bündel verfolgte ich lateralwärts bis zu seinem Ursprunge am vorderen und inneren Umfang der bulla tympanica; hier sass es mit schmaler Basis der Knochenfläche auf, zog dann in der bezeichneten Richtung sich kegelförmig zuspitzend, und heftete sich an die Muskelplatte da, wo der Nervus hypoglossus den seitlichen Umfang der Muskelscheide durchbricht. Descriptiv wird dieses Bündel als ein besonderer Kopf des M. glossovaginalis superficialis zu bezeichnen sein (Fig. 1 Glv. s. 1).

Hinter der Durchbruchspalte für den Austritt der Zungenscheide hat die Muskelfaserplatte des M. glossovaginalis superficialis keine Skeletursprünge mehr. Ihre querlaufenden Muskelfasern heften sich jederseits an eine Bindegewebsplatte und stellen mit dieser ein scheidenförmiges Rohr vor, welches auf dem ventralen Umfang muskulös ist, auf dem dorsalen Umfang von einer Bindegewebsplatte gebildet wird. Das ist die eigentliche Scheide des Musculus glossovaginalis, die sich von der Halsgegend über die im Innern des Brustkorbes und der Bauchhöhle gelegenen Abschnitte des ganzen Apparates erstreckt.

Spaltet man in diesem Bezirke dieses äussere Scheidenblatt in der Medianlinie, so lässt es sich ungehindert ausbreiten, und zeigt sich als eine continuirliche Platte aus querlaufenden Muskelfasern, welche durch einen bandartigen bindegewebigen Streifen in der dorsalen medianen Fläche vereinigt werden. Nach hinten zu erhält sich diese Bildung, während die Breite der muskulösen Platte ab, die der dorsalen bindegewebigen Platte an Breite zunimmt, bis etwa auf die halbe Länge des processus xiphoideus. Hier sind die Muskelfasern geschwunden, die Scheide ist im ganzen Umfange bindegewebig membranös. Noch weiter nach hinten verliert sie an Selbständigkeit und Stärke, indem sie sich auf die Oberfläche der hier zu Tage tretenden Musculi sternoglossi legt (Taf. I Fig. 5. 10). Auf dem proc. xiphoideus geht von der Membran, welche dessen Stäbe verbindet, eine mediane längslaufende Bindegewebslamelle an die äussere Oberfläche dieser Schicht wie ein Halteband.

Dieser Musculus glossovaginalis superficialis deckt und umscheidet die Schichten des Musculus glossovaginalis profundus. Deren unterscheide ich drei, eine äussere, mittlere und innere, welche alle an den Kieferästen an ungleichen Orten hintereinander muskulös entspringen, und in der Scheide der Musculi sternoglossi in ungleicher Weise in bindegewebige Blätter übergehen, welche nach der ihnen gegebenen Bezeichnung von aussen nach innen gegen die centralen Muskeln hin schichtweise auf einander folgen.

Die äussere Schicht, Stratum externum m. glossovaginalis profundi, entspringt mit einem zugespitzten Muskelbauche jederseits neben der Symphyse und an der vorderen Strecke der Innenfläche des Unterkiefers (Taf. I Fig. 3. 4. 10. Glv. p. 1); an einander stossend laufen die bandartig glatten Muskelbäuche allmählich an Breite zunehmend nach hinten bis sie vor der vortretenden Zungenscheide aus einander weichen, und rechts und links an dieser vorbei entlang ziehen: hinter dieser Durchbruchstelle der Zungenscheide legen sich die bandförmigen Muskeln nun völlig umscheidet von dem m. glossovaginalis superficialis in der ventralen Mittellinie wieder an einander und bilden so in der Halsgegend ein gemeinsames Muskelband; dieses nimmt nach hinten an Breite zu, indem zugleich die Fasern seiner Randtheile schräg dorsalwärts sich wenden. Damit breitet sich diese Muskelschicht mantelförmig über die centralwärts gelegenen Theile aus, und wird etwa auf der Höhe des vorderen Brusteinganges dadurch zu einer völligen Muskelscheide, dass die dorsalwärts convergirenden Ränder zusammentreten und ihre schräg nach hinten und dorsalwärts laufenden Fasern sich in einer medianen Nath, einer muskulösen Raphe, (Fig. 2. 3. 4) vereinigen. Von hier ab gehen auf dem ventralen Umfang die Muskelfasern in eine Sehnenplatte über, während auf dem dorsalen Umfange eine derbe Muskelplatte mit längslaufenden Fasern sich fortsetzt, beide zusammen eine Scheide bildend. Diese findet nach hinten ihr Ende dadurch, dass sie sich im Bereich der später zu erwähnenden vorderen sehnigen Inscription der Musculi sternoglossi so fest an deren Oberfläche heftet, dass hier eine Trennung von Schichten mit dem Scalpell unausführbar ist (Fig. 5). Am dorsalen Umfange verbindet längs der erwähnten Muskelnath eine längslaufende Bindegewebsplatte diese äussere Schicht des Muscul. glossovaginalis profundus mit der Innenfläche des M. glossovaginalis superficialis.

Als mittlere Schicht, Stratum medium m. glossovaginalis profundi, bezeichne ich zwei lange schmale Muskelbänder, welche hinter und über den Fasern der äusseren Schicht am Kiefer entspringen und auf ihnen in der Halsgegend nach rückwärts laufen, in der Medianlinie an einander stossend. Bald nach dem Eintritt in die Brusthöhle legen sie sich so fest an den hier sehnigen ventralen Theil der äusseren Schicht, dass sie von ihr nicht zu trennen sind, laufen dann mit ihr nach rückwärts soweit, bis sie sich an deren Insertion gemeinsam an der Oberfläche der M. sternoglossi anheften; ein höher noch gelegenes Längsbündel fand sich daneben selbständig in gleicher Richtung verlaufend und am gleichen Orte anheftend (Taf. I Fig. 3. 4. 5. Glv. p. 2).

Die dritte, innere Schicht, Stratum internum, m. glossovaginalis profundi, nimmt nach aussen gedeckt von den Längsfasern der mittleren Schicht ihren Ursprung jederseits am vorderen Theile eines Kieferastes als ein kegelförmiger Muskelbauch (Taf. I. Fig. 3. 4. Glv. p. 3). Dieser zieht medianwärts nach hinten, stösst dabei in der Medianlinie mit seinem Gegenstück auf dem Boden der Mundhöhle zusammen, und breitet sich zu einer Platte aus, die durch die vortretende Zungenscheide auseinander getrieben wird. Von hierab nehmen die Fasern jedes Muskels dann einen ungleichen Verlauf an. Ein Theil der Fasern, welche in jedem Muskel dem lateralen Rande angehören, zieht längslaufend an dem seitlichen Umfange der Falte der Zungenscheide vorbei nach hinten median- und ventralwärts gewendet; ein anderer medialer Theil — in Continuität mit den Randfasern — tritt dagegen in die Bildung einer Muskelplatte ein, welche am hinteren Abfall der Zungenscheide mit querem Verlauf gleichsam eine breite Schlinge um sie bildet (Fig. 3. 4). Die am seitlichen Umfange entlang laufenden Muskelfasern gesellen sich zu anderen längslaufenden, welche über dem ventralen Umfang des Stranges der Musculi sternoglossi entlang nach hinten laufen. Die Bildung der die hintere Wand der Zungenscheide umfassenden muskulösen Schlinge ist mir, bei dem unzulänglichen Material nicht ganz klar geworden; offenbar tritt ein Theil der von den Kiefern kommenden Muskelzüge mit wirklicher Umbiegung gegen die Medianlinie in die Bildung dieser Schleife ein, durchkreuzt sich dabei mit den Muskelfasern von der Gegenseite, und lenkt dann in die Längsmuskeln hinter der Zungenscheide ein (Taf. I. Fig. 10. Glv. p. 3). Aber es ist mir fraglich geblieben, ob nicht auch Faserzüge mit rein spangenförmigem Verlauf dieser Muskelschleife angehören und als circuläre wandständige Muskelfasern der Zungenscheide zu betrachten sind. — Die längslaufenden Faserzüge hinter dem Wulste der Zungenscheide verlieren sich, indem sie in Begleitung von Blutgefässen sich in schmale hintereinander gelegene vom Hauptzuge sich ablösende Bändchen auflösen und mit diesen in der ventralen Furche zwischen den Musculi sternoglossi in die Tiefe sich einsenken (Taf. I. Fig. 8).

Legt man die Gesammtheit der Muskuli glossovaginales zur Seite und damit die axialen Stränge der Musculi sternoglossi frei, so zeigt zwischen dem hinteren Ende der Zungenscheide und der ersten sehnigen Inscription deren Oberfläche eine Schicht von spangenförmigen Fasern, deren Richtung von der medianen ventralen Furche zur dorsalen läuft; ihre Ausdehnung nimmt auf dem hinteren Bezirk der Strecke ab. Diese Faserschicht scheint die Fortsetzung und Endigung der Fasern zu sein, welche von den Längsbündeln der tiefen Schicht des M. glossovaginalis in die ventrale Furche zwischen die beiden Musculi sternoglossi eintreten (Taf. I. Fig. 8. Stgl. x.).

Musculi sternoglossi.

Vom hintern Ende des Zungenkörpers gehen die beiden eng aneinander liegenden Musculi sternoglossi als ein von der Scheidenmuskulatur umfasster dicker cylindrischer Strang längslaufender Muskelfasern ab, und verlaufen von

hier, die Achse des gesammten Apparates bildend, bis an das hintere Ende des Processus xiphoideus. Auf seiner ventralen Mittellinie besitzt dieser Strang eine tiefe Längsfurche, in welche sich neben Gefässen und Nerven Muskelfasern, die aus der tiefsten Schicht der Scheidenmuskulatur stammen, einsenken, und die eine unmittelbare Berührung der beiden den Strang zusammensetzenden Muskeln verhindern. Eine ähnliche, doch nicht so tiefe mediane Furche läuft der ventralen entsprechend auf dem dorsalen Umfange; beide Furchen zusammen kennzeichnen die Trennung der beiden im axialen Strange zusammengefassten Musculi sternoglossi. In der dorsalen Furche habe ich in einem Falle eine Strecke weit ein schmales Muskelbändchen losgelöst von der Hauptmasse, doch ihr unmittelbar anliegend verlaufen sehen, glaube aber diesem Verhalten keine besondere Bedeutung beilegen zu müssen. — Diese Bildung behalten die Muskuli sternoglossi bei ihrem Verlauf durch die Brusthöhle hindurch bis etwa auf die Grenze von der vorderen zur hinteren Hälfte des processus xiphoideus. Hier tritt auf der Oberfläche des Muskelstranges eine scharfe eingedrückte quere Furche auf, die den Eindruck einer inscriptio tendinea macht, ohne dass ich die Anwesenheit einer Zwischensehne oder sehnigen Zwischenplatte mit dem Scalpell hätte sicher constatiren können. Die Furche läuft von der medianen ventralen Längsfurche quer mit einer Neigung nach vorn den Muskel jederseits umfassend gegen die dorsale Medianfurche und mündet in diese ein. Diese Ringfurche ist dadurch von Bedeutung, dass an ihr die äussere Schicht des tiefen Scheidenmuskels endigt (Taf. 1. Fig. 5).

Von hier läuft der Muskelstrang der beiden M. sternoglossi im Innern seiner Scheide fort, und lässt sich auf dieser Strecke von der ventralen Medianfurche aus leicht in zwei gleiche Hälften zerlegen (Fig. 5. Stg. m.). Jede von diesen stellt einen M. sternoglossus dar; es sind planconvexe Stränge, welche mit den ebenen Flächen aneinander stossen, die convexe Wölbung lateralwärts wenden. Diese Strecke findet in kleinem Abstande vor dem Ende des processus xiphoideus, wo die Muskulatur durch die verdünnte Umhüllung der Scheide durchscheint, durch eine ähnliche Ringfurche, eine inscriptio tendinea, wie sie am Vorderende dieser Strecke steht, ihr Ende. Die Ringfurche läuft der vorderen nahezu parallel (Fig. 5).

Von hier ab beginnt die Endstrecke der Musculi sternoglossi. Sie ist dadurch ausgezeichnet, dass sie bei der Präparation mit dem Messer sich leicht in drei Längsstränge zerlegen lässt, von denen ein mittlerer Strang jederseits der Länge nach von einem seitlichen begleitet wird. Der mittlere Strang erscheint als die unmittelbare Fortsetzung der mittleren Masse der voraufgehenden Muskelstränge; damit steht in Uebereinstimmung, dass er sich von der Medianlinie aus mit dem Messer leicht in zwei gleiche Hälften trennen lässt; doch erscheint diese Trennung stets als eine künstliche (Fig. 5. 7. Stg. m.). Die Seitenstränge, die in der Verlängerung der seitlichen Theile der voraufgehenden Muskeln liegen, sind dagegen durch das Verhalten, welches sie bei ihrem Ursprunge zu den Skelettheilen des processus xiphoideus haben, von dem Mittelstrange gesondert (Fig. 5. 7.

Stg. l.). Diese Sonderung erfolgt dadurch, dass zwischen dem mittleren Strang und die seitlichen Stränge die Stäbe in der Endstrecke des processus xiphoideus eingelagert sind. Die seitlichen Stränge umfassen dann indem sie sich plattenartig ausbreiten, die Stäbe, greifen damit auf die ventrale Fläche des Endabschnittes des processus xiphoideus hinüber und überlagern sich hier zum Theil (Fig. 5. 7. Stg. l.), während der Mittelstrang, gleichfalls abgeplattet auf der dorsalen Fläche des processus xiphoideus, zungenförmig zugespitzt ausläuft[1]) (Fig. 6). Diese Endausbreitungen allein heften sich an die Knorpelflächen an, auf denen sie liegen. Ich betone das, da die Angabe von M. Weber[2]), dass das knorpelige Gerüst des processus xiphoideus den Musculi sternoglossi zu ausgiebigerem Ursprunge diene, missverständlich ist.

Die schichtweise Präparation der Zungenmuskulatur, deren Ergebnisse ich hier beschrieben habe, hätte mir von der gesammten Bildung kein völlig zutreffendes Bild gegeben, wenn ich nicht in der Lage gewesen wäre, an einer Reihe von Querschnitten durch den Appparat meine Befunde auf ihre Richtigkeit zu prüfen und zu ergänzen. Für die Anfertigung von Querschnitten stand mir ein Embryo von Manis tricuspis, der von der Schnauze bis zur Schwanzwurzel 13,5 cm, von da bis zum Schwanzende 14 cm maass, durch die grosse Freundlichkeit des H. Professor Max Weber in Amsterdam zur Verfügung. Von diesem Embryo habe ich Querschnitte der Zungenmuskulatur aus der Halsregion hinter dem Zungenbein, und solche aus verschiedenen Strecken des processus xiphoideus untersuchen können. Dazu kamen Schnitte welche ich jener Strecke des Muskelwulstes entnahm, der durch die Brusthöhle, der dorsalen Fläche des Sternum aufliegend verläuft; ich erhielt sie von einer jungen Manis macrura Erxlb. von 44,5 cm Länge, welche der Sammlung des Göttinger zool. zoot. Instituts gehörte. Aus Bauch- und Brusthöhle waren die Eingeweide entfernt und damit waren die äusseren Schichten des M. glossovaginalis fortgenommen. Bei diesem Stücke war der processus xiphoideus verstümmelt und konnte für die Untersuchung nicht verwendet werden. Alle die im Folgenden beschriebenen Schnitte hatte Herr Dr. Bürger, Assistent am hiesigen zool. zootomischen Institute, anzufertigen die Güte.

Dass ich die Schnitte von zwei verschiedenen Thieren verwendete, bleibt zu beachten, ist aber für meine Darstellung kaum von Bedeutung; dagegen ist es wichtig, dass bei beiden Thieren die Zunge eingezogen war.

Ich ziehe zunächst diejenigen Verhältnisse, die in der Brust- und Halsregion gefunden wurden, in Betracht. Die Untersuchung der Schnitte gab mir einen Befund, der mir bei der Präparation entgangen war. Das ist die Ausdehnung der Zungenscheide nach hinten. Diese wird allerdings voraussichtlich je nach

---

1) Diese Theile der Muskulatnr hat Parker an seinem Präparat vom xiphoideum der Manis longicauda gefunden und abgebildet, ohne ihre Bedeutung zu erkennen.

2) M. Weber a. a. O. pg. 82.

der Lage der Zunge ungleich sein, ein anderes Verhalten zeigen, wenn die Zunge vom Thiere völlig ausgestreckt oder herausgezogen wird, als dann, wenn die Zunge völlig eingezogen oder in Ruhelage ist. Bei dem für diese Untersuchung verwendeten Embryo war letzteres der Fall. Der aus ihm gewonnene Schnitt aus der hinteren Halsgegend zeigt (Taf. II. Fig. 12. Z.) den Zungenkörper völlig frei im Inneren der Zungenscheide gelegen (Zsch.). Deren auf dem Querschnitt ringförmig erscheinender Hohlraum ist allseitig von einer starken Hornschicht begrenzt, die auf der glatten Aussenfläche der Zunge, wie auf der ähnlichen inneren Oberfläche der Zungenscheide durch die verhornten oberflächlichen Zellen des geschichteten Epithels gebildet wird, das eine Fortsetzung des Mundhöhlenepithels ist. — Auf die Aussenfläche der Zungenscheide legen sich die Muskelschichten des M. glossovaginalis.

Querschnitte, die durch den Muskelstrang gelegt sind, der auf der dorsalen Fläche des Sternum läuft, dem aber die äussere Schicht des Scheidenmuskels fehlt, zeigen einen spaltförmigen Hohlraum, der wie der eben beschriebene der Zungenscheide ringsum von einer verhornten Epithellage ausgekleidet ist. Die Abbildung, welche ich in Figur 13 gebe, zeigt dieses Verhalten. Zwei Schnitte weiter nach hinten ist der Hohlraum verschwunden, an seiner Stelle liegt ein compacter Streifen von geschichtetem Epithel, und die dann folgenden Schnitte zeigen auf der gleichen Strecke nur Bindegewebe.

Der von Epithel ringsum bekleidete Spaltraum wird durch die Bedeutung seiner Nachbarschaft verständlich. Der gradlinige Rand des Schnittes gehört der ebenen Fläche an, mit der der Muskelwulst dem Sternum anliegt, der convex gewölbte entspricht der Vorwölbung in den Brustraum. Somit liegt der Spaltraum der sternalen Fläche des Wulstes näher als der dorsalen, in den Thorax sehenden. Der Spalt hat eine dorsalwärtssehende Biegung; dass er auf der rechten Hälfte des Schnittes weiter hinaufgreift als auf der linken, geht vielleicht auf eine nicht ganz rechtwinklige Stellung der Schnittebene zur Längsaxe des ganzen Gebildes zurück, ist übrigens ohne Belang. Augenscheinlich entspricht die Masse der Muskeln sowie der Nerven und Gefässe, welche dorsalwärts vom Spalt liegt, den gleichen Theilen, die sich auf dem Schnitte durch die Halsregion im Zungenkörper finden, bildet mit diesen eine Continuum. Aber sie gehören hier nicht mehr dem Zungenkörper an, der frei in der Zungenscheide liegt, sondern bilden den centralen Theil des Muskelapparates, der an die Zunge hinan und in sie hineintritt. Damit fehlt auf diesem Schnitte denn auch die ringsum von Epithel bekleidete Zungenoberfläche. Der Spaltraum ist eine Fortsetzung der Zungenscheide nach hinten, und zwar eine blindsackförmige oder divertikelartige Bildung, welche von der Stelle ab, wo der Zungenkörper frei in die Lichtung der Zungenscheide hineinsieht, sich nach hinten durch den vorderen Brusteingang bis in die Brusthöhle hinein erstreckt, sodass er ventralwärts von den axialen Muskelsträngen der M. sternoglossi liegt und diese von dem M. glossovaginalis trennt; lockeres Bindegewebe, welches mit den Muskeln in Verbindung tritt, bildet seine Wand und hüllt ihn ein. — Ich habe leider

keine Gelegenheit gehabt, diese Bildung in den Zuständen zu untersuchen, wo die Zunge völlig ausgestreckt ist. Daher ist es nur eine Vermuthung, dass dieser Blindsack eine weit nach hinten greifende Falte von dem ventralen Umfange des Grundes der Zungenscheide ist, die sich ausgleicht und verstreicht, wenn die Zunge völlig ausgestreckt wird. Das Bindegewebe, das diese Tasche der Zungenscheide umgiebt, schien mir locker genug zu sein, um bei einer solchen Bewegung nachzugeben und dem Zuge, der mit dieser Ausgleichung der Falte verbunden sein müsste, zu folgen. Mich veranlasst aber zu einer solchen Vermuthung die Wahrnehmung, dass ich an den Zungen, welche in völlig ausgestrecktem Zustande waren, im Grunde der gespaltenen Zungenscheide keinen nach hinten gerichteten Blindsack fand; der Zungenkörper war im Grunde der Zungenscheide ganz gleichmässig von dieser umfasst; die Oberfläche der Zunge ging ringsum in die innere Oberfläche der Zungenscheide über. Ein Verständnis für dies ungleiche Verhalten bekomme ich durch die Annahme, dass der von der Zungenscheide nach hinten gehende Blindsack eine Falte ist, die beim Einziehen der Zunge von der ventralen Fläche der Zungenscheide gebildet wird, bei deren Ausstrecken aber verstreicht. Wieweit damit die bruchsackförmige Lagerung der Zunge und Zungenscheide in der Halsgegend zusammenhängt, bleibt nebenher festzustellen.

Von den Muskeln, die auf den Querschnitten getroffen sind, betrachte ich zunächst die axialen Musculi sternoglossi. Ihr Verhalten ist in den verschiedenen Strecken der Länge sehr ungleich. Das einfachste Bild, das mit der Anschauung übereinstimmt, welche die schichtenweise Präparation der Muskeln giebt, erhält man von Querschnitten durch den Strang auf der Höhe der Basis des processus xiphoideus (Fig. 14). Innerhalb der muskulösen Scheide liegen die Querschnitte zweier längslaufender Muskelstränge (Stgl.). In jedem von ihnen sind Bindegewebszüge eingesprengt, durch welche die Muskelfasern zu Strängen gruppirt werden; in diesem Bindegewebe treten Querschnitte kleinerer Arterien leicht kenntlich hervor. Nach dem Querschnitt kann man die Gestalt jedes Muskels an dieser Strecke als prismatisch bezeichnen; die schmalen Basen jedes Prismas sind einander und der Medianebene zugewendet; die dorsalen und ventralen Seitenflächen gehen mit abgerundeten Kanten lateralwärts in einander über. Dass die Querschnitte der beiden Muskelbänder nicht gleich geformt sind, hat vielleicht nur individuelle Bedeutung. Auf die lateralen Hälften der Muskelbänder legt sich unmittelbar das Gewebe der Scheide, an die medianen Hälften grenzt eine Muskulatur, die hier zu beschreiben ist. Bei der schichtenweisen Darstellung der Muskeln erwähnte ich einer längslaufenden Furche auf der ventralen Fläche der M. sternoglossi, in welche Faserbündel der tiefsten Schicht des Musculus glossovaginalis eintreten, und einer Fasermasse mit ringförmigem Verlauf. Diese Furche entsteht durch eine mediane concave Wölbung auf jeder Hälfte des Muskelstranges, sodass beide Hälften zusammen eine längslaufende Mulde bilden, welche in der Medianlinie, soweit es sich um die Betheiligung der Längsmuskeln daran handelt, klafft. Diese Mulde wird nun durch querlaufende Muskelfasern,

Nerven und Gefässe ausgefüllt, Gebilde, welche die Schichtenpräparation oberflächlich freilegt. Sie sind Bestandtheile einer Muskelmasse, welche von hier aus zwischen die beiden Muskelbänder eindringt (Fig. 14. Spt.), sie als ein breites Septum von einander trennt und am dorsalen Umfange auf die Flächen der Muskelbänder etwa so weit wie auf dem ventralen Umfang hinübergreift. Das die beiden Muskelbänder von einander sondernde Septum besteht aus Fasern, die im Allgemeinen dorsoventral verlaufen und wie sie auf der ventralen und dorsalen Fläche lateralwärts umbiegen, gleichsam eine Spange bilden, welche die Basalstücke der prismatischen Muskelbänder umfasst. Aber wo in der Mitte des Septums seine beide Hälften aneinanderstossen, findet augenscheinlich ein Faseraustausch statt, sodass hier Bündel von der rechten Hälfte kommend nach links, von der linken Hälfte her nach rechts sich wenden. An einem solchen Austausch nehmen aber die den Längsmuskelbändern zunächst anliegenden Muskelfasern keinen Antheil. Am dorsalen Umfange gleicht diese Muskellage den Zwischenraum zwischen den beiden Muskelbändern der M. sternoglossi fast vollständig mit convexer Wölbung aus; auf der ventralen Fläche füllt sie die Mulde nicht völlig, sondern lässt hier eine Furche, in welcher vom Bindegewebe umhüllt ein Nervenstamm liegt und angeschlossen an ihm zur Seite, zum Theil zwischen Muskelbänder der Muskelscheide gelagert, Blutgefässe.

Welche Veränderungen dieser Theil des Muskelapparates in seinem Verlaufe nach vorn erfährt, zeigt ein Querschnitt durch ihn auf der halben Länge des Brustbeinkörpers aus demselben Thiere (Fig. 13). Die längslaufenden Muskelstränge der Musculi sternoglossi sind durch Vergrösserung der septalen Muskelmasse weiter auseinander gedrängt und mit breiter Oberfläche gleichsam an den äusseren Umfang des ganzen Stranges geschoben; ihre geschlossene Einheit ist gleichzeitig aufgehoben und sie sind in einzelne Stränge längslaufender Fasern zersprengt, zwischen welche Theile der septalen Muskulatur sich einschieben. Damit ist die äussere scharfe Sonderung in zwei Längsmuskelbäuche zurückgetreten, am dorsalen Umfang liegt, fast einen zusammenhängenden Mantel bildend, eine Anzahl von längslaufenden Bündeln; deren Hauptmasse liegt am Seitenumfange; abgesprengte Stränge rücken nahe an die ventrale Mittellinie und überdecken zum Theil ein ansehnliches Bündel von Nerven und Gefässen, welche in der tiefer gerückten Verlängerung der vom vorigen Schnitt erwähnten Mulde liegen. — Die septale Muskelmasse hat an Entwicklung in der Breite zugenommen, besitzt aber oberflächliche ringförmig verlaufende Fasern nicht mehr; ihre ganze Masse besteht hier aus Faserbündeln, welche von rechts und links über die Mittellinie hinweg sich durchkreuzen, und seitwärts wie dorsalwärts bis nahe an die Oberfläche zwischen die Längsbündel hindurch sich schieben. — Sehr ansehnlich sind hier die Nerven, deren Querschnitte in zwei symmetrischen Paketen zusammengefasst sind; die grosse Zahl der Querschnitte, welche die Figur zeigt, entstammt wohl nicht gleichvielen Nervenstämmen, sondern entsteht dadurch, dass Nervenstämme in Windungen gelegt mehrmal vom Schnitt getroffen sind. Lateralwärts von dem Nervenbündel läuft jederseits eine Arterie.

Nerven und Gefässe liegen in der ventralen Mulde, die der Furche auf der ventralen Fläche des Muskelstranges entspricht.

Diese Verhältnisse gleichen nun schon ganz denen, welche die Muskulatur des eigentlichen Zungenkörpers zeigt. Davon giebt die Figur 12 eine Abbildung. Sie ist nach einem Querschnitte gefertigt, der durch die Zunge, deren Scheide und den Muscul. glossovaginalis gelegt ist, hinter dem Zungenbein zwischen ihm und dem vorderen Brusteingange. Die Figur zeigt den Querschnitt der Zunge frei im Raume der Zungenscheide gelegen, der den Zungenkörper allseitig umfasst. Die längslaufenden im Querschnitt getroffenen Fasermassen der M. sternoglossi sind viel mehr als auf dem vorher herangezogenen Schnitte durch die zwischen sie eingesprengten Theile der Septalmuskeln auseinandergetrieben. Sie bilden einen ringsum geschlossenen Mantel von kleinen Faserbündeln, und nur am seitlichen Umfang erhält sich noch, wie weiter rückwärts, eine grössere Fasermasse. Die verflochtenen Faserbündel der septalen Muskelmasse dringen zum Theil zwischen den Längsmuskeln hindurch bis an den bindegewebigen Theil der Zungenschleimhaut, die ringsum den Zungenkörper deckt. Das wie vorhin zusammengesetzte Bündel der Nerven und die begleitenden Arterien liegen jetzt excentrisch im Innern der Zunge, durch längslaufende Muskelbänder von dem ventralen Umfang der Zungenoberfläche gesondert.

Die Zusammenstellung aller dieser Bilder lässt an den unmittelbaren Zusammenhang der im Zungenkörper enthaltenen Muskeln mit den muskulösen axialen Bestandtheilen des auf der Sternalfläche liegenden Muskelstranges nicht zweifeln.

Die Scheidenmuskulatur, welche auf dem Querschnitte aus der Halsregion in Fig. 12 dargestellt, ist leicht auf die Befunde der schichtweisen Präparation zurückzuführen. Der M. glossovaginalis superficialis (Glv. s.) ist hier getroffen, wo seine ringförmigen Fasern den ventralen und lateralen Umfang einnehmen, an der dorsalen Fläche aber sich an ein dünnes Sehnenblatt anheften. Dieses Scheidenblatt ist völlig von dem M. glossovaginalis profundus (Glv. p.) getrennt. Dieser Muskel erscheint auf diesem Schnitt als eine einheitliche Hülle, welche auf dem ventralen Umfang sich aus zahlreichen längslaufenden Bündeln, am dorsalen Umfang aus einer dichten bindegewebigen Platte zusammensetzt, die als ein Bestandtheil der gesammten Zungenscheide ventralwärts röhrenförmig geschlossen ist; die längslaufenden Fasern lagern hier auf ihr. Der dorsal die Zungenscheide umfassende Muskelmantel des stratum externum Musculi glossovaginalis fehlt hier noch; in den bindegewebigen Schichten sind starke Nervenstränge und Gefässe, zumal auf der rechten Hälfte eingelagert. Die Schichten, welche die Präparation hier mit Rücksicht auf den ungleichen Ursprung von einander sonderte, sind wenig scharf von einander getrennt; sodass die von dem Ursprung her verfolgte Sonderung in dieser Höhe wohl keine Bedeutung mehr besitzt. Allerdings lässt sich am rechten Umfange der Schnitte eine Schicht von Muskelbündeln zusammenfassen und von den übrigen trennen, doch ist diese Sonderung nicht auf allen Schnitten gleich gut zu verfolgen. Die Entscheidung, ob es be-

rechtigt ist, hier mehrere Schichten descriptiv zu trennen, ist mit der Untersuchung eines reicheren Materials zu fällen. Dafür spricht die Sonderung, welche in den Ursprungstheilen leicht zu machen ist. — Nahezu symmetrisch liegen im Bindegewebe des ventralen Umfanges der Scheide die Querschnitte von zwei grösseren arteriellen Gefässen; kleinere Gefässe finden sich zwischen den Muskelschichten unregelmässiger vertheilt. Unsymmetrisch auf die rechte Hälfte verschoben liegt, von der Medianlinie ab weit hinauf am seitlichen Umfang sich erstreckend eine grössere Anzahl von ansehnlichen Nerven, deren Menge auch hier wohl auf Schlängelungen von wenigen Nervensträngen zurückzuführen ist.

Der von einem anderen Thiere auf halber Länge des Brustbeins genommene Schnitt, der in Fig. 13 abgebildet ist, zeigt von der Scheide nur das Stratum internum des M. glossovaginalis profundus; der äussere Scheidenmuskel und die mit ihm zusammenhängenden äusseren Schichten des inneren waren durch eine rohe Herausnahme der Eingeweide aus dem Körper entfernt. Ich verweise hier nur deshalb auf ihn, um auf die auch hier vorhandene unsymmetrische rechtsseitige Lage der Nervenquerschnitte aufmerksam zu machen. Innerhalb der gleichen Schnittreihe wechselt die Lage der Querschnitte nicht, und so ist diese asymmetrische Lage wohl als eine regelmässige aufzufassen. Doch geben auch hier erst weitere Untersuchungen Gewissheit.

Auf dem Processus xiphoideus ändert sich wie die Schichtenpräparation zeigte, das Verhalten der Muskulatur, und das von sehnigen Einlagerungen in zwei aufeinander folgende Strecken geschiedene Endstück der Musculi sternoglossi zeigt ein nach diesen Stücken ungleiches Bild. Auch hier erweiteren Querschnitte die Kenntnisse von der Anordnung des Apparates; sie zeigen insbesondere die Gestaltung der Skeletttheile und das Verhalten der Muskeln zu diesen. Ich betrachte solche zunächst aus der vorderen der beiden Strecken (Fig. 15). Der Muskelstrang ist hier von einer doppelten Scheide umschlossen. Die äussere Scheide wird von den Bestandtheilen des processus xiphoideus gebildet, dessen Stäbe und Platten durch Bindesubstanz zu einem Rohr vereinigt sind, das auf dem Querschnitte als ein Ring mit vier eingelagerten Anschwellungen erscheint.

Im ventralen Umfange dieser Scheide liegen die Querschnitte der beiden Stäbe (St. r. St. l.). Jeder von ihnen, auf dem Querschnitt oval erscheinend, durch Grösse und scharfe Abgrenzung als Stab leicht kenntlich, besteht aus hyalinem Knorpel mit wenig Intercellularsubstanz und daher dicht gedrängt liegenden Knorpelzellen; seine Oberfläche schliesst glatt ab. Umgeben ist der einzelne Stab von einer Schicht, die ich als Perichondrium bezeichne. Es ist eine von grobfaseriger Bindesubstanz gebildete Scheide, in der der grössere dem Knorpel zunächst liegende Theil aus straffen längslaufenden Fasern besteht, während nach aussen eine schwächere Schicht ähnlich straffer, aber kreisförmig laufender Fasern liegt. Dieses perichondrale Gewebe ist von den Nachbargeweben scharf gesondert. Zwischen beiden Stäben ist wie eine Brücke eine Platte von lockerem

welligen Bindegewebe ausgespannt, in dem die Querschnitte grösserer, der Länge nach verlaufender Blutgefässe liegen. — Im dorsalen Umfange dieser Scheide liegen die beiden Platten (Pl. r. Pl. l.). Kleiner und stärker abgeplattet als die Stäbe sind sie wie diese aus Hyalinknorpel mit wenig Intercellularsubstanz gebildet; die starke Entwicklung einer perichondralen Hülle fehlt ihnen, ein solches Gewebe ist nur ganz gering entwickelt; über ihre Flächen zieht besonders ein lockeres, der Scheide angehörendes Bindegewebe. An ihre Ränder setzt sich ein den Stäben fehlendes Gewebe, welches offenbar das Aussehen der Platten im skelettirten Zustande, die unregelmässige Begrenzung ihrer Ränder veranlasst. Dies Gewebe ist ein Faserknorpel, der sich bisweilen eng an den Hyalinknorpel anschliesst; an anderen Stellen durch eine geringe Schicht Bindegewebe von ihm getrennt ist. In den gefärbten Schnitten ist dieses Gewebe leicht durch geringere Färbung zu unterscheiden. Auf dem abgebildeten Schnitte bildet dieser Faserknorpel eine die beiden Platten verbindende Brücke, die sich nach vorn ununterbrochen fortsetzt. Sie stellt hier die Vereinigung der Stäbe dar, die an deren Vorderende durch Hyalinknorpel bewirkt wird. Am seitlichen Rande jeder Platte bildet der Faserknorpel ein Blatt, welches eingeschlossen in lockeres Bindegewebe am Rande der Platte so dick wie diese ist, lateralwärts davon sich mehr und mehr verdünnt, bis es zugeschärft mit dünner Schneide ausläuft und in das umgebende Bindegewebe sich verliert. In den mir vorliegenden Schnitten ist dieses Blatt von Faserknorpel auf der rechten Seite viel stärker als auf der linken entwickelt und reicht über den halben Abstand von Platte und Stab hinaus. — In dem lockeren Bindegewebe, das seitlich von den Stäben die Scheide bildet, liegen Durchschnitte von Blutgefässen.

Im Binnenraum dieser mit Hülfe der Theile des processus xiphoideus gebildeten Scheide liegt, hier völlig frei und mithin völlig beweglich, der von einer anderen Scheide noch umhüllte Muskel. Bei der anatomischen Präparation liess sich diese Muskelstrecke leicht in zwei eng aneinander gelagerte Stränge zerlegen. Dem entspricht das Bild des Querschnittes, insofern als auf der den Platten zugewendeten Fläche eine tiefe Einziehung liegt, von welcher in die Substanz des Muskelstranges hinein eine feine bindegewebige Platte, bald mehr bald minder deutlich zu verfolgen ist, die bis zur gegenüberliegenden, den Stäben zugewendeten Oberfläche vordringt, und die gesammte Muskelmasse in zwei einander ähnliche Hälften zerlegt. Diese von der Furche ausgehende bindegewebige Platte kennzeichnet die Bahn, auf der bei der anatomischen Präparation das eindringende Messer die Spaltung in die beiden Muskelhälften hervorruft. Dass die Platte in schräger Richtung von einer Oberfläche zur anderen hindurchzieht, wie das die Abbildung in Figur 15 zeigt, dürfte mit der Verschiebung zusammenhängen, von der alle Theile des Apparates durch seine hakenförmige Umbiegung der Endstrecke betroffen sind. Jede Muskelhälfte ist durch eingesprengte Bindegewebszüge in Faserbündel zerlegt. In diesem Bindegewebe liegen Querschnitte von Blutgefässen, welche im Allgemeinen einen mit der längslaufenden Muskelmasse gleichen Verlauf haben. Es zweigen

aber von ihnen Gefässe ab, welche auf dem Querschnitt des Muskels längs oder schräg getroffen in das bindegewebige Septum führen, das die beiden Muskelhälften sondert.

Die Scheide, welche diesen Muskelstrang umschliesst, ist ringsum aus lockerem Bindegewebe gebildet. Auf der den Stäben zugewendeten Fläche ist sie ein dünnes Blatt, das fascienartig der Muskeloberfläche dicht aufliegt. Am seitlichen Umfange des Muskelstranges gewinnt das Blatt an Dicke und hebt sich von der Muskelfläche ab; auf der den Platten zugewendeten Fläche ist das Bindegewebe dann ansehnlich vermehrt und füllt die Furche auf dieser Fläche des Muskels aus, dabei das vorhin erwähnte Septum in die Tiefe sendend. Dies die Furche ausgleichende und daher die Oberfläche des Muskelstranges eben erscheinen lassende Bindegewebe birgt eine grössere Arterie und Vene, mit denen die intramuskulären Blutgefässe in Verbindung stehen. Diese Scheide gehört dem Musc. glossovaginalis superficialis an.

Das Verhalten des Apparates da etwa, wo die hakenförmige Krümmung der Endstrecke mit dem nach vorn rückwärts laufenden Schenkel beginnt, zeigt die Abbildung eines hier genommenen Querschnittes (Fig. 16). Das Bild entspricht dem Befunde der Präparation hinter der zweiten sehnigen Inscription, am Anfange der Endstrecke. Eine gemeinsame lockere Bindegewebshülle umschliesst den ganzen fünfkantig erscheinenden Apparat, und geht mit einem auf der rechten Hälfte befindlichen Blatte in die peritoneale Bekleidung der Bauchdecken über. — Die auf dem Querschnitt kreisförmigen Stäbe und die ihnen gegenüberliegenden Platten hängen zunächst unter dieser Hülle durch Bindegewebszüge zusammen. Die Stäbe mit ihrer perichondralen Scheide sind näher zusammengerückt als weiter nach vorn und untereinander durch lockeres Bindegewebe vereinigt, das Querschnitte von Blutgefässen einschliesst, die grösser sind als weiter nach vorn. — Die Platten hängen wie vorhin durch eine aus Faserknorpel bestehende nach aussen convex gewölbte Brücke zusammen, und werden lateralwärts jederseits von einer nach der ventralen Fläche im Bindegewebe zugeschärft auslaufenden Platte begleitet. Den Binnenraum dieser Scheide nimmt von lockerem Bindegewebe umhüllt, die Muskulatur ein. — Bei der Präparation zerlegt das Messer diese in zwei mediane und zwei laterale längslaufende Stränge. Der Querschnitt zeigt, dass die medianen Stränge eng miteinander vereinigt sind; sie bilden einen seitlich zusammengedrückten, im Querschnitt etwa ovalen Strang, dessen längslaufende Fasern durch ein feines, dorsoventrales bindegewebiges Septum in zwei nicht ganz gleich grosse Hälften getrennt werden. In jeder Hälfte zerlegen bindegewebige Membranen, die zum Theil mit der eben genannten Scheidewand zusammenhängen, die Fasern in ungleiche Bündel, und zwischen diesen laufen grössere Blutgefässe. Die Oberfläche des ganzen Stranges ist von einer gemeinsamen dünnen Bindegewebslage gedeckt. Daran schliesst sich zunächst ein ganz lockeres Bindegewebe.

Die beiden lateralen Muskeln liegen von den medianen völlig getrennt und ganz selbständig. Jeder dieser Stränge ist auf dem Querschnitt unregelmässig

eiförmig; seine Aussenfläche wird von einem festeren Bindegewebe abgeschlossen. In der Axe seiner längsfaserigen Masse liegt ein grösseres Blutgefäss, von dessen bindegewebiger Hülle gleichartige Blätter abgehen, die die Fasern gruppenweise vereinigen. — Jeder dieser Muskeln liegt in einem besonderen Fache von lockerem Bindegewebe eingehüllt; dieses Fach wird lateralwärts von der Wand der allgemeinen äusseren Scheide, ventralwärts von der Hülle der Stäbe, dorsalwärts von dem Faserknorpel gebildet, der sich an den Rand der Platten anlegt und der sich dem Umfange des Muskels anschmiegt oder durch Bindegewebe von ihm getrennt bleibt, in beiden Fällen nach dem Umfange des Muskels gewölbt erscheint. Medianwärts erhält das so begrenzte Fach seinen Abschluss durch ein dichteres bindegewebiges Blatt, das von der perichondralen Hülle der Stäbe sich parallel mit den Seitenflächen des medianen Muskels zu der Hülle erstreckt, die die Platten oder deren aus Faserknorpel gebildeten seitlichen Fortsätze bekleidet. Diese völlige Einscheidung der lateralen Muskeln lässt sie ganz getrennt von den medianen erscheinen und weist ihnen damit eine selbständige Stellung zu. Das Verhalten der Muskeln zu den Knorpeln und Scheiden lässt nun auch auf der Endstrecke des Apparates die Beziehungen dieser einzelnen Bestandtheile zu einander erkennen.

Diese Endstrecke, wie sie in dem nach vorn gewendeten zungenförmig zugespitzten Stücke vorliegt, ist in dorso-ventraler Richtung stark zusammengedrückt und abgeplattet; auf beiden Flächen von Muskeln bedeckt, unter denen die knorpeligen Bestandtheile des processus xiphoideus verborgen sind. Die Querschnitte, von denen ich in Fig. 17 und 18e bis f eine Anzahl in Abständen hintereinander gelagerter abbilde, zeigen zunächst alle gemeinsam die starke Abplattung, gegen das Ende hin daneben mit ihrer Breitenabnahme die in eine abgerundete Spitze auslaufende Verschmälerung. Alle liegen in einer lockeren Bindegewebscheide, die durch ein Blatt mit der peritonealen Decke der Bauchwand zusammenhängt.

Der in Fig. 17 abgebildete Schnitt zeigt die Lageveränderungen, die in den Theilen des ganzen Apparates auf dieser Strecke im Vergleich zu der vorangehenden mit der Abplattung eingetreten sind. Stäbe und Platten, beide nicht sowohl durch ihre Form als durch ihre nächste Umgebung kenntlich, liegen nicht mehr einander gegenüber, sondern in einer Ebene, die Stäbe in der Mitte völlig von Muskulatur bedeckt, die Platten am Rande frei unter der äusseren Scheide. Die Stäbe sind wie in der vorderen Strecke von einer perichondralen Hülle umgeben, von deren lateralem Umfang erstreckt sich eine Bindegewebsplatte zu den lateralwärts gelegenen Platten, die dicker sind als auf der vorangehenden Strecke, aber auch hier von den aus Faserknorpel gebildeten Platten flankirt werden. Eine Ungleichheit zwischen den beiden Platten ist dadurch gegeben, dass diese Flügel aus Faserknorpel an der linken Platte viel stärker als an der rechten entwickelt sind; eine Ungleichheit der beiden Hälften, die auf der ganzen folgenden Endstrecke sich fortsetzt. Waren auf der vorderen Strecke beide Platten auf dem dorsalen Umfang durch eine Brücke von Faserknorpel

miteinander verbunden, so ist solches hier nicht mehr der Fall, wohl aber zieht von dem Faserknorpel jederseits ausgehend ein dünnes, festes Bindegewebsblatt brückenförmig von einem zum anderen, und stellt so zwischen beiden Platten die Verbindung her. Die bindegewebige Platte, welche in der vorderen Strecke, Gefässe einschliessend, die beiden Stäbe verbindet, ist hier nur durch ein feines bindegewebiges Blatt vertreten, das durch Muskelmasse ventralwärts vorgebaucht wird. Halten wir die ventrale Verbindung zwischen den Stäben und die dorsale zwischen den Platten als Fortsetzungen der in der vorderen Strecke gegebenen Verbindungen zwischen diesen Theilen des processus xiphoideus fest, so ergiebt sich daraus auch die Deutung der Bindegewebslamellen, welche jederseits zwischen dem lateralen Umfang eines Stabes und dem medialen der Nachbarplatte die Verbindung herstellt. Diese Verbindungsplatte ist identisch mit dem Blatte, welches in der voraufgehenden Strecke die vom Stab zur Platte gespannte mediane Wand der Scheide bildet, in die der seitliche Muskelstrang eingelagert ist. Sind diese Beziehungen der Verbindungen zwischen den skeletalen Bestandtheilen der Endstrecke und der voraufgehenden anerkannt, so führt man die ungleichen Bilder, welche die in Fig. 17 und 18a bis f abgebildeten Schnitte gegenüber der Figur 16 bieten, leicht aufeinander zurück, wenn man in Uebereinstimmung mit der Abplattung wie durch einen Druck die Stäbe gegen die Platten verschieben, dabei zugleich durch eine Verkürzung der die Stäbe und Platten jederseits verbindenden Membran diese näher aneinander rücken lässt; dann treten die Stäbe in eine mediane Lagerung und haben lateralwärts von sich die dorsal miteinander verbundenen Platten. Damit bilden Stäbe und Platten in Fig. 17 einen in einer Ebene liegenden Skeletttheil, zu dem nun die längslaufenden Muskeln so gestellt sind, dass die einen dorsal, die anderen ventral von ihm liegen. Halten wir an der Vorstellung einer Abplattung und damit verbundenen Umlagerung fest und übertragen sie auch auf die Muskeln, so ergiebt sich daraus, dass die auf der dorsalen Fläche der Skeletttheile liegende Muskelmasse dem unpaaren medianen Muskelstrange der vorhergehenden Strecke entspricht; der Muskel ist hier abgeflacht und mit einem Theil seiner Fasern zwischen die beiden Stäbe hineingeschoben, drückt damit die diesen verbindende Faserplatte bruchsackartig ventralwärts vor. — Auf der ventralen Fläche der Stäbe und Platten liegen die Querschnitte zweier Muskelstränge, die medianwärts zugeschärft hier aneinander stossen, und so auf der ventralen Fläche Stäbe und Platten überlagern. Diese Muskeln sind die Fortsetzungen der weiter nach vorn rechts und links eingescheidet liegenden Muskeln. Sie sind mit der Abplattung des Apparates ventral und medianwärts verschoben, und damit nach aussen von der Verbindungsplatte zwischen Stab und Platte ventralwärts unter die Stäbe gerückt, während sie das Lageverhältniss zu den Platten und deren Faserknorpeln bewahren. In allen Muskeln sind die grösseren Gefässquerschnitte nicht mehr zu finden. Der mediane Muskel zeigt dagegen noch die Sonderung in sekundäre Bündel. Die auf der ventralen Fläche gelagerten paarigen Muskelbänder sind ungleich gross, ein Unterschied der sich weiter nach dem Ende zu noch stärker bemerklich macht.

Querschnitte, welche weiterhin auf einander folgend die Endstrecke des Apparates zerlegen — sie folgen in dessen natürlicher Stellung von hinten nach vorn auf einander — zeigen die Verschmelzung des Stabes und der Platte jeder Hälfte miteinander, und das Verhalten der Muskulatur dazu (Fig. 18a bis f). Dabei tritt die Vereinigung der beiden Skelettheile auf der rechten Seite früher als auf der linken ein, und es erreicht dementsprechend von den paarigen, auf der Ventralfläche gelegenen Muskeln der rechte sein Ende früher als der linke. Die Art, wie dies in den von mir untersuchten Präparaten auftritt, gehört aber wohl nur einem Einzelfalle an, der in seinen Einzelheiten einer von mannigfaltigen Abweichungen entspricht. Einige Erscheinungen dabei haben aber gewiss allgemeine Gültigkeit; als solche sehe ich das Verhalten an, dass die Verschmelzung der Stäbe und Platten jeder Hälfte auf der Bahn erfolgt, die durch die Bindegewebsplatte angezeigt ist, welche auf der vorderen Strecke diese beiden Bestandtheile verbindet. — Die Scheide, die weiter nach vorn die Endstrecke umgiebt, ist bis an deren Ende vorhanden. — Die Einzelheiten des Verhaltens führe ich an wenigen aus der ganzen Reihe ausgelesenen, in Abständen aufeinander folgenden Schnitten vor.

Der in Fig. 18a abgebildete Schnitt zeigt auf seiner linken Hälfte die Durchschnitte des durch eine bindegewebige Platte verbundenen Stabes und der Platte, an den Rändern der Platte ist das dichtere Gewebe des Faserknorpels angeschlossen, das hier aber wie weiterhin Hyalinknorpel mit geringer Intercellularsubstanz eingesprengt trägt. Auf der rechten Hälfte liegt der ungleich biskuitförmige Querschnitt eines einzigen Knorpels, medianwärts durch eine bindegewebige ausgebauchte Lamelle mit dem linksseitigen Stabe verbunden, lateralwärts begrenzt von Faserknorpel. Schon die Form dieses Stückes zeigt, dass es eine Verschmelzung von Stab und Platte dieser Hälfte vorstellt; seine weiteren Beziehungen rechtfertigen das. Auf der linken Hälfte des Schnittes liegt ventralwärts von Stab und Platte und der sie verbindenden Membran der linke der paarigen Muskeln, wie der dorsalwärts gelegene mediane Muskel unverkennbar nach dem Vergleich mit den voraufgehenden Schnitten. Auf der rechten Hälfte liegt ventralwärts von dem Knorpel der Querschnitt eines kleinen Muskels, das Endstück des rechten paarigen Muskels.

Fig. 18b zeigt die fortschreitende Reduction des Apparates, während der linke Stab und die mit ihm verbundene Platte tiefer zwischen Muskulatur einrückt, ist die Knorpelmasse der rechten Hälfte verringert, der vorhin unter ihr gelagerte rechte Muskel verschwunden.

In dem Schnitte, welchen Fig. 18c darstellt, ist am rechten Umfange des Apparates ein kleiner Querschnitt von hyalinem Knorpel vorhanden, das Ende des aus Vereinigung des rechtsseitigen Stabes und seiner Platte hervorgegangenen Knorpels, der hier sein Ende erreicht; dichtes Gewebe von Faserknorpel hüllt ihn ein und verbindet ihn mit dem Stabe der Gegenseite. Ein der rechten Seite zuzurechnender ventraler Muskel ist nicht mehr vorhanden. Die beiden Knorpelquerschnitte, welche, durch eine bindegewebige Platte verbunden, die Mitte des

Apparates einnehmen, gehören dem linken Stabe und der mit ihm verbundenen Platte an, deren Rand von weit am Umfange des ganzen Apparates hinaufgreifenden Faserknorpel begrenzt wird. Dorsal von diesem Knorpel liegt der unpaare Muskel, ihm entspricht an Ausdehnung der ähnliche ventral gelegene, der die Fortsetzung des linken paarigen Muskels ist.

Von hieraus ist leicht verständlich die Figur 18d. Sie zeigt den Durchschnitt des linken Stabes und seiner Platte durch die Membran verbunden, die volle Breite des Apparates einnehmend; die dorsal und ventral von ihr gelegenen Muskelquerschnitte, in ihrer äusseren Erscheinung so ähnlich und die Flächen des Knorpelgerüstes gleichmässig deckend, sind die Fortsetzungen des unpaaren dorsalen und des linken paarigen ventralen Muskels.

Weiter nach hinten (Fig. 18e) erfolgt dann auf der Bahn der Bindegewebslamelle, die Stab und Platte verbindet, der Zusammenfluss von deren Knorpelmassen zu einer einheitlichen Knorpelplatte, über der die Fasern des erheblich schwächer gewordenen dorsalen Muskels liegen, während ventral von ihr das letzte Ende des paarigen linken Muskels liegt. Die von dem Rande der Platte ausgehende Faserknorpelmasse dehnt sich dorsalwärts über den grössten Theil des Umfanges aus.

Ein Schnitt nahe vor dem Ende (Fig. 18f) zeigt die gleiche Knorpelplatte ohne eine Andeutung ihrer Beziehung zu den nach vorn von ihr gelegenen Knorpeltheilen. Ventral von ihr fehlen jetzt Muskelfasern; dorsalwärts liegt mit Bindegewebe untermischt eine Anzahl von Muskelquerschnitten, die dem unpaaren Muskel angehören; eine starke Schicht von Faserknorpel schlägt sich von dem der Platte entsprechenden Rande des Knorpels kommend wie eine Decke über sie hinweg.

Diese Theile verschwinden in den nächsten Schnitten ganz in Bindegewebe.

Eine Zusammenfassung dieser Befunde giebt von dem Verhalten der Muskeln und Skelettheile des processus xiphoideus folgendes Bild, wobei zunächst die hakenförmige Krümmung der Endstrecke und die ungleiche Länge ihrer beiden Hälften ausser Acht bleiben mag. Auf der dorsalen Fläche der Skelettheile entspringt am weitesten dem Ende zu der unpaare dorsale Muskelstrang; auf deren ventraler Fläche etwas weiter nach vorn nehmen die paarigen Muskeln ihren Ursprung und bleiben hier anfänglich unmittelbar nebeneinander liegen, sodass die Skelettheile auf der dorsalen wie ventralen Seite von Muskeln gedeckt sind. In ihrem weiteren Verlaufe sternalwärts rücken die paarigen Muskeln auseinander und lagern sich mit dorsalwärts gerichteter Verschiebung so, dass sie aussen an den Seitenflächen der Skelettheile, in gleicher Höhe mit dem unpaaren Muskel liegen, von diesem durch die bindegewebige Platte getrennt, die Stäbe und Platten des Skelettes jederseits miteinander verbindet. Diese Verschiebung der paarigen Muskeln an den Seitenumfang vollzieht sich mit der Umwandlung der Form des ganzen Apparates, der nun nicht mehr dorsoventral abgeplattet, sondern so dick als breit ist, und gleichzeitig mit der Verschiebung der skeletalen Platten aus der Ebene, in welcher sie in der hinteren abge-

platteten Strecke mit den Stäben lagen, gegen den dorsalen Umfang hin, an welchem sie mehr und mehr in der Mittellinie zusammentreten bis sie endlich miteinander verschmelzen. Der unpaare Muskel behält seine Lagerung dorsalwärts von den Stäben, die er in seinem Ursprunge hatte, bei, nur wird durch die Verschiebung, welche mit der Formänderung des Ganzen die Platten erleiden, seine Lagerung zu diesen verändert; und er liegt zwischen Stäben und Platten ventralwärts von diesen. Alle Muskeln ändern in ihrem Laufe ihre Gestalt, indem sie aus der Bandform in die eines Stranges übergehen. Die seitlichen Muskeln finden nach vorn ihr Ende an der zweiten sehnigen Inscription; der mediane Muskel setzt sich darüber hinaus fort, dorsalwärts von den Stäben, ventralwärts von den Platten, erhält von der zweiten und weiter von der ersten sehnigen Inscription ab die Umhüllung der Scheiden und tritt so über das Vorderende des processus xiphoideus auf die dorsale Fläche des Brustbeinkörpers.

Die Asymmetrie, von der in der Endstrecke der hakenförmigen Krümmung Muskeln und Skelettheile betroffen werden, ist wohl auf den ungleichmässigen Zug zurückzuführen, den die beiden Hälften des ganzen Apparates bei dieser Krümmung erleiden.

Die skeletalen Bestandtheile des processus xiphoideus bilden in dessen hinterer Hälfte Theile einer Scheide, welche den mittleren Muskelstrang in der Strecke zwischen den Inscriptionen umfasst, während an ihre Seitenflächen die paarigen Muskeln angelagert sind; gegen das Ende hin liegen durch die Abplattung des Ganzen Stäbe und Platten nahezu in einer Ebene. Es erhebt sich die Frage, welche Beziehungen wir, ohne die Kenntniss der Entwicklungsgeschichte, zwischen den Stäben und Platten annehmen dürfen. Da diese am Endtheile des Ganzen jederseits in einheitlichem Hyalinknorpel verbunden sind, diese Verbindung aber augenscheinlich in der Ebene erfolgt, in welcher zwischen den dorsal und ventral gelagerten Muskeln eine Bindegewebsplatte sich ausspannt, so wird man die Platten als laterale Fortsetzungen der Stäbe auffassen können, die in der Richtung gegen das Sternum laufen, dabei dorsal- und medianwärts verschoben werden; und hält man die bindegewebige Verbindungsplatte mit in Betracht, so kann man sich vorstellen, als sei der Seitenrand der Stäbe mit medianwärts gerichteter Höhlung dorsalwärts umgebogen, sodass in diesem Zusammenhange die Hälften der Endstrecke des processus xiphoideus zu einer dorsalwärts gerichteten Rinne aufgebogen wären, welche den medianen Muskel umfasste. Eine solche Aufrollung der Seitentheile wäre, wenn man sich den Entwicklungsgang construiren will, mit einem vorwärts gerichteten Längenwachsthum der Platten verbunden zu denken, bis am Vorderende die Platten verwachsen. Bei solcher Auffassung, die auf eine Aufrollung des plattenförmigen Endstückes des processus xiphoideus hinauskäme, wäre dann der Faserknorpel, der an die Aussenränder der Stäbe sich flügelförmig anschliesst, als eine Neubildung zu bezeichnen, die in der äusseren Umscheidung der lateralen Muskeln ihre Bedeutung hätte.

Für die Richtigkeit einer solchen Annahme kann ich aus der vergleichenden Anatomie Belege bringen. M. Weber hat von den asiatischen Manis-Arten, M. macrura und javanica, die spatenförmige Endstrecke des processus xiphoideus abgebildet, der wenig verlängert und nicht hakenförmig gekrümmt ist. In dem schaufelförmigen Endblatte ist die Knorpelplatte von einem medianen Schlitz durchbrochen, der nach vorn gewendete grade Rand der Schaufelplatte ist an den Ecken in zwei Zinken ausgezogen. An einer Manis javanica, die ich Herrn Kollegen Hubrecht in Utrecht verdanke, konnte ich das Verhalten der Muskulatur zu diesem Endstücke des processus xiphoideus feststellen. Die Musculi sternoglossi laufen vom Sternum her auf der dorsalen Fläche des als Stiel zu bezeichnenden Theiles des schaufelförmigen processus xiphoideus als zwei in der Medianlinie aneinander stossende Muskelbänder; da wo diese Muskeln an den Rand der Schaufelplatte kommen, theilt sich jeder von ihnen so, dass ein Theil der Fasermasse ausgebreitet und abgeplattet auf der dorsalen Fläche der Endplatte weiter bis zu deren convexen Rand läuft, während der andere Theil auf die ventrale Fläche der Platte übertretend hier in gleicher Weise sich ausbreitet[1]) (Taf. I. Fig. 9). So sind beide Flächen der Schaufelplatte von Muskeln bedeckt. Das ist offenbar das einfachere Verhalten gegenüber dem bei den afrikanischen Arten M. macrura und tricuspis, wo, wenn wir uns der angenommenen Einrollung gegenüber das Endstück des processus xiphoideus in eine Ebene ausgebreitet denken, ebenfalls die dorsale und ventrale Fläche von den längslaufenden Muskeln bedeckt sein würde, wie das in dem asymmetrischen Endstück unmittelbar zu Tage tritt.

Lässt man unter gleichzeitiger Streckung in die Länge die Schaufelplatte des processus xiphoideus der asiatischen Manis mit den Rändern median- und dorsalwärts sich aufrollen, gleichzeitig den fensterartigen Spalt in der Knorpelsubstanz sich ausdehnen und die Ecken der Schaufelplatte sich lang ausziehen, so stellen diese in dem aufgerollten Theile die Platten, die durch das vergrösserte Fenster sehr eingeschränkte mediane Knorpelmasse die Stäbe an dem processus xiphoideus der afrikanischen Art vor. Bei solcher Einrollung kommen die in der asiatischen Art getrennten Musculi sternoglossi, soweit sie auf der dorsalen Fläche liegen, in die Lichtung der aufgerollten Platte; rücken so eng zusammen, dass sie äusserlich als ein einheitlicher Strang erscheinen; die ventral gelagerten Muskeltheile werden dagegen bei der Aufrollung nach aussen und seitwärts an der aufgerollten und grösstentheils durch Bindesubstanz vertretenen Platte liegen, vollständig von einander getrennt. Die mit grossem Längenwachsthum ein-

---

1) Parker hat (a. a. O. Pl. XXII Fig. 12) das schaufelförmige Xiphisternum von Pholidotus Dalmannii, einer asiatischen Art, und die darauf liegenden Muskeln abgebildet. Ich halte die Muskeln wie sie hier, begrenzt auf die Endplatte des processus xiphoideus, abgebildet sind, für verstümmelt, für die abgerissenen Endstücke von Musc. sternoglossi wie sie bei Manis javanica vorhanden sind. Vielleicht soll die Strichelung am oberen Ende der Muskeln deren Verletzung andeuten.

tretende hakenförmige Krümmung führt dann zu asymmetrischer Ausgestaltung der von Haus aus gleichen Hälften.

Bei der besonderen Entwicklung, die der Muskelapparat bei diesen afrikanischen Manis-Arten erhalten hat, habe ich seinen Bestandtheilen eigene Benennungen gegeben. Das soll nun keineswegs besagen, dass diese derartig benannten Muskeln bei anderen Vermilinguia oder bei den Säugern allgemein fehlten, sondern nur die Entwicklung andeuten, welche diese Muskeln hier gefunden haben.

Es bleibt mir daher noch übrig, die Homologien des Muskelapparates mit den bei anderen Säugern vorkommenden Muskelgruppen darzuthun. Es gelingt das am besten, wenn man die Verhältnisse dieser Muskulatur zunächst mit denjenigen vergleicht, die sich bei anderen Edentaten findet. Ich kann dabei aus eigner Anschauung über diese Muskeln von Manis javanica, sowie Myrmecophaga jubata und tridactyla urtheilen. Bei dem Vergleiche beziehe ich mich besonders auf Myrmecophaga jubata, besonders auch deshalb, weil die uns hier interessirenden Verhältnisse eingehend von Pouchet[1]) dargestellt sind.

Den Schlüssel für das Verständniss der Muskulatur giebt aber die Berücksichtigung der Ausbildung der Zunge und ganz besonders der Zungenscheide; wo diese ihre höchste Entwicklung findet, gehen die dadurch bedingten Umgestaltungen der mit der Zunge in Verbindung stehenden Muskeln am weitesten. Entwickelt sich die Zunge unverhältnissmässig lang gegenüber der Mundhöhle, so nimmt dementsprechend die Zungenscheide, eine nach hinten gerichtete Ausweitung der Mundhöhle, an Länge zu. Das ergiebt sich, wenn man Myrmecophaga und besonders M. jubata mit den uns interessirenden Manis-Arten zusammenstellt: bei Myrmecophaga jubata ist mit der grossen Längenentwicklung der Kiefer die Mundhöhle stark nach vorn ausgezogen und bietet Raum für die eingezogene Zunge; bei Manis ist hiermit verglichen der Schnauzentheil nur kurz, die Mundhöhle viel weniger geräumig. Damit bringe ich in Zusammenhang, dass bei Myrmecophaga die Zungenscheide nur bis vor den Zungenbeinkörper reicht, bei unseren Manis sich tief nach hinten durch den vorderen Brusteingang in die Brusthöhle hinein erstreckt. In beiden Fällen erfolgt die räumliche Ausdehnung der Zungenscheide mit der Bildung eines Blindsackes, der gleiche Richtung hat. Diese Entwicklung der Zungenscheide beeinflusst nun die am Zungenbein anheftenden Muskeln, und zwar nach dem Grade ihrer Höhe in ungleicher Weise. Die Anheftungspunkte dieser Muskeln werden gleichsam durch die nach hinten schiebende Zungenscheide vom Zungenbeinkörper abgelöst. Dementsprechend fehlen mit der grössten Entwicklung der Zungenscheide bei unseren Manisarten dem Körper des Zungenbeins die Anheftungen des M. hyoglossus und M. geniohyoideus, des M. mylohoideus und des M. stylohyoideus, sowie des vom Sternum kommenden M. sternohyoideus.

Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet erweist sich nun zunächst der von mir als M. glossovaginalis superficialis beschriebene Muskel als homolog dem

1) S. Pouchet, Mémoire sur le grand fourmilier. Paris. 1874. 4°.

M. mylohyoideus. Fasst man diesen Muskel mit H. Meyer als ein Diaphragma oris nach seiner Stellung zur Mundhöhle, so kann man ihn zu einem Scheidenmuskel ausgestalten, indem man die zur Zungenscheide sich ausdehnende Mundhöhle bei dem Wege nach hinten dieses Diaphragma gleichsam mitnehmen lässt. Bei Myrmecophaga jubata ist diese Rolle des Muskels schon damit angelegt, dass in der Fortsetzung seiner Ursprünge am Unterkiefer eine bindegewebige Platte sich auf die Schädelbasis und die Ränder des weichen Gaumens fortsetzt.

Bei diesem Thiere bekommt der M. mylohyoideus aber noch den gewöhnlichen Zuwachs an Muskelfasern, der von dem Zungenbeinkörper stammt. — Schiebt sich nun aber die Zungenscheide über den Zungenbeinkörper hinaus nach hinten so weit in die Brusthöhle, wie es bei Manis der Fall ist, so schwindet der muskulöse Ursprung am Zungenbein und in der Verlängerung der von den Rändern des weichen Gaumens kommenden Bindegewebsplatte schliessen die spangenförmigen Muskelbündel dieses Muskels ventralwärts zusammen, dorsal von der genannten Bindegewebsplatte ausgehend. Dazu gesellt sich nun, für unsere Manis einen besonderen Zuwachs bildend, der vom Umfang der Bulla tympanica kommende Muskelbauch. Ich sehe darin den M. stylohyoideus, der, wie die Muskelplatte des M. mylohoideus sich nach hinten entwickelte, vom Zungenbein mit seinem Ansatz abgelöst und in den Bestand des M. mylohoideus aufgenommen wurde. Ein anderer als M. stylohoideus zu bezeichnender Muskel ist bei dieser Manis nicht vorhanden. Dagegen hat Myrmecophaga jubata, wo die Entwicklung des M. mylohoideus nach hinten beschränkt ist, den M. stylohoideus normal ausgebildet.

Man kann danach an der Homologie des M. glossovaginalis superficialis mit dem M. mylohyoideus wohl nicht zweifeln, muss aber diese Homologie als eine incomplete bezeichnen, insofern als der M. glossovaginalis die Ursprungstheile des M. mylohyoideus am Zungenbein verloren, dafür an Ausdehnung seiner queren Fasern mit neuen Ursprüngen an einer Bindegewebsplatte erhalten und schliesslich durch Aufnahme der Insertion eines dem M. stylohoideus entsprechenden Kopfes einen Zuwachs gewonnen hat. — Mit der Ausdehnung des Muskels steht seine Durchbrechung durch den Ausführungsgang der Unterkieferdrüse und den Nerv. hypoglossus in Verbindung. Der Durchtritt des Ausführungsganges durch den M. mylohoideus kommt übrigens als Varietät auch beim Menschen vor.

Auf dem M. mylohyoideus nach der Mundhöhle zu liegt der M. geniohyoideus, der sich als solcher auch bei Myrmecophaga findet. Bei Manis ist aber ein am Zungenbein inserirender Muskel, der diesen Namen verdiente, nicht vorhanden. Halten wir aber die Vorstellung fest, dass die Anheftungen der Muskeln am Zungenbein mit der Ausdehnung der Zungenscheide aufgegeben werden, so ergiebt sich als Vertreter dieses Muskels unser M. glossovaginalis profundus, und zwar dessen als Stratum externum und medium bezeichneten Schichten. Es ist dann auch verständlich, wie bei dem Vordringen der Zungenscheide über den Zungenbeinkörper weg nach hinten die Theile der M. geniohyoidei, welche ausein-

ander gedrängt wurden, mantelförmig die Zungenscheide im Stratum externum umfassten und auf deren dorsalem Umfange in der Mittellinie zusammenstiessen. Auf die Insertion dieser Muskelschicht komme ich nachher noch zu sprechen.

Die als dritte, innere Schicht des M. glossovaginalis profundus bezeichneten Fasern sind zum Theil sicher ein Homologon des M. genioglossus. Das wird unbeanstandet für jene Muskelbündel gelten, die aus dem gemeinsamen Ursprunge an den Kieferästen stammen und sich in der Medianlinie zwischen die beiden M. sternoglossi einsenken. Diese Faserbündel finden sich auch, aber weniger von einander getrennt, sondern mehr eine gegen die Zunge aufsteigende und in sie eindringende Platte bei Myrmecophaga jubata, und sind hier von Pouchet als M. genioglossus bezeichnet. Dagegen enthalte ich mich vor der Hand eines Urtheils über die übrigen in diesem Stratum auftretenden Fasern; hier ist ein Aufschluss von der Untersuchung anderer Formen zu erwarten. Ich verweise nur darauf, dass bei Myrmecophaga jubata Faserbündel dieses Muskels, da wo die beiden Sternoglossi sich aneinanderlegen, eine Durchkreuzung von der einen Seite zur anderen machen, und dass die lateralen Bündel des M. genioglossus den Spiralmuskel bilden, welcher scheidenförmig den einzelnen M. sternoglossus umhüllt. Das sind Verhältnisse, die sich bei Manis in dem aus durchkreuzten Bündeln bestehenden Wulste an der vorgebauchten Strecke der Zungenscheide und in den Muskelfasern wiederfinden, welche zunächst die M. sternoglossi umfassen. Sie bleiben aber noch besonders zu prüfen.

Von dem Standpunkte aus, dass bei den Vermilinguen die Insertionspunkte von Muskeln am Zungenbein verschoben sind, wird man die M. sternoglossi, soweit sie in die Substanz der Zunge eintreten, als Homologa der M. hyoglossi bezeichnen. Mir ist es aber wahrscheinlich, dass die M. sternoglossi der Manis noch andere Elemente aufgenommen haben. Es hat auch schon R. Owen[1]) ausgesprochen, ohne es weiter zu begründen, dass die hintere Strecke der M. sternoglossi die Musculi sternohyoidei enthalte.

Für die Beurtheilung dieser Verhältnisse greife ich auf Myrmecophaga zurück, die mit der geringeren Entwicklung des processus xiphoideus auch ein offenbar ursprünglicheres Verhalten der Muskeln zeigt. Die beiden M. sternoglossi verlaufen hier von ihrem Ursprung an der Basis des processus xiphoideus getrennt von einander auf der dorsalen Fläche des Brustbeins, sie liegen dabei lateralwärts von Muskeln, die nach ihren Anheftungen nichts anderes sein können als die Musculi sternothyreoidei, deren Ursprünge am Sternum aber nach hinten bis auf die Basis des proc. xiphoideus verschoben sind. Musculi sternohyoidei fehlen. Das Verhalten der Musculi sternothyreoidei ist beachtenswerth, da es die Möglichkeit einer Verschiebung der am Zungenbein inserirenden Muskeln nach hinten in offenkundigster Weise vorführt.

Bei Manis legen sich die beiden M. sternoglossi zu einem Strang aneinander; die M. sternothyreoidei haben aber eine so weitgehende Verschiebung nach hinten

1) R. Owen. On the anatomy of the great Anteater. Transactions of the zool. Society of London. Vol. IV. 1862. pg. 127.

wie bei Myrmecophaga nicht erfahren, sondern entspringen auf der dorsalen Fläche des Manubrium in der Höhe der ersten Rippe. Die M. sternohyoidei fehlen auch hier. Meines Erachtens ist hier die Deutung zulässig, dass die Musculi hyoglossi, als sie mit der Entwicklung der Zungenscheide nach hinten geschoben wurden und dabei den Ursprung am Zungenbein verloren, mit den M. sternohyoidei zusammenflossen, und dass diese dabei ihren Ursprung am Brustbein so weit nach hinten verlegten, wie es in geringerer Ausdehnung auch die M. sternothyreoidei bei Myrmecophaga gethan haben. Dann wären die M. sternoglossi als vereinigte Musculi hyoglossi und M. sternohyoidei zu bezeichnen. Das Fehlen selbständiger Musculi sternohyoidei wäre damit verständlich. Zu Gunsten dieser Auffassung kann angeführt werden, dass die Musculi sternohyoidei gelegentlich quere sehnige Inscriptionen aufweisen, und dass solche sich an der Endstrecke der M. sternoglossi finden. Vielleicht lässt sich aber auch feststellen, in welcher Ausdehnung die M. sternohyoidei an der Gesammtheit der Musculi sternoglossi betheiligt sind. Die Verhältnisse, die bei Manis tricuspis an der Endstrecke der Musculi sternoglossi bestehen, lassen sich nämlich derartig ausdeuten, dass man die vordere der beiden in ihr vorhandenen sehnigen Inscriptionen auf eine Strecke des Zungenbeinkörpers bezieht, an welcher sich die Fasern der Musculi hyoglossi und sternohyoidei anhefteten. Dann gehörte die vor der vorderen Inscription liegende Strecke den Musculi hyoglossi, die dahinter gelegene den Musculi sternohyoidei an, und diese wären durch den Besitz einer ihnen eigenen sehnigen Inscription gekennzeichnet. Ist eine solche Auslegung der Verhältnisse zulässig, so wird es verständlich, dass die äussere und mittlere Schicht des Musc. glossovaginalis profundus als ein Homologon des M. geniohyoideus an dieser Grenzmarke zwischen dem M. hyoglossus und M. sternohyoideus seine Anheftung wie am Zungenbein findet.

Nach meiner oben gegebenen Darstellung breitet sich die in Stränge gesonderte Endstrecke der Musculi sternoglossi bei Manis macrura und tricuspis auf der dorsalen und ventralen Fläche aus und findet hier ihre Insertion. Die völlige Trennung in zwei Stränge, welche bei diesen Thieren die auf den Musculus sternohyoideus zu beziehende Endstrecke findet, ist bei dem gleichen Abschnitt in M. javanica nicht vorhanden. Da aber das Verhalten bei der asiatischen Art offenbar das ursprünglichere, das bei der afrikanischen das gesteigerte ist, so erscheint es geboten, die beiden getrennten Stränge der Endstrecke der Musculi sternoglossi jederseits auf einen Muskel zurückzuführen, aus dem sie durch Spaltung hervorgegangen sind, und sie nicht als zwei gesonderte Muskeln aufzufassen, von denen dann der eine eine Neubildung sein müsste. Neu ist nur die Verschiebung der Insertion eines Theiles der Fasern auf die ventrale Fläche des Brustbeines, da in der Regel die Fasern des M. sternohyoideus auf der dorsalen Fläche dieses Knochens ansetzen. Diese Verschiebung ist aber bei Manis javanica an der stielförmig verschmälerten Strecke des processus xiphoideus leicht verständlich und wird auch bei grösserer Breite des Brustbeinfortsatzes erfolgen, sobald mit der Entfaltung des Muskels seine

Fasern zu einem Uebergreifen über den scharfen Rand der Endplatte des xiphoideum veranlasst werden.

Die so aufgestellten Homologien des Muskelapparates sind durch die Verbindungen seiner einzelnen Theile mit gleichwerthigen Nerven zu stützen. Leider bin ich dazu nicht ganz im Stande, da das mir zur Verfügung stehende Material nicht darartig erhalten war, dass sich alle Nervenzusammenhänge präpariren liessen. Das trifft in erster Linie den Musculus glossovaginalis superficialis und insbesondere dessen als M. stylohyoideus gedeuteten Kopf, der wenn die gegebene Deutung richtig ist, in den Verbreitungsbezirk des N. hypoglossus fallen muss, während der auf den Musculus mylohoideus bezogene Antheil seine Nervenfasern vom dritten Ast des Nervus trigeminus erhalten müsste; dagegen habe ich zu der übrigen Muskelplatte des äusseren Scheidenmuskels keinen der Zweige des N. hypoglossus verlaufen gefunden. Woher deren Innervation kommt, ist noch festzustellen. Die Zweige des Nervus hypoglossus, welche durch den Musculus glossovaginalis superficialis hindurchtreten, verbreiten sich nach vorn und hinten und versorgen die Schichten des Musculus glossovaginalis profundus. Das entspricht dem Verhalten, wie es für den Musculus genioglossus und geniohyoideus gefordert wird, und gestattet daher die Auffassung, dass diese Muskeln in den Musculus glossovaginalis profundus aufgegangen sind.

Für die Auffassung, dass der Musculus sternoglossus aus einer Vereinigung des Musculus hyoglossus und M. sternohyoideus hervorgegangen sei, kann ich aus dem Verhalten der Innervation bei Manis macrura und tricuspis keinen unmittelbaren Beleg beibringen. Ich fand nur Zweige eines einzigen Stammes vom N. hypoglossus an die hier in Betracht kommende Strecke in den Muskel eintreten. Dagegen ist von G. Pouchet eine hier ins Gewicht fallende Angabe gemacht. Nach ihm tritt bei Myrmecophaga jubata auf der Höhe des Manubrium sterni ein Nerv an den Musculus sternoglossus und wendet sich an diesem mit seinen Verzweigungen nach hinten, während an die vordere Strecke des M. sternoglossus Zweige des N. hypoglossus treten. Pouchet nennt diesen ersten Nerv Nervus sternoglossus, und lässt ihn aus einer Anastomose vom ersten Cervicalnerven zum Nervus hypoglossus hervorgehen. Dies Verhalten entspricht der Innervirung des Muscul. sternohyoideus anderer Säuger, wo dieser Muskel durch einen Ramus descendens Nervi hypoglossi versorgt wird, der mit Cervicalnerven eine Ansa hypoglossi bildet. Danach würde die von hier aus innervirte Strecke des M. sternoglossus einem M. sternohyoideus gleichzusetzen sein, wie ich das oben angenommen habe. Bei Manis macrura habe ich nun allerdings einen Nerven, der dem von Pouchet als Nerv. sternoglossus bezeichneten gleichzusetzen wäre, nicht gefunden, bezweifle auch, dass das nur Folge schlechter Erhaltung des Materials oder mangelhafter Präparation sei, da die Scheide der Musculi sternoglossi an keiner Stelle eine Durchbrechung aufweist, an welcher ein dementsprechender Nerv hätte durchtreten können. Da nun bei dieser Manis von dem Nervus hypoglossus, wo er den Musculus glossovaginalis superficialis durchbricht, Zweige nicht nur nach vorn sondern, was bei Myrmecophaga nicht der Fall ist,

auch nach hinten laufen, so vermuthe ich, dass diese letzteren den Fasern des von Pouchet beschriebenen Nervus sternoglossus entsprechen. Dann würde auch hier die Endstrecke des Musculus sternoglossus auf einen Musculus sternohyoideus bezogen werden können; der an ihn tretende Nerv enthielte die Fasern vereinigt, welche bei Myrmecophaga im N. hypoglossus und N. sternoglossus gesondert sind, und die bei anderen Säugern den Innervationsbezirk des Musculus hyoglossus und sternohyoideus umfassen.

Die Homologien in das Blutgefässsystem hinein zu verfolgen ist mir bei der in dieser Hinsicht unzulänglichen Präparation nicht möglich.

Als Schlussergebniss dieser kleinen Untersuchung stellt sich nun die Haltlosigkeit der von Parker behaupteten Deutung des processus xiphoideus der afrikanischen Manis-Arten als Abdominalrippen in überzeugender Weise heraus und bestätigt die von M. Weber gebrachte Widerlegung dieser Auffassung. Es ergiebt sich aber ferner, dass der so eigenartig gestaltete Muskelapparat, der an diesem Skelettheile entspringt und der in ungleichen Entwicklungsstufen bei den übrigen Vermilinguia vorhanden ist, alle die Bestandtheile enthält, die sich in mittelbarer oder unmittelbarer Weise mit der Zunge und dem Zungenbein anderer Säuger in Verbindung finden. Ist mit dem Aufgeben der Deutung des besonders entwickelten processus xiphoideus als Abdominalrippen, die denen von Reptilien gleichzusetzen wären, von dieser Seite her der Versuch, die Vermilinguia an Reptilien anzuschliessen oder sie von solchen abzuleiten, abgewiesen, so geschieht das noch mehr, wenn man die Besonderheiten des geschilderten Muskelapparates erwägt. Mag die lange Zunge der „Wurmzüngler" in ihrer äusseren Erscheinung einer Reptilienzunge ähneln können, in der Ausgestaltung der mit ihr zusammenhängenden Muskulatur weicht sie völlig davon ab. Und wie diese Zungenmuskeln der vermilinguen Säuger auf die Zungenmuskulatur anderer Säuger zurückgehen, so sind sie von jener der Reptilien ganz abweichend; und wenn das Zungenbein der Reptilien, insbesondere der Lepidosaurier, in Verbindung mit der eigenartigen Zungenmuskulatur seine besonderen Formverhältnisse erhielt, so behält das Zungenbein der Edentaten die Form, wie sie den Mammalien eigenthümlich ist, auch da wo mit der Entwicklung des sternoglossalen Muskelapparates sonst an ihm anheftende Muskeln diese Verbindung aufgeben. In allen diesen Verhältnissen zeigen die Edentaten keine verwandschaftlichen Beziehungen zu Reptilien, sondern erweisen sich als Mammalien einer besonderen Entwicklungsrichtung.

Was im Einzelnen die Entwicklung der Zungenmuskulatur bei Manisarten des afrikanischen Continentes beeinflusst haben mag, wird sich wohl feststellen lassen, wenn wir genauer als zur Zeit über die Lebensweise und besonders über den Nahrungserwerb dieser Thiere unterrichtet sein werden.

Tafelerklärung.

Allgemein gültige Figurenbezeichnung.

Glv. s. Musculus glossovaginalis superficialis; Glv. s. 1 sein an der bulla tympanica entspringender Kopf.
Glv. p. Musculus glossovaginalis profundus.
Glv. p. 1 dessen äussere, 2 dessen mittlere, 3 dessen innere Schicht.
Pl. Platten des Brustbeinfortsatzes.
Pl. r. rechte, Pl. l. linke Platte.
St. Stäbe des Brustbeinfortsatzes.
St. r. rechter, St. l. linker Stab.
Stg. Musculus sternoglossus.
Stg. l. dessen lateraler Strang in der Endstrecke.
Stgl. l. linker, Stgl. r. rechter Strang.
Stg. m. medianer Strang.
Z. Zungenkörper.
Zsch. Zungenscheide und deren Binnenraum.

In den Buchstaben der Figurenbezeichnung ist zu berichtigen: Taf. I Fig. 3 unten rechts statt Glv. p. 3 Glv. p. 1; in Taf. II Fig. 18a unten links statt Stgl. r. Stgl. l.; in Fig. 18f statt St. Pl. r. St. Pl. l.

Tafel I.

Fig. 1. Vordertheil einer abgebalgten und ausgeweideten Manis tricuspis mit dem freigelegten Brustbeinfortsatz und dessen Muskulatur. Die Brustwand ist geöffnet und zur Seite geschlagen, sodass der Muskelapparat in seiner ganzen Länge frei liegt. In der Halsgegend sind die Unterkieferdrüsen freigelegt und zur Seite geschlagen; der Ausführungsgang der linken Drüse durchbricht die äussere Schicht, die vom Musculus glossovaginalis superficialis gebildet wird; daneben der Nervus hypoglossus; der Musculus sternomastoideus, den M. biventer mandibulae kreuzend ist bis auf den Kopfabschnitt weggenommen; der mit dem M. biventer parallel zum Kiefer nach vorn laufende Strang gehört zum M. sternomaxillaris. Auf der Höhe des Durchtrittes der Ausführungsgänge der Unterkieferdrüse inserirt sich der an der Bulla tympanica entspringende Muskelbauch an dem Musculus glossovaginalis superficialis. Hier tritt in der Mitte des ventralen Umfanges zwischen den auseinanderweichenden Muskelfasern die geknickte Zungenscheide mit der Zunge hervor. — In der Brustwand und auf dem vorderen Theile des Brustbeinfortsatzes ist der gesammte Muskelapparat von der Unterlage abgehoben, um zu zeigen wie er in dieser ganzen Ausdehnung frei liegt. Nat. Grösse.

Fig. 2—8. Verschiedene Präparationen an demselben Präparat; zur Orientirung dient für die vordere Strecke die angedeutete Zungenscheide. Nat. Grösse.

Fig. 2. Der Theil des Musculus glossovaginalis superficialis hinter dem Durchtritt der Zungenscheide ist am seitlichen Umfange eine Strecke weit gespalten und der dorsale membranöse zur Seite geschlagen; unter ihm tritt, zum Theil durchscheinend die äussere Schicht des Musc. glossovaginalis profundus hervor und die Stelle, an der deren beide Hälften in der dorsalen Medianlinie des Muskelstranges unter spitzem Winkel zusammentreten.

Fig. 3. Der Musculus glossovaginalis ist entfernt; die Ursprungstrecken der drei übereinanderliegenden Schichten des Musculus glossovaginalis profundus sind auseinandergezogen dargestellt; das Stratum externum Musc. glossovaginalis vorn nur in seinem muskulösen Theile erhalten, und noch geschlossen.

Fig. 4. Aehnliche Präparation, in der aber die hintere Strecke der Scheide, welche der M. glossovaginalis bildet, am seitlichen Umfange der Länge nach gespalten und auseinander geschlagen gezeichnet ist.

Fig. 5. Die gesammte hintere Strecke des Muskelapparates in Verbindung mit der Endstrecke des Brustbeinfortsatzes. Der Musculus glossovaginalis superficialis ist seitwärts der Länge nach gespalten; seine Platte heftet sich auf der Oberfläche des M. sternoglossus an; die äussere Schicht des M. glossovaginalis profundus ist gleichfalls seitlich gespaltet; das Blatt heftet sich auf der Höhe der vorderen sehnigen Inscription auf der Oberfläche des Musculus sternoglossus an. Die vordere Strecke der Musculi sternoglossi erscheint als ein einheitlicher frei in den Muskelscheiden liegender Strang; auf der folgenden Strecke zwischen den beiden sehnigen Inscriptionen sind die beiden im natürlichen Zustande unmittelbar aneinanderliegenden Hälften künstlich von einander getrennt; an der Endstrecke sieht man den Anfang der medianen Strecke, und wie der linke Stab und Platte zwischen dem medianen und lateralen Muskelstrange heraustreten; der linke laterale Muskelstrang greift auf die aufwärts gewendete ventrale Fläche des Endes vom Brustbeinfortsatz hinüber.

Fig. 6. Das untere Endstück des processus xiphoideus von der dorsalen Fläche gesehen; seine Stäbe und Platten sind zwischen den Muskeln herausgezogen und zur Seite gebogen; auf der Endfläche scheinen die medianen Stränge des Musculus sternoglossus durch, am Rande liegen dessen laterale Stränge.

Fig. 7. Dasselbe Präparat so gedreht, dass die ventrale Fläche vorliegt; man sieht das Ende der vom M. glossovaginalis superficialis gebildeten Scheide; vor der Inscription die getrennten Hälften des M. sternoglossus; auf der Endstrecke den linken lateralen Strang des M. sternoglossus und seine Ausbreitung auf der ventralen Fläche, die medianen Stränge des Muskels und die zwischen den Muskeln hervorgezogenen Stäbe und Platten des processus xiphoideus.

Fig. 8. Die vordere Strecke des Muskelapparates hinter der Knickung der Zungenscheide, die am seitlichen Umfange gespalten ist; M. glossovaginalis superficialis und die äussere und mittlere Schicht des M. glossovaginalis profundus sind gespalten und zur Seite geschlagen; man sieht die Faserbündel der tiefen Schicht dieses Muskels, die an die axialen Musculi sternoglossi hinantreten, sowie die Verbreitung des von arteriellen Zweigen begleiteten Nervus hypoglossus.

Auf der hinteren Strecke der Musculi sternoglossi ist bei Stgl. x. ein Schnitt in die Schicht der hier liegenden Ringfasern gemacht und sind diese auseinandergebogen. Vergr. 3.

Fig. 9. Der processus xiphoideus von Manis javanica und die Ausbreitung der Musculi sternoglossi auf ihm. An der stielförmigen Basis des spatenförmigen erweiterten Fortsatzes tritt aus der Brusthöhle der Muskelstrang heraus und breitet sich auf der dorsalen und ventralen Fläche der Endplatte des Fortsatzes aus. Um das zu zeigen ist auf der linken Hälfte des Fortsatzes die ventrale Ausbreitung des Muskels eingeschnitten und zur Seite geklappt, sodass man die sonst in dieser Ansicht verdeckte dorsale Muskelpartie sieht. Nat. Gr.

Fig. 10. Präparat des processus xiphoideus und seiner Muskulatur im Zusammenhang mit der Bauch- und Brustwand sowie mit dem Unterkiefer, von einem grösseren Exemplar der Manis macrura Erxl. Die vom Musculus glossovaginalis superficialis gebildete Scheide ist in der vorderen Strecke in der ventralen Mittellinie gespalten und ausgebreitet, der vorliegende Lappen zu dem Behufe zweimal eingeschnitten; auf der ausgebreiteten Platte sieht man die am dorsalen Umfang liegende Bindegewebsplatte, an welcher von jeder Seite her die spangenförmigen Fasern sich anheften, im oberen Theile den Durchtritt des Nervus hypoglossus und des Ausführungsganges der Unterkieferdrüse; auf der Anfangsstrecke der geschlossenen Scheide sieht man die nach hinten gegen die ventrale Medianlinie spitz auslaufende Muskelplatte. Im vorderen Theile des Muskelpräparates sind die muskulösen Bänder der oberflächlichen und mittleren Schicht des Musculus glossovaginalis profundus von einander getrennt und zur Seite gezogen; damit ist die tiefe Schicht des Muskels, die von den Kiefern kommenden Längsfasern, der Querwulst über der Knickuung der Zungenscheide und die von da auf die Oberfläche der Musculi sternoglossi sich ausbreitenden Fasern freigelegt. Der hintere Theil des Muskelapparates tritt über dem Anfangstheile des processus xiphoideus in eine Bauchfelltasche, innerhalb der er mit hakenförmiger Krümmung auf der Innenfläche der Bauchwand verläuft; diese Tasche ist weiterhin geöffnet und der Brustbeinfortsatz mit seinen Scheiden und Muskeln freigelegt. Auf dem Vorderende der Brustwand die Ursprünge der Musculi sternothyreoidei und eigenthümliche Muskeln auf der Innenfläche der Brustwand.

Tafel II.

Fig. 11. Skelet des Brustbeins mit den sternalen Rippenden und mit dem in grader Lage künstlich ausgestreckten processus xiphoideus, der so über die Symphyse des Beckens hinausreicht; von Manis macrura Erxl. Nat. Gr.

Fig. 12. Querschnitt durch den frei im Binnenraume der Zungenscheide liegenden Zungenkörper und die scheidenförmig abgeschlossenen Musc. glossovaginalis superficialis und profundus, aus der hinteren Halsgegend eines Embryo von Manis tricuspis. Vergr. 16,4.

Fig. 13. Querschnitt durch die Muskulatur auf der halben Länge des Brustbeinkörpers von Manis macrura Erxl. juv. Unter der axialen Muskelmasse,

die Nerven und Gefässe umschliesst, liegt als Spalt erscheinend die blindsackförmige Fortsetzung der Zungenscheide nach hinten. Der Musculus glossovaginalis superficialis fehlt. Vergr. 16,5.

Fig. 14. Querschnitt aus dem gleichen Thier durch den Muskelapparat auf der Basis des Brustbeinfortsatzes; der Musculus glossovaginalis superficialis fehlt; die beiden M. sternoglossi sind durch starke septale Muskelbündel von einander getrennt. Vergr. 16,5.

Fig. 15—18. Querschnitte in verschiedener Höhe durch den processus xiphoideus und seine Muskulatur aus einer Manis tricuspis. Vergr. 15,7.

Fig. 15. Querschnitt durch die zu einer Scheide vereinigten Stäbe und Platten des processus xiphoideus. Im Binnenraum der Scheide liegen frei die von dem sehnigen Theil des Musculus glossovaginalis superficialis umschlossenen Musculi sternoglossi. Der Schnitt liegt zwischen der ersten und zweiten sehnigen Inscription.

Fig. 16. Querschnitt durch den processus xiphoideus und seine Muskulatur aus dem Anfang der nach vorn zurücklaufenden Endstrecke. Die Querschnitte der Stäbe und Platten liegen in dem fünfkantigen Apparat einander gegenüber, durch äussere Hülle und innere septenartig erscheinende Bänder zusammenhängend. Der Muskelapparat zeigt die Trennung in die medianen und lateralen Stränge.

Fig. 17 und 18a bis f. Querschnitte in Abständen aufeinanderfolgend aus der abgeplatteten Endstrecke des processus xiphoideus.

Fig. 17. Die Platten und Stäbe liegen durch Membranen verbunden in einer Ebene, dorsalwärts von ihnen die mediane Masse, ventralwärts die lateralen Stränge der Musculi sternoglossi.

Fig. 18a. Der rechte Stab ist mit seiner Platte verschmolzen, unter ihnen der Endtheil des rechten lateralen Muskelstranges.

Fig. 18b. Der rechte laterale Muskelstrang fehlt.

Fig. 18c. Die rechte Hälfte der Knorpel des processus xiphoideus im Verschwinden; der linke Stab und seine Platte, zwischen der medianen dorsalen Muskulatur und dem linken lateralen Strange der Musculi sternoglossi.

Fig. 18d. Der linke Stab und die linke Platte allein in der Mitte der eben erwähnten Muskulatur.

Fig. 18e. Der linke Stab und Platte verschmelzen, vom linken ventral gelegenen Muskelstrange besteht nur noch ein geringer Rest.

Fig. 18f. Querschnitt durch den gemeinsamen Ausgangspunkt des linken Stabes und seiner Platte, dorsalwärts von ihm ein Rest des medianen Stranges der M. sternoglossi, überdeckt von dem Faserknorpel der auf allen vorhergehenden Schnitten, wie an der linken so an der rechten Platte zu sehen ist.

Berichtigung.

Auf Seite 2 Zeile 20 von unten ist statt Manis macrura Erxl. zu lesen Manis tricuspis Sundev.

Die Schnabelbildung von Heteralocha acutirostris (Gould).

Mit 7 Textfiguren.

Zu den absonderlichen Erscheinungen, an denen die Thierwelt Neuseelands so reich ist, gehört der Dimorphismus in der Schnabelbildung der Heteralocha (Neomorpha) acutirostris (Gould). Als der Vogel, der nach den ausführlichen Mittheilungen, die Walter L. Buller zu wiederholten Malen, am ausführlichsten in der zweiten Auflage der schönen History of the Birds of New Zealand[1]), über ihn gemacht hat, auf Neuseeland nur in einem beschränkten Bezirke vorkommt, von J. Gould[2]) beschrieben wurde, glaubte dieser nach der ungleichen Form des Schnabels, die die ihm vorliegenden Stücke zeigten, zwei Arten, acutirostris und crassirostris, unterscheiden zu müssen. Die Vögel stimmten zwar in Färbung und Zeichnung des Gefieders überein, hatten gleichgebildete Schnabellappen, wichen aber durch die Schnabelform völlig von einander ab, denn bei dem einen Vogel war der Schnabel, ähnlich dem einer Upupa oder eines Irrisor schlank, dünn ausgezogen und stark gekrümmt, während bei dem anderen der Schnabel dick, kegelförmig und fast grade war, die Form eines Raben- oder Starenschnabels zeigend. Ich gebe hier die Umrisszeichnungen dieser ungleich gestalteten Schnäbel, nach denen die Arten acutirostris und crassirostris aufgestellt wurden, nach Exemplaren der Göttinger Sammlung.

---

1) Walter Lawry Buller, A history of the Birds of New Zealand. Ed. II. Vol. I. London 1888. pg. 7.

2) Proceedings of the zoological Society of London. Pt. IV. 1836. pg. 144. 145.

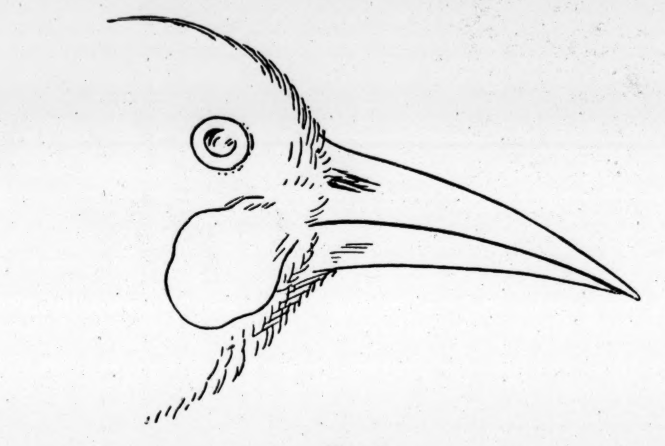


Fig. 1.

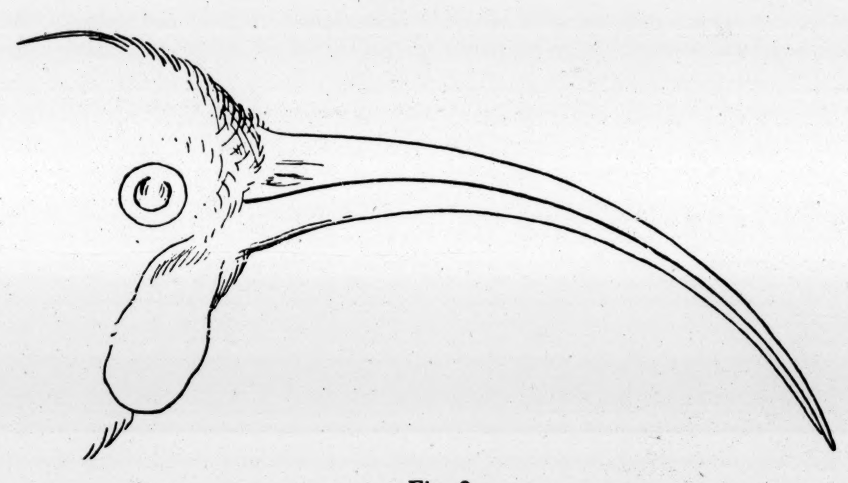


Fig. 2.

Fig. 1 Schnabel eines erwachsenen Männchens; Fig. 2 Schnabel eines erwachsenen Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould); nach gestopften Exemplaren der Göttinger Sammlung. Nat. Gr.

G. R. Gray[1]) war es, der die beiden Arten zusammenzog und die Ungleichheit der Schnabelform für einen Sexualcharakter erklärte; das Männchen hätte den dicken kegelförmigen, das Weibchen den schlanken gebogenen Schnabel. Dieser Geschlechtsunterschied ist den Eingeborenen Neuseelands, die den Vogel wegen seiner Federn schätzen, offenbar bekannt gewesen, und muss sich nach den Beobachtungen im Freien an den paarweis lebenden Thieren, wie solche zumal Walter L. Buller gemacht und mitgetheilt hat, leicht herausstellen. Dass diese Geschlechtsdifferenz, die unter den Vögeln doch wohl eine sehr seltene ist, durch anatomische Untersuchungen mehrfach bestätigt worden sei, ist mir nicht bekannt geworden.

---

1) G. R. Gray, Hand-List of genera and species of Birds. Pt. II. 1870. pg. 22.

Herrn Dr. O. Finsch verdanke ich die Gelegenheit in dieser Hinsicht nun einen Beitrag zu der Kenntniss der hier in Betracht kommenden Verhältnisse liefern zu können. Er überwies der Sammlung des Göttinger zoologisch-zootomischen Instituts zwei in Weingeist conservirte Exemplare der Heteralocha acutirostris.

Beide Vögel hatten das Gefieder, wie es von völlig ausgefärbten, erwachsenen Vögeln beschrieben wird. Das berechtigte die Annahme, dass die Thiere voll entwickelt seien. Das eine von ihnen musste nach der kurzen, kegelförmigen Gestalt des Schnabels als Männchen angesprochen werden; die anatomische Untersuchung bestätigte das durch den Nachweis der allerdings nur gering entwickelten Hoden. Bei dem anderen Exemplar war dagegen eine Bestimmung des Geschlechtes von vornherein nicht sicher zu machen. Die Form des Schnabels, von der ich hier (Fig. 3) eine Umrisszeichnung gebe, nahm eine Zwischenstellung

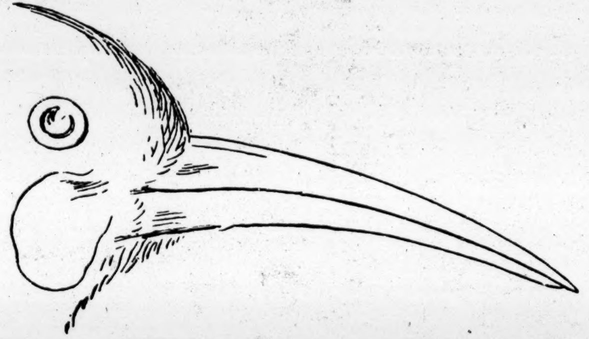


Fig. 3. Kurzer Schnabel eines erwachsenen Weibchens von Heterolocha acutirostris (Gould). Nach einem Exemplar der Göttinger Sammlung. Nat. Gr.

zwischen der männlichen und weiblichen Schnabelform ein. Eine irgend auffallende besondere Verletzung oder der Rückstand einer solchen, die ausgeheilt wäre, ist am Schnabel nicht zu sehen. Er ist an seiner Wurzel niedriger als der Schnabel des erwachsenen Männchens, aber länger, schlanker und stärker gekrümmt als dieser. Mit dem Schnabel des erwachsenen Weibchens stimmt er in der Höhe an der Schnabelwurzel überein, ist aber erheblich kürzer, und, worauf ich besonders Gewicht legen möchte, sehr viel weniger gekrümmt als dieser. Bei dieser Zwischenstellung des Schnabels zwischen männlicher und weiblicher Form und der völligen Uebereinstimmung des Gefieders bei beiden Geschlechtern konnte nur die Untersuchung der Eingeweide den Ausschlag über das Geschlecht geben. Diese erwies, dass der Vogel ein Weibchen war; der eine Eierstock war deutlich ausgebildet vorhanden; waren die Follikel auch nur klein, die grössten etwa von der Grösse eines Hirsekorns, so war das Organ als solches doch nicht zu verkennen. Die geringe Ausbildung des Eierstockes konnte nicht als ein Zeichen von Missbildung oder Functionsunfähigkeit aufgefasst werden, sondern zeigte, nach dem Vergleich mit anderen Vögeln, nur den Zustand an, in dem sich der Eierstock zur Zeit der Ruhe befindet.

Da der Vogel das Gefieder des ausgewachsenen Thieres besitzt, ihm besonders die weissen Flecken auf den unteren Schwanzdeckfedern fehlen, die von Buller[1]) als Kennzeichen der jungen Weibchen angeführt werden, so kann die Kürze des Schnabels nicht auf einen Jugendzustand zurückgeführt werden, das sonst anzunehmen nahe liegt, da junge Weibchen, wie das von Sharpe[2]) nach Exemplaren im britischen Museum bestätigt wird, kürzere Schnäbel als erwachsene Thiere besitzen. Ausserdem hat Buller[3]) den Schnabel eines jungen Weibchens abgebildet; von dieser Figur gebe ich hier eine Copie, um zu zeigen,

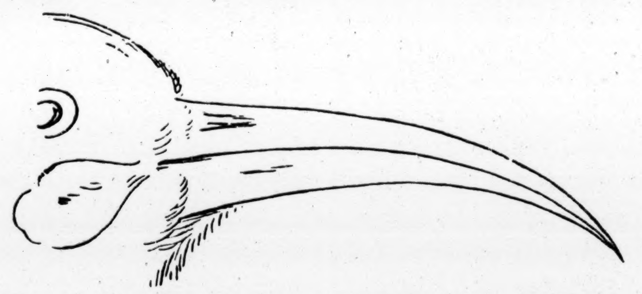


Fig. 4. Schnabel eines jungen Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. (Copie nach W. L. Buller).

dass dieser Schnabel bereits stärker gekrümmt ist, als bei dem uns interessirenden Vogel mit völlig ausgefärbtem Gefieder.

Der Befund des Geschlechtsapparates bietet keine Veranlassung, die abweichende Schnabelform dieses Weibchens als einen Correlationszustand zu einem Defect im Geschlechtsapparat aufzufassen.

Danach wird man sich darauf beschränken müssen, die Schnabelform als eine Varietät anzusehen, die hinter der Erlangung der vollen Ausgestaltung zurückbleibt — eine an und für sich häufige Erscheinung —, für die aber eine Veranlassung nicht nachzuweisen ist.

Es wird die nächste Aufgabe sein, zu erfahren, ob derartige Abweichungen von dem, was als Regel in diesem Falle anzusehen ist, häufiger vorkommen und ob nicht Ausnahmen von der Regel, dass die männlichen Vögel kurzschnäbelig, die Weibchen langschnäbelig sind, festzustellen sind, sobald man die Feststellung des Geschlechtes mit dem Nachweis von Hoden oder Eierstock führt.

Inzwischen möchte ich einige Punkte hervorheben, die mir in der den Vogel betreffenden Literatur entgegengetreten sind.

Buller hat uns das Benehmen der Vögel geschildert, die er in der Gefangenschaft hielt, und legt einen gewissen Nachdruck auf die ungleiche Art, mit welcher das Männchen und das Weibchen Gebrauch vom Schnabel machen. Die

1) a. a. O. pg. 7.

2) Catalogue of the Birds in the British Museum. Vol. III. London. 1877. pg. 144.

3) Walter L. Buller, Further descriptive Notes of the Huia. Transactions and proceedings of the New Zealand Institute. 1877. Vol. X. pg. 211. Plate V. Fig. 1.

Vögel fressen Käferlarven, die im Holze leben; das Männchen meisselt mit seinem starken Schnabel die Gänge, in denen diese Larven stecken, auf, um so zu ihnen zu gelangen; das Weibchen holt mit dem langen dünnen Schnabel, den es tief in die Wurmgänge einsenkt, die Käferlarven aus diesen heraus. Wo das Holz zu hart ist, um vom Männchen aufgemeisselt zu werden, vermag das Weibchen mit dem Schnabel die Beute zu erreichen; auch in solchen Fällen, in denen das Männchen einen Wurmgang theilweise geöffnet hat, ohne bis an die Larve zu gelangen. Danach könnte es scheinen, als ob der Dimorphismus des Schnabels einer Arbeittheilung zu gut käme. Allein Buller hat nicht gesehen, dass der eine Vogel den anderen nach der Besonderheit seiner Schnabelbildung beim Nahrungserwerb unterstützte. Es kommt hinzu, dass die Vögel sich keineswegs nur von solchen Holz bewohnenden Insectenlarven, oder auch nur vorwiegend, wie unsere Spechte, von solchen ernähren. Ihre Nahrung bilden vielleicht mehr noch weiche Beeren; der Darminhalt der mir zu Gebot stehenden Vögel war offenbar pflanzlichen Ursprungs.

Auf eine ungleiche Benutzung des Schnabels in solcher Weise die Entstehung der ungleichen Schnabelform zurückzuführen, dürfte danach kaum zulässig sein.

Aus Bullers Darstellung ergiebt sich aber ein anderes, was für die hier bestehenden Verhältnisse in Betracht zu ziehen ist. Das ist die grosse Variabilität, der der Schnabel der Heteralocha überhaupt unterworfen ist. Wenn man erwägt, dass der Vogel bei seiner engen geographischen Verbreitung und bei seinem keineswegs sehr häufigen Vorkommen in diesem Bezirk, in einer nicht gar zu grossen Zahl von Exemplaren den Sammlern in die Hände fällt, so muss es überraschen und kann wohl kaum als ein Zufall gedeutet werden, dass verhältnissmässig viel Vögel mit abweichender Schnabelbildung bekannt geworden sind. In einem Falle, den Buller erwähnt, zeigte der Schnabel eine ungewöhnlich starke Krümmung; auffallender sind die anderen Fälle, von denen ich

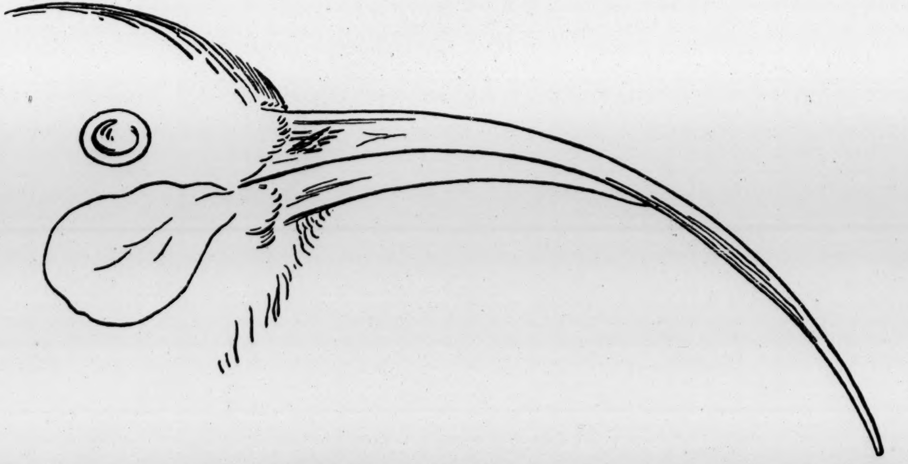


Fig. 5. Abnorm gebildeter Schnabel eines Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. (Copie nach W. L. Buller).

hier nach Bullers Figuren Copien[1]) vorlege. Der in Fig. 5 abgebildete Schnabel zeigt den Oberkiefer nach Art der weiblichen Form verlängert und gekrümmt, während der Unterkiefer an Länge weit hinter ihm zurücksteht; da wo der Oberkiefer über die Spitze des Unterkiefers hinwegragt, zeigt er eine spindelförmige Verdickung. Buller will diese Bildung darauf zurückführen, dass der Unterkiefer durch einen Zufall abgebrochen sei, und dass an der Reibungsstelle von Ober- und Unterkiefer ersterer dann eine Verdickung erfahren habe. — Auffallender noch ist die Deformität, die der Oberkiefer eines Weibchens zeigt.

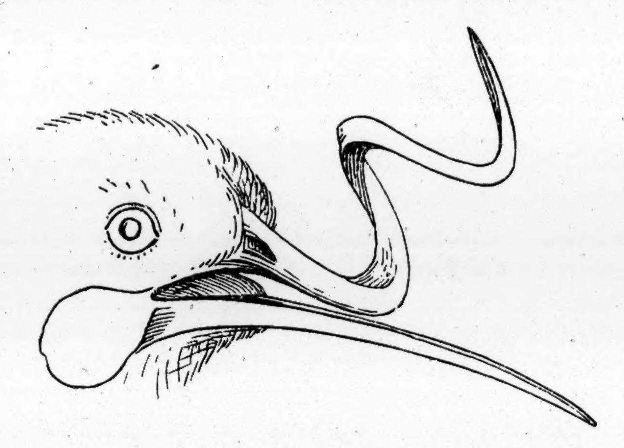


Fig. 6. Schnabel mit schraubenförmig gewundenem Oberkiefer von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. Umgekehrte Copie nach W. L. Buller.

Der Fall ist von W. Colenso beobachtet und von Buller[2]) mitgetheilt. Der Oberschnabel ist, wie das an der nach Bullers Zeichnung, aber in umgekehrter Stellung copirten Figur 6 ersichtlich, in schraubenförmigen Windungen aufwärts gewachsen. Dabei ist keinerlei Anzeichen vorhanden, dass der Schnabel gebrochen oder sonst verletzt gewesen und dadurch zu der ungewöhnlichen Bildung gekommen wäre. —

Anders liegt die Sache in einem von F. W. Kirk[3]) erwähnten Falle (Fig. 7). Diese Bildung soll nach Kirks Meinung auf mechanischen Einfluss zurückzuführen sein, dadurch dass wahrscheinlich ein Schuss durch den Oberschnabel gegangen und ihn unterhalb des Nasenloches gesplittert habe. Ich will die Möglichkeit solcher Veranlassungen zu dieser Deformität nicht in Abrede stellen, möchte aber vermuthen, dass derartige Verletzungen Narben und Callusbildungen zurücklassen würden, von denen in der Abbildung so wenig wie in der Beschreibung etwas bemerkt ist.

---

1) Transact. and Proceed. New Zeal. Institute. X. a. a. O. Pl. V.

2) Buller, History, a. a. O. pg. 17.

3) T. W. Kirk, Remarks on some curious Specimens of New Zealand Birds. Transact. and Proceed. of New Zealand Institute. 1879. Vol. XII. pg. 248.

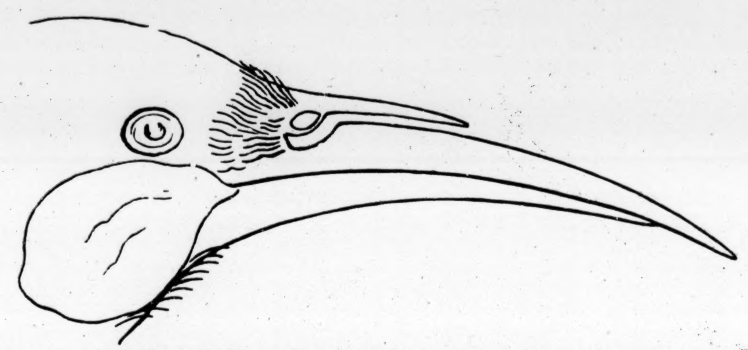


Fig. 7. Abnorm gebildeter Oberschnabel eines Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. Nach F. W. Kirk.

Jedenfalls zeigen diese Fälle, dass der Schnabel in hohem Grade bildungsfähig ist. Zu solchen Variationen rechne ich nun auch den von mir erwähnten Fall des kurzen Schnabels eines Weibchens; vielleicht kann als geringe Abweichung auch das schon angesehen werden, was in Fig. 2 abgebildet ist, dass die Spitze des Oberschnabels ein Stück weit über die des Unterschnabels hinausragt.

Bei solcher Bildungsfähigkeit des Schnabels ist einmal wohl an den Darwinschen Satz zu erinnern, dass secundäre Sexualcharactere veränderlich sind. Andererseits lässt sich auch wohl auf einen anderen Satz Darwins zurückgreifen, dass verschiedene Arten analoge Abänderungen zeigen, wenn wir für unseren Fall ähnliche Bildungen des Schnabels im weiteren Kreise der Verwandtschaft der Heteralocha aufsuchen.

Nun ist es ja zur Zeit mit unserer Erkenntniss der Verwandtschaft der passeriformen Vögel, zu denen die Heteralocha unbestritten gehört, untereinander nach den Angaben Fürbringers wie Gadows schlecht bestellt, und so wird denn auch Heteralocha ungleich in dem System dieser Gruppe untergebracht. Während Garrod[1]) die Gattung nach seiner anatomischen Untersuchung zu den Sturninen stellt, führt Sharpe sie mit den rabenartigen Vögeln in der Gruppe der coliomorphen Turdiformen auf, und stellt sie hier zu der Familie der Corviden. Ist damit eine wahre Verwandtschaft zum Ausdruck gebracht, so ist es nicht zufällig, dass Variationen in der Schnabelbildung, in ähnlicher Weise wie bei Heteralocha, bei den Corviden häufig beobachtet werden. Und zwar in doppelter Form. Misbildungen, die in abnormen Krümmungen des Ober- oder Unterschnabels bestehen und unregelmässige Haken- oder Kreuzschnäbel hervorrufen, und somit an die oben abgebildete Schraubenform des Oberschnabels von Heteralocha erinnern, sind bei unseren einheimischen Rabenarten keine seltene Erscheinung, und von Corvus corone Lth., cornix L., monedula L. und frugilegus L. bekannt. Eine Ursache für solche Misbildung ist meines Wissens nie nachgewiesen.

1) A. H. Garrod, Notes on the Anatomy of the Huia Bird. Proceedings of the zoological Society of London. 1872. pg. 643.

In anderer Weise tritt die Variabilität des Schnabels bei einem anderen Corviden, Nucifraga caryocatactes (L.), auf. Ihre Beschreibung kann ich am besten mit Glogers[1]) Worten geben: „Form und Grösse des Schnabels ändern, sowohl was das Längenmaass, als was die Dicke und Breite desselben betrifft, so bedeutend und wesentlich ab, wie kaum bei einem anderen Vogel: übrigens fast immer in der Art, dass sich der höchste Grad von Stärke mit der mindesten Länge gepaart findet. Man sieht ihn von reichlich 2″2‴ Länge bei kaum 7‴ Höhe und bei nur gleicher oder geringerer Breite — bis 1″7‴ Länge und 9‴ Höhe. Letzteres ist ein Fall, in welchem nicht selten die Breite des Schnabels an der Wurzel merklich grösser ist, als seine Höhe. — Sehr selten findet sich die beinahe grösste Länge mit der entschieden ansehnlichsten Breite vereint. Nicht selten ist der Oberkiefer der ansehnlich längere.“ Daneben kommt auch eine geringe Kreuzung der Kiefer vor. Eine ähnliche Variabilität in der Schnabelgrösse giebt Sharpe[2]) auch für Nucifraga multipunctata Gould aus Cashmere an. Bei den beiden einzigen Stücken dieser Art, von denen ihm das Geschlecht bekannt war, hatte das Männchen den dünneren und längeren Schnabel. Da für Nucifraga caryocatactes die ungleiche Schnabellänge nicht als Sexualcharacter bekannt ist, wird man auch diese Einzelbeobachtung noch nicht in diesem Sinne ausdeuten dürfen.

Danach ist die Variabilität des Schnabels der Heteralocha vermuthlich eine Eigenthümlichkeit, die im Kreise der verwandten Formen weiter verbreitet ist; hier aber in grossem Maasse auftritt und augenscheinlich zur Bildung eines Sexualcharacters geführt hat. Die von mir beschriebene Varietät wäre danach als ein Zurückbleiben hinter dem Maximum, oder als eine Art von Hemmungsbildung zu bezeichnen.

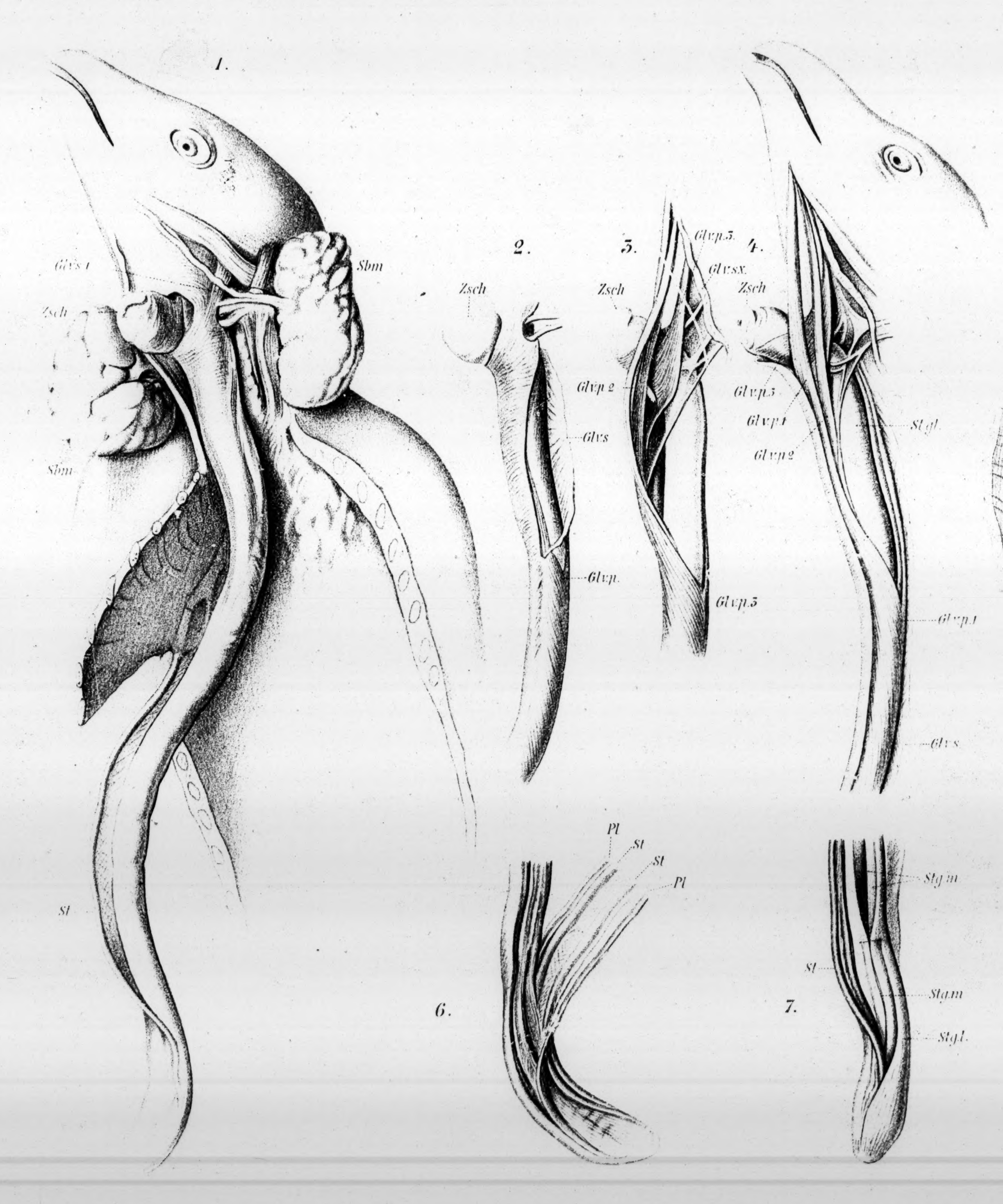
Man ist versucht sich nach Verhältnissen umzusehen, durch die diese im sexuellen Dimorphismus ausgestaltete Variation begründet sein könnte. Die Frage hat, nach Bullers Angabe, Sclater schon beschäftigt, ohne dass er eine zusagende Antwort gefunden hat. Dass die ungleiche Verwendung, die der Schnabel bei Männchen und Weibchen jetzt findet, auch die Veranlassung zu der Divergenz der Form in den beiden Geschlechtern gewesen sein könnte, ist wenig einleuchtend. Eher dürfte der sexuelle Dimorphismus einen Zusammenhang mit Erscheinungen des Geschlechtslebens haben. Der Vogel nistet nach Bullers Mittheilungen in hohlen Bäumen; ein Buller gebrachtes Weibchen zeigte grosse Brutflecken, war mithin offenbar während des Brutgeschäftes erlegt; es erwies sich als ungewöhnlich gut genährt und fett, und das führte Buller zu der Vermuthung, dass, wie das von anderen Höhlenbrütern bekannt ist, das Männchen während der Brütezeit das Weibchen mit Futter versorgt.

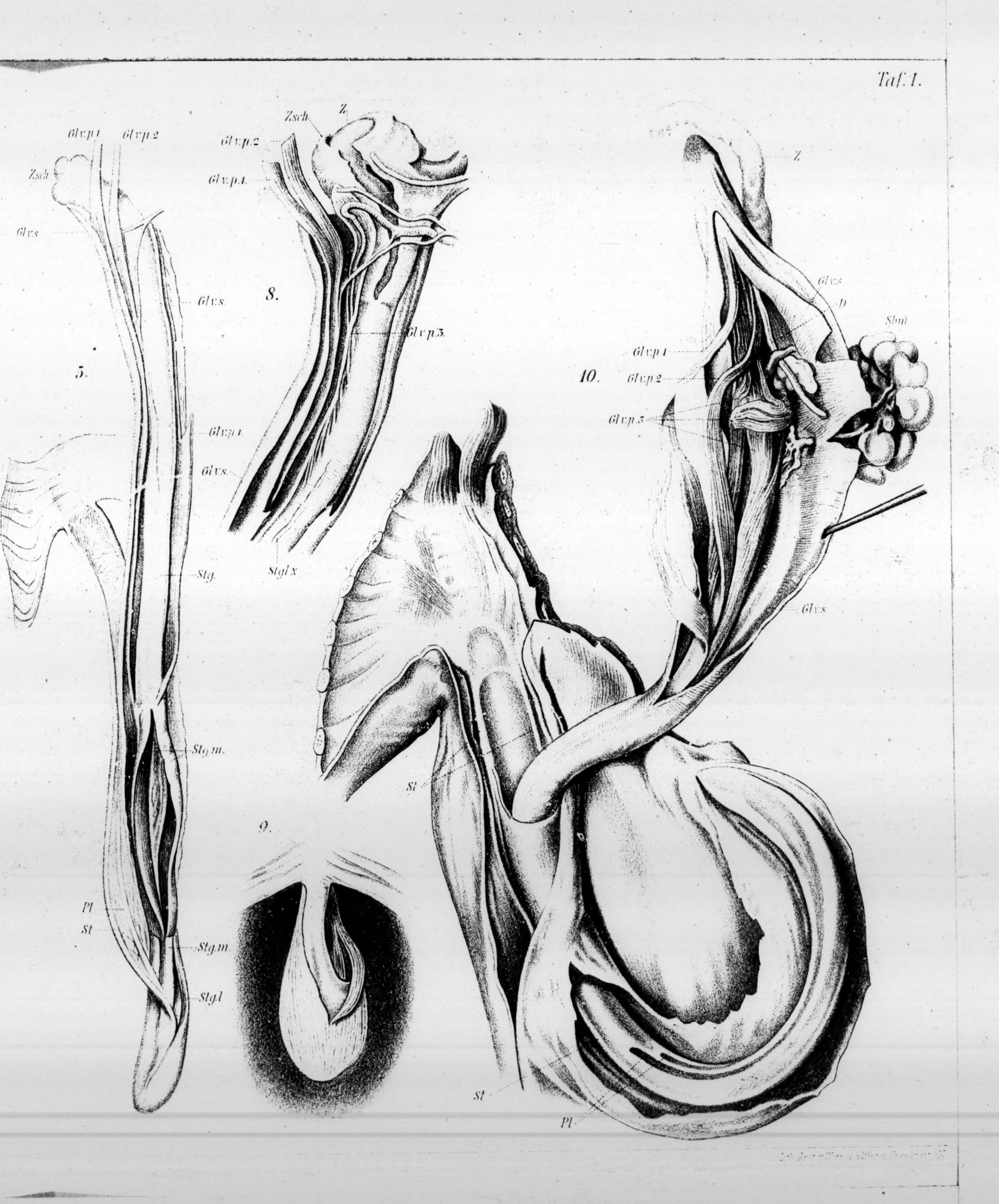
Nun hat aber Buller[3]) von einem männlichen Vogel, den er der Zoologischen Gesellschaft in London geschenkt hatte, mitgetheilt, dass bei diesem,

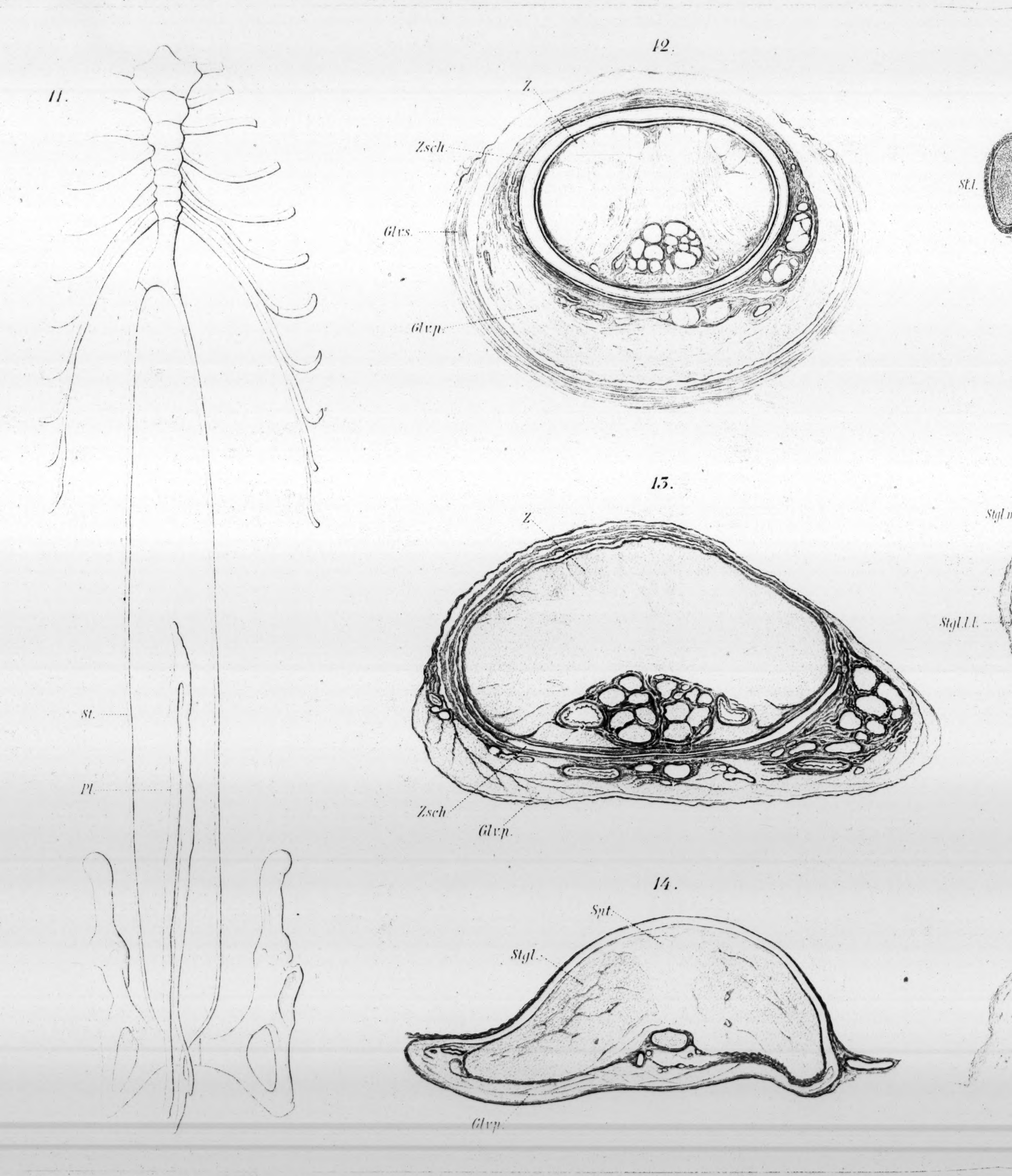
1) C. L. Gloger, Vollständiges Handbuch der Naturgeschichte der Vögel Europas. Breslau 1834. pg. 162.

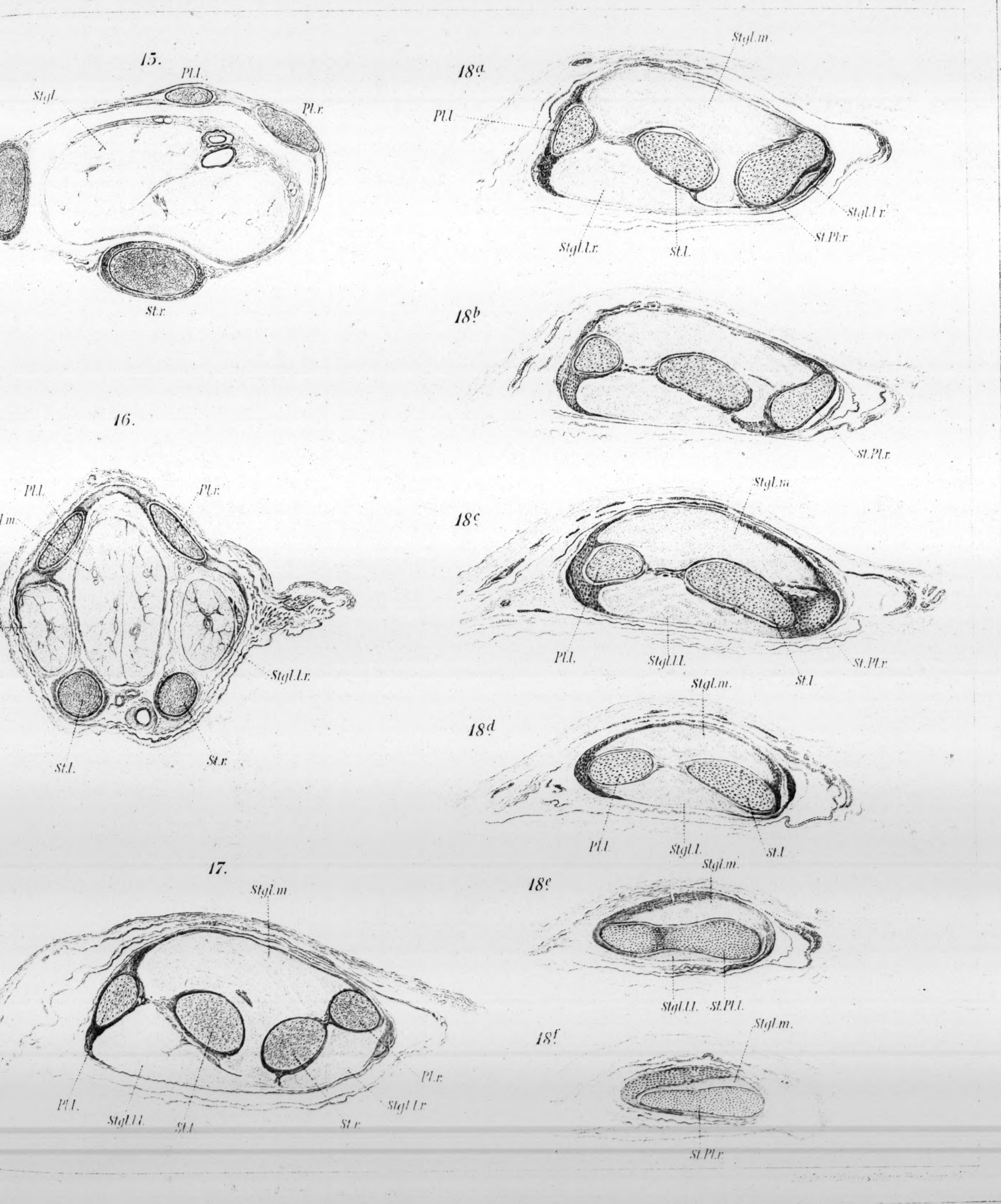
2) a. a. O. pg. 56. 3) a. a. O. pg. 15.

der in der Gefangenschaft mit Weichfutter genährt wurde und dem die Gelegenheit fehlte, seinen Schnabel als Meissel zu benutzen, in ungefähr Jahresfrist der Schnabel in die Länge wuchs, sich etwas krümmte, und damit der weiblichen Form näherte, während der Vogel im besten Gesundheitszustand war. Bringt man diese Beobachtungen zusammen, so drängt sich die Vermuthung auf, es sei bei der von vornherein bestehenden Neigung des Schnabels in der ganzen Familie zu variiren zu dieser als ein unterstützendes Moment Gebrauch und Nichtgebrauch, der mit der besonderen geschlechtlichen Verrichtung, dem Brutgeschäft, verbunden ist, in bestimmter Richtung fördernd hinzugetreten, und so bei jedem der Geschlechter eine Schnabelform zur Entwicklung gekommen, die sonst in verschiedenen Gruppen des Verwandtenkreises — Corvinae und Epimachinae — ihre besondere Ausbildnng erhalten hat.


1.
2.
3.
4.
6.
7.
Sbm
Zsch
St
Glv.p.
Glv.s
Glv.p.2
Glv.p.3
Glv.s.x.
Glv.p.1
St.gl.
Stg.m
Stg.l.
Pl


5.
Glv.p.1
Glv.p.2
Zsch
Glv.s
Glv.s.
Glv.p.1.
Glv.s.
Stg.
Stg.m.
Pl
St
Stg.m.
Stg.l
8.
Zsch.
Z.
Glv.p.2
Glv.p.1.
Glv.p.3.
Stg.l.x
9.
10.
Z
Glv.s
D
Sbm
Glv.p.1
Glv.p.2
Glv.p.3
Glv.s
St
St
Pl


11.
St.
Pl.
12.
Z.
Zsch.
Glvs.
Glvp.
St.l.
13.
Z.
Zsch
Glvp.
Stgl.ll.
14.
Spt.
Stgl.
Glvp.



15.
Pl.l.
Stgl.
Pl.r.
St.r.
16.
Pl.l.
Pl.r.
Stgl.l.r.
St.l.
St.r.
17.
Stgl.m.
Pl.l.
Stgl.l.l.
St.l.
St.r.
Stgl.l.r.
Pl.r.
18a.
Stgl.m.
Pl.l.
Stgl.l.r.
St.l.
St.Pl.r.
18b.
St.Pl.r.
18c.
Stgl.m.
Pl.l.
Stgl.l.l.
St.l.
St.Pl.r.
18d.
Stgl.m.
Pl.l.
Stgl.l.
St.l.
18e.
Stgl.m.
Stgl.l.l.
St.Pl.l.
18f.
Stgl.m.
St.Pl.r.



Triangulation

zwischen sechszehn Sternen der Plejadengruppe vermittelst des Fraunhofer'schen Heliometers der Sternwarte zu Göttingen.

Von

L. Ambronn.

Vorgelegt in der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 3. März 1894.

Einleitung.

In dem ersten Bande der „Astronomischen Untersuchungen" giebt Bessel nach Abhandlung der Theorie des damals neuen sechszölligen Heliometers der Königsberger Sternwarte eine Vermessung der 52 helleren Sterne der Plejadengruppe. Die dort angeführten Gründe zu dieser Vermessung bestehen auch heute noch voll und ganz, aber man hätte sich mit dieser einmaligen Vermessung, namentlich nach einer neuen Reduction mit dem inzwischen noch weit genauer bekannt gewordenen Reductionselementen des Königsberger Instruments, für viele Zwecke begnügen können, wenn nicht im Laufe der Zeit noch einige andere Gesichtspunkte hinzugekommen wären. — Dahin gehört zuerst die Frage nach einer etwaigen physischen Beziehung zwischen den Sternen der in Rede stehenden Gruppe. Weiterhin sind es neuerdings Fragen mehr instrumentaler Natur, welche bei Gelegenheit der in den Jahren 1874 und 1882 eingetretenen Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe in den Vordergrund getreten sind. —

Bezüglich der ersten der hier erwähnten Fragen würde es wünschenswerth sein, wenn heutigen Tages, d. h. nahezu 60 Jahre nach den Messungen von Bessel mit einem der neuen grossen Repsold'schen Heliometer eine mustergiltige Neumessung sämmtlicher von Bessel bestimmter Sterne vorgenommen würde, was in Anbetracht der Leistungsfähigkeit dieser vorzüglichen Instrumente keine sehr grosse Aufgabe sein würde. Es ist auch schon eine derartige Arbeit ausgeführt worden und zwar von Dr. Elkin mit dem Heliometer der Sternwarte des Yale College in Newhaven.

So gut auch jene Arbeit ist, da die abgeleiteten Orte auf zwei ganz unabhängigen Messungsreihen nach verschiedenen Methoden beruhen, so ist doch mancher Einwand gegen die erhaltenen Resultate nicht unbedingt von der Hand zu weisen; dahin gehört namentlich die nicht ganz eingehende Untersuchung der

Konstanten des Instruments (Theilungsfehler und Ocularstellung), welche wohl im Stande sein können, systematische Unrichtigkeiten hervorzubringen. — Das Desiderat einer völlig einwurfsfreien Neuvermessung ist also mit der Elkin'schen Arbeit nicht ganz erfüllt. — Die gegenwärtige Arbeit ist aber auch nicht dazu bestimmt, diese Frage zu lösen und kann es ihrer Natur nach auch gar nicht sein, da das angewandte Instrument eines der kleineren, älteren Heliometer von Fraunhofer ist, welche dieser Künstler zu Anfang dieses Jahrhunderts in mehreren nahezu ganz gleichen Exemplaren konstruirte. Der Hauptzweck der gegenwärtigen Vermessung kann sich also nur auf den zweiten Punkt, d. h. auf die Fragen instrumentaler Natur beziehen. — Diese kleineren Heliometer haben eine historische Bedeutung dadurch erlangt, dass dieselben bei den beiden Vorübergängen der Venus vor der Sonnenscheibe, welche in unserem Jahrhundert sich ereigneten, von den deutschen Astronomen dazu ausersehen waren, als Hauptbeobachtungsinstrumente verwandt zu werden. — Seitens der vom Deutschen Reiche niedergesetzten Commission ist gerade auf die Messungen der Abstände der Venus von dem Sonnenrande während ihres Vorüberganges ein ganz besonderes Gewicht gelegt worden. In diesen Messungen wurden an den verschiedenen Stationen 1874 vier und 1882 fünf solcher Heliometer verwandt. Es ist daher von grossem Interesse, diese Instrumente, auf deren Zuverlässigkeit künftig in ganz wesentlicher Weise unsere Kenntniss des Abstandes der Erde von der Sonne beruhen dürfte, nach möglichst vielen Seiten hin genau zu untersuchen, und die Genauigkeit der von ihnen resultirenden Messungen mit anderen Bestimmungen gleicher oder ähnlicher Natur zu vergleichen. —

Diese Betrachtungen waren es, welche es wünschenswerth erscheinen liessen, die im allgemeinen so genau bekannten gegenseitigen Stellungen der Sterne der Plejadengruppe auch mit einem solchen Instrumente von Neuem zu bestimmen. Die erste Anregung dazu ging von Herrn Geheimen Rath Auwers aus, welcher die Gesammtbearbeitung des Beobachtungsmaterials der deutschen Venusexpeditionen übernommen hat. Auf seine Veranlassung hin wurde eine diesbezügliche Arbeit von Dr. Battermann mit dem Fraunhofer'schen Heliometer der Berliner Sternwarte unternommen. Leider ist dieses Instrument in optischer Beziehung sehr mangelhaft, da in Folge chemischer Vorgänge das Objectiv fast ganz erblindet ist. Es war aus diesem Grunde Dr. Battermann nur möglich, die 7 hellsten Sterne der Plejadengruppe in seine Triangulation aufzunehmen und es ist daher durch diese Arbeit auch nur ein kleiner Theil der gewünschten Vermessung zur Ausführung gelangt. Diese hat allerdings ein für unsere kleinen Instrumente ein recht günstiges Resultat ergeben. —

Da bei dem hiesigen Instrumente die optischen Theile sich noch in sehr gutem Zustande befinden, so schien es trotz der eben erwähnten Arbeiten doch nicht ganz müssig, nochmals eine Vermessung der Sterne der Plejaden in dem Umfange, wie ihn dieses Instrument gestattet, vorzunehmen. Auch dürfte eine ähnliche Untersuchung für andere Heliometer wünschenswerth sein. —

§ 1.

Die von mir in den Jahren 1889, 1890 und 1891 ausgeführte Triangulation erstreckt sich auf 16 Sterne der Plejadengruppe und es umfasst dieselbe alle Sterne bis zur 7. Grössenklasse. Die Verbindung der einzelnen Sterne untereinander wurde nur vermittelst Distanzmessungen hergestellt und zwar in der Weise, dass jeder einzelne Stern zum mindesten mit drei anderen verbunden wurde; in den bei weitem meisten Fällen sind aber solcher Verbindungen viel mehr hergestellt worden. Es wurde dabei aber nicht wie bei Battermann eine möglichste Vollständigkeit in der Messung aller möglichen Verbindungen erstrebt, sondern es sind namentlich alle grösseren Distanzen, welche nahe an der Grenze der Leistungsfähigkeit des Instruments (Distanzen von nahezu 1 Grad) liegen, vermieden, da für solche die Korrectionen der gemessenen Distanzen, wie sie aus dem Wesen des Instruments folgen, meiner Meinung nach nicht mehr mit der genügenden Sicherheit bestimmt werden können.

Ich habe daher alle Distanzen, welche 40′ erheblich überschreiten, von vornherein ausgeschlossen. Ausserdem ist auch noch einige Rücksicht auf die Form der durch die gemessenen Distanzen gebildeten Dreiecke genommen worden, so dass unter den in die Triangulation einbezogenen 16 Sternen nur 47 Distanzen gemessen wurden. Von diesen 47 Distanzen sind 2, nämlich die Entfernungen der Sterne 17b — η und η — 27f sehr häufig gemessen, da dieselben zugleich für Ableitung des Einflusses der Temperatur auf die Messungen und bei der Ableitung der Skalenwerthe Verwendung finden sollten. Von den übrigen Distanzen sind einige 5 mal, die meisten aber je 4 mal gemessen worden, wobei leider, durch die Anordnung der Messungen veranlasst, nicht auf völlige Symmetrie bezüglich der Instrumentallagen Rücksicht genommen werden konnte, doch ist dieses soweit möglich trotzdem geschehen. —

Ich glaube nicht, dass aus diesem Umstande irgend welche systematische Fehler in den Endresultaten übrig bleiben können, weil zuletzt doch für den Ort eines jeden Sternes eine ganze Reihe von Messungen ausschlaggebend ist. — Ausserdem werden aber auch jene Eigenthümlichkeiten, welche durch die veränderte Lage der Verbindungslinien der einzelnen Sterne in den Messungen auftreten könnten, wohl schon zum weitaus grössten Theile durch die stete Anwendung des Reversionsprismas unschädlich gemacht. —

§ 2.

Was nun die Ableitung der Reductionskonstanten des Instruments anlangt, so ist darüber das Folgende mitzutheilen.

Durch die Güte des Herrn Geh. Rath Auwers war Herr Prof. Schur in den Besitz der vorläufigen Werthe dieser Konstanten gelangt, wie sie für die Reduction der bei Gelegenheit der Venusvorübergänge ausgeführten Messungen benutzt worden waren. Diese Werthe sind auch hier zum Theil ungeändert zur Verwendung gelangt; zum Theil habe ich aber noch eine Neubestimmung

hinzugefügt oder eine solche an deren Stelle gesetzt, wo es die Homogenität der hier in Frage stehenden Arbeit als wünschenswerth erscheinen liess.

§ 3.

Theilungsfehler der Skalen.

Ganz in derselben Form, wie von Herrn Geh. Rath Auwers gegeben, sind nur die Theilungsfehler benutzt, da deren Neubestimmung weit über den Rahmen meiner Arbeit hinausgegangen wäre, anderseits deren Genauigkeit auch wohl in den gegebenen Grenzen nicht angezweifelt werden kann. Es sind diese Korrectionen von mehreren Beobachtern zu verschiedenen Zeiten bestimmt worden, und somit würde die Vermehrung der Genauigkeit durch eine einzelne Nachmessung nicht erheblich vergrössert werden können. Die Theilungsfehler sind also dieselben wie sie von der Reichs-Commission bei den Venusarbeiten benutzt worden sind.

§ 4.

Bestimmung der Temperatur des Instruments.

Der Einfluss der Temperatur auf die Messungen ist hier einer vollständigen Untersuchung unterworfen worden und zwar vornehmlich aus dem Grunde, weil alle Temperaturbestimmungen des Instruments nicht wie bisher auf der Mitbenutzung des auf den Objectivschiebern angebrachten Metallthermometers beruhen, sondern zu diesem Zwecke ausschliesslich Quecksilberthermometer verwendet worden sind. Dieselben sind in der Nähe des Objectivs am Rohre und an der Säule etwa in der Höhe der gewöhnlichen Lage des Oculars angebracht. Massgebend für dieses Vorgehen waren namentlich zwei Gründe. Zunächst fällt nämlich bei Messungen von Sterndistanzen der Hauptanlass für Benutzung eines in der angedeuteten Weise angebrachten Metallthermometers fort, d. h. die Ungleichheit der Erwärmung des Instruments, wie solche bei Sonnen-Messungen auftritt. Die Aufstellung des Heliometers ist hier eine solche, dass an einer fast gleichmässigen Vertheilung der Temperatur in der nächsten Umgebung des Instruments nicht viel fehlen wird. — Weiterhin ist aber der Ausschluss der Ablesungen des Metallthermometers keineswegs auf diese Betrachtung allein gestützt, sondern erst die Diskussion der in den Jahren 1889 und 90 an beiden Thermometern zugleich gemachten Ablesungen, welche etwa 300 Temperaturbestimmungen umfassen, hat den endgiltigen Ausschlag gegeben.

Die ausgeführten gleichzeitigen Beobachtungen zeigten nämlich schon bei der ersten Zusammenstellung, dass der Nullpunkt des Metallthermometers mehrfachen Schwankungen unterworfen war, für die sich nicht immer ein Eingriff in den Mechanismus des Heliometers verantwortlich machen liess.

Im Grossen und Ganzen konnten sämmtliche Ablesungen in 3 Perioden eingetheilt werden, für deren Trennung äussere Ursachen nachweisbar waren.

Die erste Periode geht von 1889 Janr. 18 bis 1889 Septbr. 18.
Die zweite „ „ „ 1889 Octbr. 28 „ 1890 Febr. 28.
Die dritte „ „ „ 1890 März 4 „ 1891 April 5.

In diesen einzelnen Perioden findet sich, wenn man nur das in der Nähe des Objectivkopfes angebrachte Thermometer in Betracht zieht:

			Anzahl d. vollst. Beob.
1. Periode.	Für den Eispunkt des Metallthermometers $5^p.3392$	Temperaturcoeff. für 1° C. 0.00955	(169)
2. „	„ „ „ „ „ „ 5.3756	„ „ „ 867	(81)
3. „	„ „ „ „ „ „ 5.3528	„ „ „ 1021	(32).

(Benutzt man beide Quecksilber-Thermometer, so werden die Abweichungen des Metallthermometers vom Mittel der beiden Thermometer ganz unregelmässig.)

Eine verhältnissmässig kurze Reihe von Herrn Dr. Hayn, kurz vor Beginn meiner Messungen, gab für den Eispunkt 5.3945, für die Aenderung um 1° C. 0.00923. — Aus den für die Berechnung der Venusvorübergänge benutzten Daten ergab sich der Werth der Aenderung für 1° C. zu 0.00949.

Wie man sieht, zeigt der Temperaturfactor eine recht befriedigende Konstanz, während der Eispunkt, wie oben erwähnt, bedeutende Unsicherheit aufweist; denn einem Intervall von 0.01 Theilen des Metallthermometers entspricht, wie der Factor zeigt, 1° C.; somit schwankt der Eispunkt um 3—4° C.

Nachdem diese Untersuchung abgeschlossen war, wurde für die Folgezeit das Metallthermometer bei den Beobachtungen nicht mehr in Betracht gezogen, sondern die Temperatur des Rohres ausschliesslich auf Grund des am Rohre selbst befestigten Quecksilberthermometers abgeleitet.

Wenn in vorstehenden Zeilen die Methode der Gewinnung der Temperaturen des Instruments besprochen wurde, so kann auf den Einfluss dieser Temperaturen auf die Messungen hier noch nicht eingegangen werden. Diese Untersuchung wurde im directen Anschluss an die Bestimmung des Skalenwerthes ausgeführt und kann in Folge dessen füglich auch erst dort zur Mittheilung gelangen; und zwar nachdem die anderen Einflüsse und Eigenthümlichkeiten des Instruments, welche bestimmend auf die mit demselben angestellten Messungen einwirken, des Näheren erörtert sein werden und so die Möglichkeit ihrer Berichtigung gegeben sein wird.

Die meteorologischen Daten, soweit sie zur Berechnung der Refraction erforderlich waren, lieferten die Ablesungen des im westlichen Meridiansaale in gleicher Höhe mit dem Heliometer aufgehängten Krille'schen Barometers, dessen Korrection gegen das Barometer des Königlichen Meteorologischen Instituts zu Berlin durch Uebertragung bestimmt ist; weiterhin ein vor dem Nordfenster des östlichen Meridiansaales aufgehängtes gut verglichenes Thermometer. Die Angaben des letzteren wurden wenn erforderlich mit den Ablesungen im Heliometerthurm in geeigneter Weise combinirt. Dabei war der Umstand stets massgebend, dass doch die Temperatur der dem Objectiv zunächst gelegenen Luftschicht für die Refraction die wichtigste ist.

§ 5.

Die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur ist einer eingehenden fortlaufenden Prüfung unterzogen worden, wobei durch Anwendung eines Reversionsprismas stets bewirkt wurde, dass die Lage der Verbindungslinie der beiden

Componenten der als Focussirungsobjecte benutzten Doppelsterne horizontal lag. — Ausserdem habe ich einige Reihen von Focussirungen bei verschiedenen Stellungen der Objectivschieber gemacht, um wenn möglich die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Grösse der gemessenen Distanz zu bestimmen, da ja eine solche Abhängigkeit wegen der ebenen Führung der Objectivschlitten sicher vorhanden ist. Es ist diese Abhängigkeit aber bekanntlich keineswegs allein durch die Entfernungsänderung zwischen Objectivhälfte und Ocular beim Auseinanderschrauben bedingt, sondern es hat darauf die optische Veränderung der Bilder einen erheblichen Einfluss. Die über diesen Punkt angestellten theoretischen Betrachtungen von Bessel und in neuerer Zeit von Battermann haben trotz ihrer eingehenden Behandlung der Sache keinen grossen praktischen Werth für die Reduction der Heliometermessungen erhalten können, da sich in natura die Dinge meist nicht ganz so gestalten, wie dort angenommen, und es in Folge dessen immer bei einer empirischen Prüfung dieser Frage geblieben ist. —

Ich habe daher im Verlauf meiner Messungen auf diese Frage bezügliche Beobachtungen angestellt und dieselben discutirt und werde sie auch hier mittheilen (siehe folg. Seite). Bei der endgültigen Reduction der Messungen ist jedoch von einer anderen Methode Gebrauch gemacht worden, welche, wie ich glaube, ohne weitere Spekulationen den Verhältnissen, wie sie sich wirklich beim Messen gestalten, mehr Rechnung trägt, da sie selbst innig mit den Messungen verbunden ist.

Da zu Beginn der vorliegenden Triangulation nur eine dreimalige Durchmessung der sämmtlichen Distanzen in Aussicht genommen war, später aber noch eine vierte Messung für jede Distanz hinzugefügt wurde, welches im Winter 1890—91 geschah, so sind die sämmtlichen Focussirungen in zwei Gruppen ausgeglichen worden, von denen die erstere die Einstellungen von 1889 Janr. 22 bis 1890 Febr. 10 und die zweite alle Messungen umfasst; wenn auf diese Weise die erste Ausgleichung auch überflüssig erscheint, so werde ich deren Resultate doch hierher setzen, weil dieselbe wegen eines schon damals beabsichtigten Abschlusses der Arbeit ausgeführt war und durch die Uebereinstimmung beider Resultate auch eine Gewähr für die Homogenität der Focussirungen geboten wird.

Zunächst gebe ich hier die sämmtlichen Focaleinstellungen nebst den zugehörigen Temperaturen (welche auf die oben angeführte Weise ermittelt wurden). — Es sind, mit Ausnahme einiger der früheren Messungen, bei welchen das im Uebrigen stets angewandte Reversionsprisma nicht am Ocular befindlich war, alle Einstellungen bei „horizontaler“ Lage der Verbindungslinie der beiden Doppelsterncomponenten gemacht.

Oculareinstellungen und daraus abgeleitete Normalstellung (N_0) und Temperaturcoefficient (K).

Datum.		Stern.	Ocularstellung.	Temperatur.	
1889	Jan. 22.	α Piscium	8.691	$-\ 6.5^0$	
	Febr. 3.	α Piscium	8.656	$-\ 5.1$	
	Febr. 12.	α Piscium	8.791	-13.5	
	März 6.	ι Triang.	8.558	$-\ 9.1$	
	März 22.	90 Leonis	8.527	$-\ 3.3$	
	April 7.	90 Leonis	8.540	$+\ 5.3$	
	April 17.	γ Leonis	8.550	$+\ 2.1$	
	Mai 1.	γ Leonis	8.522	$+13.3$	
	Mai 4/5.	ε Lyrae	8.484	$+13.8$	
	Mai 9/12.	ε Lyrae	8.543	$+12.8$	$\Sigma(vv) = 0.1251.$
	Juni 5.	ε Lyrae	8.490	$+18.9$	
	Juni 25.	ζ Aquarii	8.422	$+12.2$	
	Juli 4.	δ Serp.	8.576	$+12.2$	
	Juli 31.	ζ Aquarii	8.686	$+\ 9.4$	
	Aug. 25.	ζ Aquarii	8.662	$+\ 9.2$	
	Octob. 30.	α Piscium	8.749	$+\ 4.3$	
	Nov. 11.	ζ Aquarii	8.562	$+\ 2.4$	
1890	Jan. 31.	γ Leonis	8.785	-10.5	
	Febr. 2.	α Piscium	8.737	$-\ 5.6$	
	Febr. 10.	γ Leonis	8.704	$-\ 8.6$	

$$\text{Normalgleichungen:}\quad 0 = +12.235 + 20.0\, N_0 + 53.70\, K$$
$$0 = +19.378 + 53.70\, N_0 + 1975.59\, K.$$

$$\text{Hieraus folgt:}\quad N_t = N_0 + t^0 K = 8.6315 - 0.00736\, t^0$$

(± 0.0180 ± 0.00194 Mittl. Fehler).

1890	März 30.	γ Leonis	8.532	$+\ 8.2^0$	
	April 4.	γ Leonis	8.600	$+\ 5.2$	
	Mai 7.	γ Leonis	8.545	$+11.7$	
	Mai 8.	γ Leonis	8.492	$+15.1$	
	Juni 25.	δ Serp.	8.580	$+18.8$	Aus beiden Gruppen:
	Octob. 10.	ζ Aquarii	8.690	$-\ 2.0$	$\Sigma(vv) = 0.1579.$
	Nov. 8.	11 Monoc.	8.693	$+\ 0.7$	
	Dec. 9.	α Piscium	8.719	$-\ 6.0$	
	Dec. 15.	α Piscium	8.890	-12.5	
	Dec. 31.	α Piscium	8.821	-10.8	

Normalgleichungen aus beiden Gruppen
$$\begin{cases} 0 = +18.797 + 30.0\, N_0 + 74.10\, K \\ 0 = +21.750 + 74.10\, N_0 + 2864.79\, K. \end{cases}$$

$$\text{Hieraus folgt:}\quad N_t = N_0 + t^0 K = 8.6493 - 0.00921\, t^0$$

(± 0.0134 ± 0.00145 Mittl. Fehler).

Aus den Beobachtungen bis zum Februar 1890 findet sich, wenn N_t die Normalstellung des Oculars bei zusammengeschraubtem Objectiv für die Temperatur von t^0 C., N_0 dieselbe für 0^0 C. und K der Temperaturfactor bedeutet:

$$N_t = N_0 + t^0 K. \qquad K = 8.6315 - 0.0074\, t^0$$

in Theilen der Skala des Ocularauszuges.

Die mittleren Fehler der beiden Konstanten ergeben sich zu resp.

$$\pm 0\overset{p}{.}0180 \text{ und } \pm 0\overset{p}{.}0019.$$

Nimmt man alle Beobachtungen zusammen, so erhält man:

$$N_t = 8\overset{p}{.}6493 - 0\overset{p}{.}0092\, t^0$$

und als mittlere Fehler resp. $\pm 0\overset{p}{.}0134$ und $\pm 0\overset{p}{.}0015$.

Die dieses Element betreffenden Angaben von Geh. Rath **Auwers** lauten:

$$N_t = N_0 - 0.0117\, t^0,$$

ebenfalls noch nahe mit meinen Werthen übereinstimmend.

Das ist also eine Uebereinstimmung, wie man sie mit Rücksicht auf die mittleren Fehler nicht besser verlangen kann. Es kann daher angenommen werden, dass sowohl im optischen Apparate des Instruments, als auch mit dem Auge des Beobachters im Verlauf meiner Messungen keine Veränderungen von Belang eingetreten sind. Allerdings sind ja im zweiten Falle die Gleichungen, welche die erste Gruppe bilden, auch in überwiegender Anzahl mit inbegriffen, doch sind immerhin über ein Drittel der Gesammtheit neue Bestimmungen hinzugekommen, die, wenn ihnen andere Konstanten entsprächen, einen ausgesprochenen Einfluss gehabt haben würden. —

Für die Reduction der Plejadendistanzen ist die zuletzt gegebene Form der Reduction auf 0° zur Anwendung gelangt. Ausser diesen einfachen Focaleinstellungen sind, wie schon erwähnt, noch solche gemacht worden, bei denen die Verbindungslinie der beiden Componenten „vertical" stand, um so eventuell einen von einem gewissen Astigmatismus herrührenden Unterschied in den Focaleinstellungen zu ermitteln. Die erhaltenen Einstellungen sind die folgenden (auf gleiche Temperatur reducirt):

Verbindungslinie:		„horizontal"	„vertical"	horizt. — vert.
		mm *)	mm	mm
1889	April 17.	8.635	8.602	+0.033
	Juni 5.	8.475	8.428	+0.047
	Aug. 25.	8.654	8.671	—0.017
1890	Mai 7.	8.500	8.465	+0.035
	Mai 8.	8.562	8.462	+0.100
	Octob. 20.	8.808	8.645	+0.163
	Nov. 8.	8.720	8.665	+0.055
1891	Febr. 23.	8.712	8.740	—0.028
			Mittel	mm +0.048

Wenn dieser Werth auch als ein sehr unsicherer bezeichnet werden muss, so ist er doch immerhin von einiger reellen Bedeutung, da er nahezu das vierfache des mittleren Fehlers der Konstanten der Focaleinstellungen erreicht. —

*) Die Ocularscala ist in $^1/_{10}$ mm getheilt, sodass an Stelle der „partes" hier gleich „mm" gesetzt worden ist.

Für die nachfolgenden Messungen kommt er aber nicht in Betracht, da diese alle bei horizontaler Richtung der Verbindungslinie der beiden Sterne gemacht sind. Dieselben haben also hier nur ein physiologisches Interesse*).

Auszug aus den Messungen der Distanz von Doppelsternen bei verschiedener Lage der Verbindungslinie der Componenten.

Stern.	Lage der Verbindungslinie. „Horizontal".	„Vertical".	Differenz. H. — V.
	R.	R.	R.
γ Arietis	0.9642	0.9380	+0.0262
	0.9493	0.9376	+0.0117
32 Eridani	0.7758	0.7798	—0.0040
40—41 Draconis	2.2532	2.2152	+0.0380
100 Herculis	1.5808	1.5412	+0.0396
	1.5986	1.5258	+0.0728
4 Draconis	3.4150	3.4619	—0.0469
23 Orionis	3.6116	3.5995	+0.0121
$\nu^1 \nu^2$ Draconis	3.4534	3.4435	+0.0099
ζ Lyrae	2.4330	2.4554	—0.0224
ζ Urs. maj.	1.5943	1.6404	—0.0461
	1.6192	1.6090	+0.0102
γ Delphini	1.2836	1.2725	+0.0111
δ Serpentis	(1/2) 0.6115	0.6105	+0.0010
	2.4114	2.4304	—0.0190
	2.4544	2.4237	+0.0307
$\varkappa^1$ Herculis	1.6646	1.6512	+0.0134
	(1/2) 0.8297	0.8752	—0.0455
			Mittel +0.0052 = +0.″094.

Es sind hier nur diejenigen Messungen ausgeführt, welche ohne Anbringung irgend welcher Reductionen sofort miteinander vergleichbar waren, da sie stets unmittelbar nacheinander angestellt wurden. —

Ebenso ist es mit der Untersuchung der Verschiebung des Focus bei verschieden weit auseinander geschraubten Objectivhälften. Diese Beobachtungen

---

*) Eine längere Reihe von Doppelsternmessungen, welche ich bei anderer Gelegenheit geben werde, sind auch in verschiedenen Lagen der Verbindungslinie der Componenten gemacht, um eine Untersuchung des Einflusses der Lagen der beiden Componenten auf die Distanz und Positionswinkel-Messungen zu ermöglichen. (Einige Resultate dieser Messungen füge ich hier bei.)

wurden in der Weise gemacht, dass die Schieberscalen, welche sich symmetrisch zur optischen Axe bewegen, nach einander für Objectiv I auf nahezu 30^p, 60^p, 90^p, 125^p, 160^p, 190^p und 220^p gestellt wurden.

In diesen Stellungen wurden die Focaleinstellungen vorgenommen und zwar immer in symmetrischer Form, sodass etwaige Veränderungen mit der Zeit nach Möglichkeit stets eliminirt worden sind.

Die Beobachtungen sind auf beide Objectivhälften vertheilt, doch sind für die Untersuchung der Abhängigkeit alle Einstellungen auf die Objectivhälfte I reducirt mit dem aus sehr vielen Vergleichungen abgeleiteten Werth der Differenz I — II = + 0.064 mm; auch sind die folgenden Zahlen auf gleiche Temperatur gebracht.

Vergleichung der bei verschieden weit auseinander geschraubten Objectivhälften angestellten Focussirungen.

	1890										1891							
Datum	Mai 4.		Mai 5.		Mai 9.		Mai 12.		Mai 24.		März 30.		April 4.		Juni 8.		Juli 13.	
Stern	ε Lyrae		ε Lyrae		ε Lyrae		ε Lyrae		ε Lyrae		γ Leonis		γ Leonis		δ Serp.		ζ Aquarii	
	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm
Einstellungen: zwischen 0^p u. dem Coincidenzpunkt	100	0.587	90	0.569	90	0.329	90	—	90	0.305	100	0.220	100	0.255	95	0.210	90	0.314
	70	0.460	60	0.232	60	0.203	60	0.241	60	0.079	50	0.072	50	0.149	65	0.109	60	0.191
	40	0.263	30	0.026	30	0.158	30	0.029	30	0.056	—	—	—	—	35	0.059	30	0.038
zwischen dem Coincidenzpunkt und 240^p der Scalen	20	0.185	30	0.004	30	0.084	30	0.067	30	0.087	—	—	—	—	35	0.084	30	0.070
	50	0.009	60	0.283	60	0.190	60	0.284	60	0.095	—	—	50	0.225	65	0.150	60	0.229
	80	0.830	90	0.467	90	0.406	90	—	90	0.353	—	—	100	0.379	95	0.196	90	0.320

Auf diese Weise erhält man für die einzelnen Beobachtungstage die in obiger Tabelle angegebenen Zahlen, wobei die erste Columne den Abstand der Mitte der Objectivhälfte I von der optischen Axe des Fernrohres in Scalentheilen bedeutet, und die zweite Columne angiebt, um welchen Betrag das Ocular für die fragliche Distanz gegen diejenige verschoben werden musste, in der es sich bei Coincidenz der Objectivhälften befunden haben würde. — Werden diese Ocularstellungen für beide Seiten des Coincidenzpunktes gesondert ausgeglichen, um eine etwaige schiefe Stellung der Schieberführungen gegen die optische Axe zu constatiren, so erhält man, wenn als Coefficienten die Potenzen des Abstandes vom Coincidenzpunkt dividirt durch 100, d. h. des hundertsten Theiles der halben Distanz, $\left(\frac{r}{2}\cdot\frac{1}{100}\right)$ eingeführt werden, die folgenden Ausdrücke:

1. Ein der Distanz und deren Quadrat proportionales Glied:

Erste Lage gegen d. Coincidenzpunkt: $N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)\cdot 0.279 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2\cdot 0.091$

Zweite " " " ": $N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)\cdot 0.272 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2\cdot 0.110$

$$\Sigma\,[nn_2] = 0.382.$$

2. Ein der Distanz, deren Quadrat und deren Cubus proportionales Glied:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Erste Lage: } & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.425 - \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 0.335 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.286 \\ \text{Zweite } \text{„} & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.335 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 0.034\,^{*)}\end{array}\right\} \sum [nn_3] = 0.364.$$

3. Ein der Distanz und deren Cubus proportionales Glied:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Erste Lage: } & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.308 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.064 \\ \text{Zweite } \text{„} & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.351 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.016\end{array}\right\} \sum [nn_2] = 0.374.$$

Wie aus der Summe der übrig bleibenden Fehler ersichtlich ist, gewährt die zweite Form den besten Anschluss. Es ist bei ihr offenbar den zufälligen Fehlern mehr Rechnung getragen als wünschenswerth erscheint. Wie die beiden anderen Formen zeigen, ist eine wahrnehmbare Abweichung des Winkels zwischen Schieberrichtung und optischer Axe von 90° sicher nicht vorhanden, und doch würde die zweite Form eine solche erkennen lassen. Im übrigen ist die wirkliche Verschiedenheit der 3 Formen nur eine sehr geringe, wenn man sie numerisch berechnet. Fasst man die beiden Formeln für jede Form einfach zum Mittel zusammen und berechnet mit diesen die an die Ocularstellungen anzubringenden Korrectionen, so erhält man folgende Tabelle, in welcher die erste Spalte die vorausgesetzte Distanz enthält, die 2te, 4te und 6te die den entsprechenden Formeln gemäss an die Ocularstellung anzubringende Korrection, die 3te, 5te und 7te aber die Anzahl der Secunden, um welche eine Distanz von der betreffenden Grösse durch die entsprechende Ocularverschiebung geändert werden würde.

(1) Distanz	(2) Quad. Gl.	(3)	(4) Quad. u. Cub. Gl.	(5)	(6) Cub. Gl.	(7)
R.	mm	"	mm	"	mm	"
10	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00
30	0.04	0.02	0.05	0.02	0.05	0.02
50	0.08	0.06	0.09	0.07	0.09	0.07
70	0.11	0.11	0.12	0.13	0.12	0.13
90	0.14	0.20	0.15	0.21	0.15	0.21
110	0.18	0.31	0.18	0.31	0.19	0.32
130	0.22	0.43	0.21	0.42	0.23	0.44
150	0.26	0.58	0.25	0.57	0.27	0.61
170	0.31	0.80	0.29	0.75	0.30	0.80
190	0.35	1.02	0.35	1.02	0.35	1.02

Die geringe Abweichung dieser 3 Reihen von einander zeigt, dass es im Resultat ganz gleichgültig sein würde, welcher man den Vorzug einräumt. Aus theoretischen Gründen dürften die 2. und 3. der ersten vorzuziehen sein; denn die anzubringende Korrection ist derart, dass man sie als eine der Reduction

*) Der Coefficient des cubischen Gliedes wird Null.

der Tangente auf den Bogen ähnliche ansehen kann. Hätte ich schliesslich meine Beobachtungen auf Grund dieser Untersuchungen corrigirt, so würde ich mich für die dritte Form entschieden haben, zumeist wegen der Einfachheit und auch deshalb, weil ein quadratisches Glied immerhin unwahrscheinlich ist. Es mag hier noch eine interessante Stelle aus dem Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel eingeschaltet werden, welche sich ebenfalls auf die Ableitung dieser Korrection für unser Heliometer bezieht. Dieselbe lautet pag. 260. Göttingen. 6. Dez. 1817:

„. . . Da die Voraussetzung, die gemessenen Winkel den Theilen der Scala proportional zu setzen, doch nur näherungsweise richtig ist, so habe ich nach den mir bekannten Halbmessern die Korrection gesucht, die dem Cubus des Winkels proportional und für einen Grad gleich $+0''.86$ ist . . .“

Es findet sich nirgends angegeben, welche Betrachtungen oder Messungen diesem Resultate zu Grunde liegen, doch war mir die Uebereinstimmung mit den obigen Werthen eine so nahe, dass ich die Mittheilung desselben hier nicht umgehen wollte, namentlich wenn man bedenkt, dass dasselbe gewiss auf ganz anderem Wege und mit Beeinflussung der Bildbeschaffenheit erhalten wurde.

§ 6.

Bevor ich nun auf die Ableitung der von mir zur Reduction der gemessenen Distanzen benutzten Daten übergehe, wie sie wegen nicht bestehender Proportionalität derselben mit den abgelesenen Scalenwerthen nöthig sind, sei hier noch auf einen anderen Punkt, welcher ebenfalls mit der Reduction wegen Focalstellung in engstem Zusammenhang steht, näher eingegangen. — Herr Geh. Rath Auwers warf nämlich die Frage auf, ob die bisher befolgte Methode der Reduction auf Normalstellung vermittelst der einfachen Reciproken der Brennweite des Objectivs richtig sei, oder ob nicht vielmehr auch dabei wie in vielen anderen Konstanten der Heliometer persönliche, physiologische Verschiedenheiten beständen. Auf diese Anregung hin wurde eine Reihe von Beobachtungen besonders zu diesem Zweck angestellt und zwar nicht nur hier in Göttingen, sondern auch an anderen Orten und an wesentlich verschiedenen Instrumenten. Das Resultat war, dass thatsächlich ein Einfluss der oben erwähnten Art sich nachweisen liess, und zwar sogar an den grossen Heliometern der neuesten Repsold'schen Construction. Die Gesammtheit dieser Resultate wird sicher an anderer Stelle von Herrn Geh. Rath Auwers selbst mitgetheilt werden, hier mögen nur die in Göttingen gefundenen Zahlen eine Stelle finden und zwar in extenso auch nur die auf den vorliegenden Fall Bezug habenden.

Distanzmessungen bei Verschiebung des Oculars in der Richtung der optischen Axe.

Datum.	Object.	Ocular-Stellung.	Normal-Stellung.	O. — N.	Ocular-Verschiebung.	Red. Abstand des Sternpaares.	Differenz im Sinne: Kleine Zahl d. Oc.-Schieb. — Grössere Zahl d. Oc.-Schieb.	Aenderung für 0.1 mm auf 100[R].
1890								
Janr. 31.	64—65	8.10	8.69	−0.59	mm	45.8497		
	Gemin.				0.65		+0.0077	+0.0026
		8.75	8.69	+0.06		45.8420		
					0.44		+0.0014	+0.0007
		9.20	8.70	+0.50		45.8406		
Febr. 1.	$v_1 v_2$	8.75	8.68	+0.07		68.3934		
	Cancri				0.55		+0.0295	+0.0078
		8.20	8.68	−0.48		68.4229		
Febr. 1.	63—64	8.25	8.71	−0.46		54.5011		
	Cancri				0.53		+0.0183	+0.0063
		8.78	8.71	+0.07		54.4828		
					0.47		+0.0172	+0.0067
		9.25	8.71	+0.54		54.4656		
Febr. 7.	64—65	8.70	8.66	+0.04		45.8323		
	Gemin.				0.70		+0.0297	+0.0093
		8.00	8.66	−0.66		45.8620		
März 4.	$v_1 v_1$	8.10	8.68	−0.58		68.4592		
	Cancri				0.60		+0.0711	+0.0173
		8.70	8.68	+0.02		68.3881		
					0.50		+0.0247	+0.0072
		9.20	8.68	+0.52		68.3634		
April 5.	de.	9.15	8.57	+0.58		173.1878		
	Hydr.				0.50		+0.0458	+0.0053
		8.65	8.57	+0.08		173.2336		
					0.51		+0.1070	+0.0121
		8.15	8.58	−0.43		173.3406		
April 11.	62—63	8.65	8.63	+0.02		54.4918		
	Cancri				0.50		+0.0302	+0.0111
		8.15	8.63	−0.48		54.5220		
Juni 3.	* *	8.05	8.54	−0.49		33.6865		
	Lyrae				0.74		+0.0193	+0.0078
		8.80	8.55	+0.25		33.6672		
Juni 4.	* *	9.00	8.52	+0.48		78.8936		
	Hercul.				1.01		+0.0737	+0.0093
		8.00	8.53	−0.53		78.9673		
Juni 4.	ef.	8.00	8.54	−0.54		126.3976		
	Cygni.				1.00		+0.1055	+0.0084
		9.00	8.54	+0.46		126.2921		

Die einzelnen Messungen finden sich in obiger Tabelle zusammengestellt und zwar sind dort an die gemessenen Distanzen alle Reductionen, soweit erforderlich, bis auf diejenige wegen Focalstellung angebracht. Die 3. Columne

enthält die jeweilige Focalstellung, die 4. Spalte den dazugehörigen Werth von N_0, die 5. die Distanz $O-N_0$, die 6. die Gesammtverschiebung des Oculars wegen Temperatur corrigirt, die 7. die reducirte Distanz, die 8. die Differenz dieser Distanzen, welche der betreffenden Ocularverschiebung entspricht, die 9. diese Aenderung auf 0.1 Mill. und 100 Scalentheile reducirt. Diese unter sich gerade nicht besonders übereinstimmenden Werthe weiter discutirt, liefern, wenn man sie nach Gewichten, welche dem Produkt aus Distanz und Abweichung von der Normalstellung proportional genommen werden, vereinigt, für die Reduction einer Distanz auf Normalstellung auf 100 Scalentheile und 0.1 mm Focalunterschied berechnet 84.53 Einheiten der 4 Decimalen des Scalenwerthes. Die bisher angenommene, aus der reciproken Brennweite folgende, ist aber 86.72 derselben Einheiten, das Verhältniss beider zueinander also:

$$\frac{\text{Beobachtete Reduction}}{\text{Theoretische Reduction}} = 0.975.$$

Der Unterschied ist hier nur ein geringer zwischen den beiden Annahmen. Für die Reduction der Plejadenmessungen ist der Homogenität halber der beobachtete Werth angenommen, also die theoretische Reduction immer im Verhältniss von 1:0.975 verringert worden. —

Für das grosse Repsold'sche Heliometer finde ich z. B. diesen Faktor nur zu 0.886, also erheblich mehr abweichend von dem theoretischen, während Herr Professor Schur für das letztere Instrument 0.950 findet, obgleich gerade bei den Heliometern dieser Construction wegen der Cylinderführung der Objectivschieber von Hause aus auf eine viel bessere Uebereinstimmung sollte gerechnet werden können.

Vergleicht man noch die Zahlen, je nachdem das Ocular beim Messen dem Objectiv näher oder ferner stand, als es hätte der Fall sein sollen, so erhält man aus allerdings nur wenigen Messungen im ersteren Falle 0.0053 und im zweiten Falle 0.0104, während einige Messungen, bei denen diese Differenz theils vor, theils hinter die Normalstellung fällt, 0,0088 liefern. Doch sind, wie bemerkt, diese Zahlen so wenig verbürgt, dass ich für die Reduction von einem solchen Unterschied abgesehen habe.

Die bisher abgeleiteten Formeln für die Reduction der Messungen auf eine feste als Normalstellung bezeichnete Stellung des Oculars sind mit Ausnahme der letzten, wie schon bemerkt, in Folgendem nicht zur Verwendung gelangt, sondern es ist diese Reduction in unmittelbarem Zusammenhang mit der Ableitung des Werthes eines Scalentheiles der Objectivschieber gebracht worden, sodass auch die Mittheilung der gefundenen Resultate, sowie des Weges, der zu diesem geführt hat, hier am besten im Anschluss an die Bestimmung des Scalenwerthes selbst erfolgt. Vorher sind aber noch zwei Dinge des Näheren zu erörtern, nämlich die Verhältnisse des Mikrometer-Mikroskopes, welches zur Ablesung der Objectivscalen dient, uud zwar bezüglich der Beschaffenheit der Mikrometerschraube und bezüglich des sogenannten Run's oder Ganges der Schraubenumdrehung.

§ 7.

Was den letzteren anbetrifft, so ist eine Bestimmung desselben in angemessenen Zeitabschnitten und namentlich immer dann ausgeführt worden, wenn irgend welche Eingriffe in den Mechanismus des Instruments stattfanden. Die einzelnen Beobachtungen geschahen meist derart, dass an beiden Enden und in der Mitte der Scalen je ein Intervall von 10 Theilen vermittelst der Schraube gemessen worden ist. Nach Anbringung der Theilungsfehler gab dann die Differenz der Anzahl der Trommeltheile gegen die nominelle Anzahl der Scalentheile den fünffachen Run für ein Doppelintervall der Scala. Die in dem hier in Frage kommenden Zeitraum ausgeführten Bestimmungen lieferten die in folgender Tabelle gegebenen Resultate. Die Messungen sind demgemäss corrigirt worden.

Zusammenstellung der Run-Bestimmungen*).

Datum.		Temp.	Scala I.			Scala II.		
			(70)	(130)	(190)	(70)	(130)	(190)
1889	Febr. 26.	− 1°	+ 21	—	+ 74	+201	—	+243
	Mai 23.	+16°	+247	—	+171	+153	—	+277
	Mai 31.	+19°	—	+ 36	—	—	+140	—
	Juli 31.	+ 9°	—	+171	—	—	+134	—
	Aug. 6.	+14°	—	+107	—	—	+230	—
	Sept. 5.	+11°	—	+ 68	—	—	+141	—
	Dec. 27.	− 6°	+ 75	+ 28	+ 49	+125	+ 70	+ 96
1890	Febr. 2.	− 5°	− 21	—	+ 51	− 30	—	+ 7
	Febr. 9.	− 5°	−102	—	+ 60	− 20	—	−111
	Febr. 24.	+ 4°	− 64	—	+ 3	− 72	—	−140
	März 18.	+ 9°	−151	−112	−165	−108	−132	−141
	April 4.	+ 7°	−148	—	−106	−106	—	−112
	April 14.	+ 4°	−126	—	−150	−102	—	−107
	Juni 7.	+22°	+ 7	− 16	+ 14	+ 49	+ 45	+ 27
	Juni 11.	+18°	—	− 83	—	—	− 37	—
	Juli 18.	+23°	+ 40	+ 35	+ 65	+166	+109	+ 84
	Aug. 1.	+16°	—	+ 34	—	—	+135	—
	Octob. 21.	+ 6°	−154	−148	− 3	− 2	− 1	+ 15
	Nov. 21.	+ 8°	−119	−151	−196	+ 5	− 83	+ 89
	Dec. 19.	− 5°	−172	−140	− 57	− 57	− 65	− 73
1891	Jan. 3.	− 3°	− 53	− 92	− 70	+ 53	− 38	+ 58
	März 19.	+ 5°	(−168)	− 81	− 53	+ 1	+ 5	+ 4
	Mai 5./6.	+19°	—	−112	—	—	− 16	—

*) Zwischen den durch Querlinien getrennten Tagen sind nachweisbare Eingriffe in den Mechanismus des Instruments vorgekommen. —

Die Tafel giebt die Runkorrektion in Einheiten der vierten Decimale des Scalenwerthes. —

Ueber die Fehler der Mikrometerschraube ist nun folgendes zu bemerken. Von Beginn der Messungen bis zum 18. Mai 1890 war die alte Schraube im Mikroskop verblieben, obgleich dieselbe nicht unbedeutende periodische Fehler zu haben schien. Erst bei Diskussion der Instrumentaltemperatur des Heliometers machten sich die grossen Unbequemlichkeiten dieser bedeutenden periodischen Fehler recht fühlbar, sodass auf eine genaue Bestimmung derselben Bedacht genommen werden musste, denn es zeigte sich, dass die Benutzung der beiden um $1^1/_2$ Revolutionen von einander entfernten Fädenpaare die Fehler nicht in genügender Weise eliminirte, und dass auch an das Mittel aus beiden Fädenpaaren noch eine belangreiche Korrektion angebracht werden musste. (Es ist im Mikroskop im Februar 1888 eine Glasplatte mit recht hübsch eingerissenen Linien statt der sonst üblichen Fädenpaare angebracht, weil die Fäden sehr häufig schlaff werden).

Zum Zwecke der Untersuchung der Mikrometerschraube wurde am 28. Februar 1890 ein kleines Silberplättchen auf die eine Objectivscale aufgesetzt, welches zwei Strichpaare im Abstande von nahe 1.25 und 1.50 Revolut. trug. Vermittelst dieser Einrichtung wurden auf die bekannte Weise die periodischen Fehler der Schraube, wie es in nachstehender Tabelle angegeben ist, bestimmt.

1890. Febr. 28.

Periodische Fehler der Mikrometerschraube des Fraunhofer'schen Heliometers.

	$u'-u$ (1.5)	$u'-u$ (1.25)	$\Delta = u'-u-f$	$\Delta' = u'-u-f$	$\Delta \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \sin(2u+f)$	$\Delta \cos(2u+f)$	$\Delta' \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta' \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta' \sin(2u+f)$	$\Delta' \cos(2u+f)$
0.0	1.4620	1.2398	−322	− 93	−0.0322	−0.0006	−0.0012	+0.0322	−0.0066	−0.0066	−0.0093	−0.0000
0.1	1.4562	2400	−380	− 91	− 312	+ 218	+ 356	+ 131	− 90	− 14	− 29	+ 86
0.2	1.4675	2312	−267	−179	− 87	+ 252	+ 165	− 210	− 160	+ 81	+ 144	+ 106
0.3	1.4878	2180	− 64	−311	+ 19	+ 61	− 36	− 53	− 142	+ 277	+ 253	− 181
0.4	1.5132	2380	+190	−111	− 151	− 115	+ 183	− 53	+ 17	+ 110	− 34	− 106
0.5	1.5322	2680	+380	+189	− 380	− 7	+ 14	− 380	− 133	− 134	+ 189	+ 0
0.6	1.5255	2815	+313	+324	− 257	+ 179	− 294	− 108	− 320	− 52	+ 102	− 307
0.7	1.5192	2682	+250	+192	− 82	+ 237	− 155	+ 198	− 171	+ 87	− 155	− 114
0.8	1.4995	2575	+ 53	+ 84	+ 15	+ 51	+ 30	+ 44	− 38	+ 75	− 68	+ 49
0.9	1.4790	2490	−152	− 1	− 121	− 92	− 146	+ 42	− 0	− 1	− 0	− 0
Mittel	1.4942	1.2491			−0.1678	+0.0778	+0.0105	−0.0067	−0.1103	+0.0363	+0.0309	−0.0468

$f(1.5)\ 177^\circ\ 54'.6 \quad \frac{1}{2}f \quad 88^\circ\ 57'.3$

$f(1.25)\ 89\ \ 40.4 \quad \frac{1}{2}f \quad 44\ \ 50.2$

$10\,\alpha \sin(\frac{1}{2}f) = \Sigma(u'-u-f)\sin(u+\frac{1}{2}f)$	$10\,\alpha = -0.1678$	$7.050\,\alpha = -0.1103$	$149.70\,\alpha = -1.6780 - 0.7776 = -2.4556$
$10\,\beta \sin(\frac{1}{2}f) = -\Sigma(u'-u-f)\cos(u+\frac{1}{2}f)$	$10\,\beta = -0.0778$	$7.050\,\beta = -0.0363$	$149.70\,\beta = -0.7780 - 0.2559 = -1.0339$
$10\,\alpha' \sin f = \Sigma(u'-u-f)\sin(2u+f)$	$0.364\,\alpha' = +0.0105$	$10\,\alpha' = +0.0309$	$100.13\,\alpha' = +0.0038 + 0.3090 = +0.3128$
$10\,\beta' \sin f = -\Sigma(u'-u-f)\cos(2u+f)$	$0.364\,\beta' = +0.0067$	$10\,\beta' = +0.0468$	$100.13\,\beta' = +0.0024 + 0.4680 = +0.4704$

$$\text{Corrigirte Ablesung} = u - 0.01640\cos u - 0.00691\sin u + 0.00312\cos 2u + 0.00470\sin 2u.$$

1890. Juni 24.

Periodische Fehler der neuen Mikrometerschraube des Fraunhofer'schen Heliometers.

	$u'-u$ (1.5)	$u'-u$ (1.25)	$\Delta = u'-u-f$	$\Delta' = u'-u-f$	$\Delta \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \sin(2u+f)$	$\Delta \cos(2u+f)$	$\Delta' \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta' \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta' \sin(2u+f)$	$\Delta' \cos(2u+f)$
0.0	1.5188	1.2800	+0.0001	+0.0008	+0.0001	−0.0000	−0.0000	−0.0001	+0.0006	+0.0005	+0.0008	−0.0002
0.1	1.5200	1.2818	− 11	− 10	− 8	+ 7	+ 11	+ 21	− 10	− 1	− 1	+ 10
0.2	1.5180	1.2780	+ 9	+ 28	+ 2	− 9	− 4	+ 8	+ 24	− 15	− 25	− 12
0.3	1.5205	1.2778	− 16	+ 30	+ 6	+ 15	− 11	− 12	+ 11	− 28	− 20	+ 22
0.4	1.5175	1.2818	+ 14	− 2	− 12	− 8	− 13	+ 6	+ 1	+ 2	− 1	− 2
0.5	1.5218	1.2810	− 29	− 2	+ 29	− 17	− 3	+ 29	+ 2	+ 1	− 2	0
0.6	1.5170	1.2832	+ 19	− 24	− 15	+ 12	− 19	− 4	+ 24	+ 1	− 3	+ 24
0.7	1.5132	1.2845	+ 57	− 37	− 14	+ 55	− 28	+ 50	+ 31	− 20	+ 33	+ 16
0.8	1.5208	1.2785	− 19	+ 23	− 7	− 18	+ 13	+ 14	− 8	+ 21	− 16	+ 17
0.9	1.5210	1.2818	− 21	− 10	− 18	− 11	− 19	+ 9	− 3	− 10	− 5	− 9
Mittel	1.5189	1.2808			−0.0036	+0.0026	−0.0073	+0.0120	+0.0078	−0.0044	−0.0032	−0.0064

f	186° 48′.0	101° 5′.0
$\frac{1}{2}f$	93 24.0	50 32.0

$10\alpha \sin(\frac{1}{2}f) = \Sigma(u'-u-f)\sin(u+\frac{1}{2}f)$	$10\alpha = -0.0036$	$7.72\alpha = +0.0078$	$159.60\alpha = -0.0360 + 0.0602 = +0.0242$
$10\beta \sin(\frac{1}{2}f) = -\Sigma(u'-u-f)\cos(u+\frac{1}{2}f)$	$10\beta = -0.0026$	$7.72\beta = +0.0014$	$159.60\beta = -0.0260 + 0.0340 = +0.0080$
$10\alpha' \sin(f) = \Sigma(u'-u-f)\sin(2u+f)$	$1.19\alpha' = +0.0073$	$9.81\alpha' = -0.0032$	$97.65\alpha' = +0.0086 - 0.0314 = +0.0228$
$10\beta' \sin(f) = -\Sigma(u'-u-f)\cos(2u+f)$	$1.19\beta' = +0.0120$	$9.81\beta' = +0.0064$	$97.65\beta' = +0.0143 + 0.0628 = +0.0771$

$$\text{Corrigirte Ablesung} = u + 0.0002\cos u + 0.0001\sin u - 0.0002\cos 2u + 0.0008\sin 2u.$$

Diese Untersuchungen erstreckten sich stets nur auf diejenigen 2—3 Gänge der Schraube, welche ausschliesslich bei den Messungen benutzt wurden. Da sich die bedeutende Grösse der Correctionen aus dem erlangten Ausdruck:

$$\begin{aligned} \text{Corrigirte Ablesung} &= \text{Wirkliche Ablesung} \\ &- 0.01640 \cos u - 0.00691 \sin u \\ &+ 0.00312 \cos 2u + 0.00470 \sin 2u \end{aligned}$$

sofort ergab, ward beschlossen, diese Schraube, sobald es ohne allzu grosse Beeinträchtigung der Beobachtungen der Plejaden geschehen könne, gegen eine andere, bessere auswechseln zu lassen.

Es wurde demzufolge das Mikroskop im Mai nach Hamburg gesandt, wo durch Repsold eine neue Schraube eingesetzt worden ist. Nachdem das Mikroskop wieder hierher gelangt war, nahm ich sofort eine Untersuchung der neuen Schraube vor. Die bezüglichen Messungen giebt die Tabelle auf pag. 18 in extenso. Eine Vergleichung der beiden Schrauben ist in graphischer Form auf angefügter Tafel gegeben.

Das erlangte Resultat für die neue Schraube ist:

$$\begin{aligned} \text{Corrigirte Ablesung} &= \text{Wirkliche Ablesung} \\ &+ 0.0002 \cos u + 0.0001 \sin u \\ &- 0.0002 \cos 2u + 0.0008 \sin 2u. \end{aligned}$$

Die Fehler der neuen Schraube sind also nur klein, sodass schon eine Ablesung an einem Fädenpaar ohne Rücksicht auf dieselben benutzt werden könnte. Es ist aber doch auch in der Folge stets die Ablesung an beiden Fädenpaaren in der Art erfolgt, dass mit dem einen Paare bei Einstellung der Distanz im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers, mit dem anderen Paare bei der in entgegengesetzter Richtung erfolgten Distanzmessung gemessen wurde.

§ 8.

Coincidenz der Objectivhälften.

Die Coincidenz der Objectivhälften, resp. die aus einer etwaigen Abweichung derselben entstehenden Correctionen der Distanzen sind unter steter Controle geblieben, obgleich ein Einfluss der Nichtübereinstimmung der optischen Axen beider Objectivhälften nur bei zwei Distanzen, nämlich denen zwischen den Sternen f u. h und k u. l der Plejadengruppe von erheblichem Einfluss hätte werden können. Bei diesen beiden Distanzen sind stets die entsprechenden Positionswinkel mit abgelesen worden, sodass eine unmittelbare Bestimmung der etwa anzubringenden Correction erlangt wurde, welche auch erforderlichen Falls Verwendung fand. Im Uebrigen ergeben sich die jeweiligen Entfernungen der Objectivhälften aus gleichzeitig ausgeführten Doppelsternmessungen mit zur Controlle ihrer Kleinheit völlig genügender Genauigkeit. Es wurde daher von

einem Verfahren, wie es Battermann vorschlägt*), abgesehen, zumal meiner Meinung nach ein solches indirectes Vorgehen keine grosse Gewähr für Zuverlässigkeit bieten kann.

§ 9.

Ableitung des Scalenwerthes und des Einflusses der Temperatur auf denselben, sowie dessen Abhängigkeit von der Grösse der gemessenen Distanz.

Ehe wir zur Bestimmung des Scalenwerthes selbst schreiten, wollen wir zunächst den zweiten Punkt, nämlich den Einfluss der Temperatur auf denselben erörtern, zumal schon in den früheren Capiteln hierher verwiesen wurde und weil auch diese Bestimmung sich ohne Kenntniss des absoluten Werthes eines Scalentheiles ausführen lässt. Zur Ermittelung des Temperaturcoefficienten hat ein Theil der Plejadendistanzen selbst das erforderliche, wenn auch gerade nicht sehr umfangreiche, so doch völlig in dem Rahmen der zu behandelnden Triangulation gelegene Material geliefert. Die Discussion dieser Messungen, sowie deren Vergleichung mit früheren Bestimmungen dieses Elementes, werden zu einem befriedigenden Werthe desselben führen, zumal ja eine directe Ursache für die Veränderung des Temperaturcoefficienten für ein und dasselbe Instrument im Laufe der Zeit nicht abzusehen ist.

Eine theoretische Bestimmung der in Rede stehenden Grösse werde ich nicht ausführen, da dieser Versuch schon häufig gemacht worden ist, aber immer der auf diesem Wege erlangte Werth derselben schliesslich bei der Reduction nicht zur Verwendung gelangte. Es geschah dieses selbst dann nicht, wenn er mit Hülfe der verschiedenen physikalischen Annahmen über die Beschaffenheit der das Instrument in seiner Gesammtheit zusammensetzenden Materialien zu einer nahen Uebereinstimmung mit den direct gefundenen Zahlen führte.

Ich habe zum Zwecke der Ableitung des Temperaturcoefficienten die Distanzen $\eta - f$; $\eta - b$, $\eta - d$ und $g - e$ benutzt, da dieselben einestheils sehr häufig und dann auch bei möglichst verschiedenen Temperaturen gemessen wurden. Es kamen im Ganzen 33 Distanzen zu diesem Zwecke zur Verwendung; dieselben wurden wegen aller bisher erörterten Einflüsse corrigirt und sodann gemeinsam in Bezug auf Temperaturänderung ausgeglichen. Von einer speciellen Mittheilung der Messungen werde ich absehen, da dieselben später doch sämmtlich im Zusammenhange mit den übrigen Distanzen gegeben werden müssen. An dieser Stelle will ich nur die aus den 33 Bedingungsgleichungen folgenden Normalgleichungen aufführen und das aus diesen folgende Resultat.

---

*) Astron. Nachr. Bd. 122. pag. 364.

Die Normalgleichungen sind:

$$
\begin{array}{cccccccc}
+13.00x_1 & 0 & 0 & 0 & + & 7.80y & = & +\ 91.08 \\
0 & +10.0x_2 & 0 & 0 & + & 0.84y & = & +\ 76.73 \\
0 & 0 & +5.0x_3 & 0 & - & 2.29y & = & +\ 25.44 \\
0 & 0 & 0 & +5.0x_4 & - & 4.88y & = & +\ 30.89 \\
+\ 7.80x_1 + & 0.84x_2 - & 2.29x_3 - & 4.88x_4 & + & 1601.49y & = & +121.98,
\end{array}
$$

worin x_1 x_2 x_3 x_4 die resp. Distanzen $\eta - f$; $\eta - b$; $\eta - d$ und $g - e$ Plej. und y der gesuchte Temperaturcoefficient sind. Die Werthe der ersten 4 Unbekannten $x_1 = 77.6697$, $x_2 = 119.6767$; $x_3 = 61.8012$; $x_4 = 40.2624$ haben hier keine weitere Bedeutung, da sie später doch in anderer Weise aus der Gesammtausgleichung folgen.

Für die Correction der Distanzen wegen Wärme (y) findet sich aus diesen 5 Gleichungen der Werth: -0.000645 ± 0.000207 für 1^0 C. auf 100 Scalentheile bezogen, d. h. also eine Distanz von 100 Scalentheilen muss für je 1^0 C. über Null um 0.000645 Scalentheile vermindert und für 1^0 C. unter Null um ebensoviel vermehrt werden, um diejenige Anzahl von Scalentheilen zu bekommen, welche man, abgesehen von anderweitigen Correctionen, bei 0^0 C. am Heliometer würde abgelesen haben.

Wie der wahrscheinliche Fehler zeigt, ist die Sicherheit des Wärmefactors keine sehr grosse, denn er selbst ist nur etwa 3mal grösser als sein wahrscheinlicher Fehler. Aus diesem Grunde habe ich auch die früheren Bestimmungen dieses Elements, soweit sie mir zugänglich, noch in Betracht gezogen.

Die in Rede stehenden Bestimmungen sind:

Aus einer Vergleichung der von mir im Jahre 1889 gemessenen Hydradistanzen (vergl. pag. 32) findet sich (in Einheiten der IV. Decimale)	7.79 ± 3.5	
Nach der hier geführten Ausgleichung	6.45 ± 2.1	
Nach Angabe von Herrn Geh. Rath Auwers (Venusdurchgänge)	6.45	wahrscheinlich sehr hohes Gewicht
Nach älteren Strassburger Beobachtungen	8.66 ± 1.1.	

Ich habe, trotzdem der 1. und 4. Werth erheblich höher ist, doch nicht Anstand genommen, den für die Reduction der Plejadendistanzen benutzten Werth zu rund 6.5 anzusetzen, einmal weil der 3. Werth auf einer ausgedehnten Discussion des Gesammtmaterials beruht und zweitens weil der 2. Werth von genau demselben Betrage wie der 3. ist und dem zu reducirenden Material selbst entstammt, somit also die Homogenität der ganzen Rechnung am besten gewahrt bleibt. Ausserdem würde bei einer Temperatur von 20^0 und der grössten vorkommenden Distanz von 175 Scalentheilen der Unterschied zwischen den Annahmen von 6.5 und 8.5 des Temperaturfactors erst eine Veränderung der Reduction von etwa 0″.014 hervorbringen; also eine Grösse, welche weit unterhalb der Messungsfehler liegt.

Nachdem nun auch die Frage nach der Aenderung der gemessenen Distanzen mit der Temperatur im Vorstehenden erörtert ist, werde ich zur Ableitung des Scalenwerthes selbst schreiten. Wie schon früher erwähnt, schliesst diese Untersuchung auch gleichzeitig die Abhängigkeit des Scalenwerthes von der Grösse der gemessenen Distanz mit ein. Ich glaube, dass dieser Weg in mancher Hinsicht dem, welcher auf Grund der früheren Betrachtungen hätte eingeschlagen werden können, vorzuziehen ist. Namentlich deshalb, weil derselbe mit den wirklichen Distanzmessungen auf das engste verknüpft ist.

Bisher hat man fast ausschliesslich eine Reihe von grossen Bögen am Himmel gemessen, deren Endpunkte von Sternen in der Weise gebildet werden, dass sich die 5 oder 6 Sterne nahezu in einem grössten Kreise befinden und immer ein Bogen nahezu in der Fortsetzung des anderen liegt. So erhielt man durch Messen der 4. oder 5. Intervalle und durch deren Aneinanderreihen, eventuell mit Reduction auf den durch die beiden äusseren Sterne gelegten grössten Kreis vermittelst der berechneten Positionswinkel, einen gemessenen Werth zwischen den beiden äussersten Sternen des ganzen Bogens. Diese beiden Sterne sind dann durch möglichst genaue Meridianbeobachtungen festgelegt worden. (Allerdings ist das auch mit den dazwischen liegenden Sternen geschehen, doch spielte hier die absolute Position keine grosse Rolle, da dieselbe nur zur Herleitung der Reduction auf den grössten Kreis direct erforderlich war, während der Einfluss auf den Scalenwerth erst in zweiter Linie stattfand und sich ein etwaiger Fehler zum grössten Theil durch die Aneinanderreihung der Bögen wieder eliminirte.) Ermittelt man nun durch eine sphärische Rechnung den Winkelabstand der beiden äussersten Sterne und vergleicht man mit dieser Zahl die Anzahl der Scalentheile, welche die Heliometermessungen gehörig reducirt für denselben Bogen geben, so gelangte man zu einem Werth des Scalentheils, welcher um so genauer wurde, je grösser der gemessene Bogen und je genauer die beiden Endsterne desselben festgelegt waren. Auf diesem Wege sind früher alle Scalenwerthbestimmungen, soweit sie auf Messungen am Himmel beruhen, erlangt worden. Im Grossen und Ganzen ist dieser Gang auch hier beibehalten worden, nur bin ich, wie es auch schon anderweit geschehen ist, insofern von demselben abgewichen, dass ich die einzelnen Bögen der grössten Kreise nicht aneinander gereiht habe, um so die zwischenliegenden Sterne zu eliminiren, sondern ich habe die einzelnen Bögen, jeden für sich, mit den aus den Meridianbeobachtungen folgenden Distanzen der sie begrenzenden Sterne verglichen. — Durch dieses Vorgehen giebt man den Vortheil der Elimination der Fehler der zwischenliegenden Sterne nicht auf, aber man bleibt von den berechneten Positionswinkeln unabhängig und macht die Einzelheiten der Messungen noch leichter controlirbar und übersichtlicher.

Die für diese Arbeit benutzten grössten Kreise sind zunächst der sogenannte Cygnuskreis und der Hydrakreis, beide aus je 5 Distanzen resp. 6 Sternen bestehend, welche zum Zwecke der Benutzung bei den Messungen der Venusexpeditionen ausgesucht worden waren und seitdem für alle Heliometermessungen

von fundamentaler Bedeutung geworden sind. Ausser diesen beiden Bögen habe ich noch die Distanzen $\eta - b$ und $\eta - f$ Plejadum, welche auch schon zur Bestimmung des Temperaturfactors im wesentlichen benutzt worden sind, und das Sternpaar $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni zur Ableitung des Scalenwerthes herangezogen. Die drei letzten Bögen namentlich deshalb um den mit der Distanz selbst veränderlichen Theil des Scalenwerthes direct aus Distanzmessungen ableiten zu können, welchen Weg ich nach den oben schon auseinandergesetzten Gründen für den rationellsten halten muss. — Was die Ausführung der hier in Betracht kommenden Messungen betrifft, so sind sie ebenso erhalten, wie die Plejadendistanzen selbst. Sie erstrecken sich auch über denselben Zeitraum, sodass sie mit den letzteren in innigem Zusammenhange stehen und auch wirklich dem Zustande des Instruments entsprechen, in welchem sich dieses während der Plejadentriangulation befand. Ich lasse hier die in Rede stehenden Messungen folgen, soweit sie sich auf den Cygnus- und Hydrakreis und auf α Capricorni beziehen, während die Plejadendistanzen später im Zusammenhange mitgetheilt werden.

Die Ausmessung des Cygnus- und des Hydrakreises wurde sowohl in dem Jahre 1889 als auch 1890*) vorgenommen, während $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni nur 1889 gemessen worden ist.

Die folgenden Tabellen geben die Messungen in extenso mit allen nöthigen Reductionsdaten und es ist den einzelnen Columnen wohl kaum noch eine Erläuterung hinzuzufügen.

Messungen des Cygnuskreises von 1889.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand	Epoche
			h m	°												
Mai 6.	*f*	*a-b*	16 49	+12.0	8.40	8.54	—0.14	132.0134	+400	+52	—156	—103	132.0327	—6	132.0321	1889.35
„ 13.			15 50	12.0	8.35	8.54	— 19	0170	460	55	—212	—103	0370	—6	0364	37
„ 24.			16 54	15.0	8.38	8.51	— 13	0210	389	57	—145	—129	0382	—6	0376	40
Juni 19.			16 1	12.5	8.60	8.53	+ 7	0082	445	57	+ 78	—108	0554	—5	0549	47
„ 19.			16 38	12.0	8.60	8.54	+ 6	9807	390	57	+ 67	—103	0218	—5	0213	47
„ 21.			16 24	14.0	8.60	8.52	+ 8	9777	416	57	+ 89	—120	0219	—5	0214	47
„ 26.			17 49	16.0	8.40	8.50	— 10	0226	371	56	—112	—137	0404	—5	0399	49
													132.0353		132.0348	1889.43
Mai 6.	*f*	*b-c*	16 24	+13.0	8.40	8.53	—0.13	106.9149	+332	+41	—118	— 90	106.9314	+6	106.9320	1889.35
„ 13.			16 21	11.0	8.35	8.55	— 20	9269	337	44	—181	— 76	9393	+6	9399	37
„ 24.			17 25	15.0	8.38	8.51	— 13	9260	298	46	—118	—104	9382	+6	9388	40
Juni 18.			16 36	13.0	8.40	8.53	— 13	9245	327	46	—118	— 90	9410	+5	9415	46
„ 19.			17 29	11.0	8.60	8.55	+ 5	9043	304	46	+ 45	— 76	9362	+5	9367	47
„ 21.			16 52	14.0	8.60	8.52	+ 8	8947	314	46	+ 72	— 97	9278	+5	9283	47
„ 26.			17 9	17.0	8.40	8.49	— 9	9463	308	44	— 81	—118	9616	+5	9621	49
													106.9394		106.9399	1889.43
Mai 1.	*f*	*c-d*	15 41	+11.5	8.40	8.54	—0.14	122.7221	+500	+44	—145	— 92	122.7528	+1	122.7529	1889.33
„ 6.			15 51	13.5	8.40	8.53	— 13	7032	481	46	—135	—107	7317	+1	7318	35
„ 13.			16 50	10.5	8.35	8.55	— 20	7387	403	49	—207	— 84	7548	+1	7549	37
„ 24.			17 46	15.0	8.38	8.51	— 13	7185	354	51	—135	—119	7336	+1	7337	40
Juni 18.			15 58	13.5	8.40	8.53	— 13	7122	470	51	—135	—107	7501	+1	7502	46
„ 20.			16 14	13.5	8.60	8.53	+ 7	6873	439	51	+ 72	—107	7328	+1	7329	47
„ 24.			16 13	14.0	8.60	8.52	+ 8	7026	444	50	+ 83	—111	7482	+1	7483	48
„ 26.			16 33	19.0	8.40	8.48	— 8	7253	409	49	— 83	—151	7477	+1	7478	49
													122.7440		122.7441	1889.42

*) Spätere Messungen des Cygnuskreises aus dem Jahre 1891, welche bei der Reduction nicht mehr benutzt werden konnten, befinden sich mit den hier gegebenen Resultaten in guter Uebereinstimmung.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand	Epoche
			h m	o												
Mai 1.	*f*	*d-e*	15 12	+11.8	8.40	8.54	−0.14	104.1683	+491	+37	−123	− 80	104.2013	−61	104.1952	1889.33
„ 21.			16 40	15.0	8.60	8.51	+ 9	1880	346	42	+ 79	−101	2246	−56	2190	39
„ 26.			16 41	11.5	8.40	8.54	− 14	1811	344	43	−123	− 78	1997	−54	1943	40
Juni 6.			18 35	13.5	8.45	8.53	− 8	1747	294	44	− 70	− 91	1924	−52	1872	43
„ 20.			16 43	13.0	8.60	8.53	+ 7	1810	343	43	+ 62	− 88	2170	−48	2122	47
„ 24.			16 42	13.0	8.60	8.53	+ 7	1429	347	42	+ 62	− 88	1792	−47	1745	48
„ 25.			17 31	13.0	8.60	8.53	+ 7	1577	314	42	+ 62	− 88	1907	−47	1860	48
													104.2007		104.1955	1889.43
Mai 21.	*f*	*e-f*	17 8	+14.0	8.60	8.52	+0.08	126.3084	+406	+50	+ 85	−115	126.3610	+27	126.3637	1889.39
„ 26.			17 12	11.5	8.40	8.54	− 14	3248	399	51	−150	− 94	3454	+27	3481	40
Juni 6.			17 46	14.3	8.45	8.52	− 7	3146	379	52	− 75	−117	3395	+25	3420	43
„ 20.			17 17	12.8	8.60	8.53	+ 7	2966	398	51	+ 75	−105	3385	+24	3409	47
„ 24.			17 21	11.5	8.60	8.54	+ 6	2920	397	50	+ 64	− 94	3337	+23	3360	48
„ 25.			16 39	13.5	8.60	8.53	+ 7	3090	453	50	+ 75	−111	3557	+23	3580	48
Juli 20.			18 25	12.5	8.40	8.53	− 13	3308	360	38	−139	−111	3456	+20	3476	55
													126.3456		126.3480	1889.47

Messungen des Cygnuskreises von 1890.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand.	Epoche
			h m	o												
Mai 28.	*f*	*a-b*	16 21	+ 8.5	8.50	8.57	−0.07	132.0239	+419	+49	− 78	− 73	132.0556	+ 4	132.0560	1890.41
Juni 20.			17 59	12.0	8.50	8.54	− 4	0351	373	57	− 45	−103	0633	+ 5	0638	47
„ 25.			16 48	13.0	8.53	8.53	0	0134	401	56	0	−112	0479	+ 5	0484	48
Juli 12.			18 8	7.5	8.55	8.58	− 3	0160	375	49	− 33	− 64	0487	+ 5	0492	53
„ 28.			18 19	18.5	8.55	8.58	+ 7	0156	364	29	+ 78	−159	0468	+ 6	0474	57
„ 29.			18 9	14.0	8.55	8.52	+ 3	0109	370	27	+ 33	−120	0419	+ 6	0425	58
													132.0507		132.0512	1890.51
Mai 28.	*f*	*b-c*	16 46	+ 8.0	8.50	8.58	−0.08	106.9209	+324	+37	− 72	− 56	106.9442	− 4	106.9438	1890.41
Juni 1.			18 5	4.3	8.55	8.61	− 6	9013	307	47	− 54	− 30	9283	− 4	9279	42
„ 25.			17 14	12.5	8.53	8.53	0	9093	310	44	0	− 87	9360	− 5	9355	48
Juli 12.			17 40	8.0	8.55	8.58	− 3	9214	306	37	− 27	− 55	9475	− 5	9470	53
„ 16.			18 12	17.0	8.50	8.49	+ 1	9202	294	35	+ 9	−118	9422	− 5	9417	54
													106.9397		106.9392	1890.48
Mai 28.	*f*	*c-d*	17 13	+ 7.0	8.50	8.59	+0.09	122.7498	+386	+42	− 93	− 56	122.7777	− 1	122.7776	1890.41
Juni 1.			17 8	4.3	8.55	8.61	− 6	7003	393	52	− 62	− 34	7352	− 1	7351	42
„ 25.			17 55	12.0	8.53	8.54	− 1	7283	359	49	− 10	− 96	7585	− 1	7584	48
Juli 10.			18 21	9.5	8.55	8.56	− 1	7248	352	43	− 10	− 76	7557	− 1	7556	52
„ 14.			18 37	16.0	8.50	8.50	0	7534	343	41	0	−128	7790	− 1	7789	54
													122.7612		122.7611	1890.47
Mai 28.	*f*	*d-e*	17 36	+ 6.5	8.50	8.59	−0.09	104.1613	+316	+35	− 79	− 44	104.1841	+37	104.1878	1890.41
Juni 1.			16 25	4.5	8.55	8.61	− 6	1352	374	43	− 53	− 31	1685	+38	1723	42
„ 25.			18 25	11.5	8.53	8.54	− 1	1413	297	42	− 9	− 78	1665	+44	1709	48
Juli 10.			17 54	9.5	8.55	8.56	− 1	1516	306	38	− 9	− 64	1787	+57	1844	52
„ 14.			18 15	17.0	8.50	8.49	+ 1	1507	294	36	+ 9	−115	1731	+58	1789	54
													104.1742		104.1789	1890.47
Mai 28.	*f*	*e-f*	17 58	+ 6.0	8.50	8.59	−0.09	126.3266	+379	+41	− 96	− 49	126.3541	−18	126.3523	1890.41
Juni 1.			15 47	5.0	8.48	8.60	− 12	2923	546	52	−128	− 41	3352	−12	3333	42
Juli 10.			17 26	10.0	8.55	8.56	− 1	2828	394	44	− 11	− 83	3172	−23	3149	52
„ 14.			17 50	17.5	8.50	8.49	+ 1	3167	371	42	+ 11	−142	3449	−23	3426	54
„ 4.			16 42	+12.0	8.00	8.54	− 54	3636	439	52	−577	− 97	(3453	−19	(3434	51
„ 4.			17 9	12.0	9.00	8.54	+ 46	2612	408	52	+490	− 97	3465)		3446)	
													126.3394		126.3374	1890.48

Messungen des Hydrakreises von 1889.

Datum.	Axe.	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O. N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0	Red. Abstand	Epoche
			h m	°												
März 3.	*v*	*a-b*	10 30	−13.5	8.80	8.77	+0.03	133.8121	+1167	−73	+34	+118	133.9367	+10	133.9377	1889.17
April 6.	*v*		10 41	+5.5	8.50	8.60	−10	8694	1107	−118	−113	−48	9522	+9	9531	26
„ 23.	*f*		10 49	+9.8	8.55	8.56	−1	8637	1133	−127	−11	−85	9547	+9	9556	31
													133.9479		133.9488	1889.25
März 3.	*v*	*b-c*	11 3	−14.0	8.80	8.78	+0.02	118.2043	+836	−64	+20	+108	118.2943	+24	118.2967	1889.17
April 6.	*v*		10 14	−6.0	8.50	8.59	−9	2366	713	−104	−90	−46	2839	+22	2861	26
„ 23.	*f*		11 16	+9.0	8.55	8.57	2	2001	798	−110	−20	−69	2600	+20	2620	31
													118.2794		118.2816	1889.25
März 4.	*v*	*c-d*	10 1	−13.3	8.80	8.77	+0.03	122.6212	+814	−74	+31	+106	122.7119	−10	122.7109	1889.17
„ 22.	*v*		11 55	−4.2	8.48	8.69	−21	6111	1159	−102	−218	+33	6983	−9	6974	22
April 23.	*f*		11 54	+7.5	8.55	8.58	−3	6155	1098	−125	−31	−60	7037	−8	7029	31
													122.7046		122.7037	1889.23
März 4.	*v*	*d-e*	10 37	−13.5	8.80	8.77	+0.03	173.0425	+951	−98	+44	+152	173.1470	−15	173.1455	1889.17
„ 22.	*v*		11 14	−3.5	8.48	8.68	−20	0518	950	−136	−293	+37	1078	−14	1064	22
April 24.	*f*		11 5	+8.5	8.55	8.57	2	0692	888	−163	−29	−96	1292	−13	1279	31
													173.1280		173.1266	1889.23
März 4.	*v*	*e-f*	11 8	−13.8	8.80	8.77	+0.03	106.2686	+992	−61	+27	+95	106.3769	+7	106.3776	1889.17
„ 6.	*v*		10 35	−10.5	8.55	8.75	−20	2985	868	−64	−180	+73	3682	+7	3689	18
April 24.	*f*		11 44	+7.5	8.55	8.58	−3	2960	1107	−1[illegible]	−27	−52	3888	+6	3894	31
													106.3779		106.3786	1889.22

Messungen des Hydrakreises von 1890.

Datum.	Axe.	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O. N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0	Red. Abstand	Epoche
			h m	°												
März 22.	*v*	*a-b*	10 54	+3.7	8.70	8.62	+0.08	133.8619	+1182	−100	+91	−32	133.9760	−3	133.9757	1890.22
„ 29.			10 12	+13.7	8.40	8.52	−12	9329	1006	−108	−136	−119	9972	−3	9969	24
April 13.			10 26	+1.5	8.75	8.64	+11	8907	1075	−124	+124	−13	9969	−4	9965	28
													133.9900		133.9897	1890.25
März 22.	*v*	*b-c*	10 12	+4.0	8.70	8.61	+0.09	118.2151	+728	−90	+90	−31	118.2848	−7	118.2841	1890.22
April 3.			9 46	+6.2	8.45	8.59	−14	2283	716	−102	−139	−48	2710	−8	2702	26
„ 14.			10 30	+6.4	8.75	8.59	+16	2312	726	−109	+159	−49	3039	−9	3030	29
													118.2864		118.2858	1890.26
März 9.	*v*	*c-d*	10 5	−0.5	8.65	8.65	0.00	122.6289	+806	−82	0	+4	122.7017	+2	122.7019	1890.19
April 3.			10 38	+6.0	8.45	8.59	−14	6702	827	−114	−145	−48	7222	+3	7225	26
„ 14.			11 2	+6.0	8.75	8.59	+16	6394	868	−121	+166	−48	7259	+3	7262	29
													122.7166		122.7169	1890.25
Febr. 14.	*v*	*d-e*	11 8	−5.5	8.85	8.70	+0.15	173.0465	+943	−54	+220	+62	173.1636	+2	173.1638	1890.13
April 3.			11 27	+5.5	8.45	8.60	−15	0928	942	−149	−220	−62	1439	+5	1444	26
„ 5.			10 13	+9.0	8.65	8.57	+8	1008	868	−151	+117	−102	1740	+5	1745	26
													173.1605		173.1609	1890.22
Febr. 14.	*v*	*e-f*	10 33	−5.3	8.85	8.70	+0.15	106.3124	+839	−32	+135	+37	106.4103	−1	106.4102	1890.13
April 4.			10 0	+7.5	8.50	8.58	−8	3574	737	−93	−72	−52	4094	−2	4092	26
„ 15.			10 31	+10.2	9.20	8.55	+65	2924	789	−98	+585	−70	4130	−2	4128	29
													106.4109		106.4107	1890.23

Fehlerberechnung für Cygnus und Hydra.

Cygnus 1889	$B-R$	(vv)	Cygnus 1890	$B-R$	(vv)	Hydra 1889	$B-R$	(vv)	Hydra 1890	$B-R$	(vv)
132.0321	−27	729	132.0560	+48	2304	133.9377	−111	12321	133.9757	−140	19600
364	+16	256	638	+126	15876	531	+43	1849	969	+72	5184
376	+28	784	484	−28	784	556	+68	4624	965	+68	4624
549	+201	40401	492	−20	400	133.9488			133.9897		
213	−135	18225	474	−38	1444						
214	−134	17956	425	−87	7569						
399	+51	2601	132.0512								
132.0348											
106.9320	−79	6241	106.9438	+46	2116	118.2967	+151	22801	118.2841	−17	289
399	0	0	279	−113	12769	861	+45	2025	2702	−156	24336
388	−11	121	355	−37	1369	620	−196	38416	3030	+172	29584
415	+16	256	470	+78	6084	118.2816			118.2858		
367	−32	1024	417	+25	625						
283	−116	12456	106.9392								
621	+222	49284									
106.9399											
122.7529	+88	7744	122.7776	+165	27225	122.7109	+72	5184	122.7019	−150	22500
318	−123	15129	7351	−260	67600	6974	−63	3969	225	+56	3136
549	+108	11664	584	−27	729	7029	−8	64	262	+93	8649
337	−104	10816	556	−55	3025	122.7037			122.7169		
502	+61	3721	789	+178	31684						
329	−112	12544	122.7611								
483	+42	1764									
478	−37	1369									
122.7441											
104.1952	−3	9	104.1878	+89	7921	173.1455	+189	35721	173.1638	+29	841
2190	+235	55225	723	−66	4356	064	−202	40804	444	−165	27225
1943	−12	144	709	−80	6400	279	+13	169	745	+136	18496
2872	−83	6889	844	+55	3025	173.1266			173.1609		
2122	+167	27889	789	0	0						
1745	−210	44100	104.1789								
1860	−95	9025									
104.1955											
126.3637	+157	24649	126.3523	+138	19044	106.3776	−10	100	106.4102	−5	25
481	+1	1	333	−52	2704	689	−97	9409	092	−15	225
420	−60	3600	149	−236	55696	894	+108	11664	128	+21	441
409	−71	5041	426	+41	1681	106.3786			106.4107		
360	−120	14400	434	+49	2401						
580	+100	10000	446	+61	3721						
476	−4	16	126.3385								
126.3480											
		418273			281552			189120			165155

	Cygnus 1889		Cygnus 1890		Hydra 1889		Hydra 1890
lg. (vv)	5.62145		5.44956		5.27674		5.21789
lg. $(n-\nu)$ = lg. (36−5)	1.49136	(27−5)	1.34242	(15−5)	1.00000	(15−5)	1.00000
	4.13009		4.10714		4.27674		4.21789
M.F. 1 Beob. lg. $\sqrt{\frac{(\nu\nu)}{m-\nu}}$	2.06504	$\pm 0\overset{R}{.}0116 = \pm 0''.208$	2.05357	$\pm 0\overset{R}{.}0113 = \pm 0''.203$	2.13837	$\pm 0\overset{R}{.}0138 = \pm 0''.247$	2.10894 $\pm 0\overset{R}{.}0129 = \pm 0''.230$

Mittl. Fehler d. Mittels einer Distanz:

$\pm 0\overset{R}{.}0044 = \pm 0''.078$ $\pm 0\overset{R}{.}0051 = \pm 0''.091$ $\pm 0\overset{R}{.}0079 = \pm 0''.141$ $\pm 0\overset{R}{.}0074 = \pm 0''.132$

Zusammenstellung der Cygnus- und Hydra-Distanzen und deren Vereinigung zu Mitteln für die Epoche von 1890.0.

Cygnus.					Hydra.				
Epoche.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Abstand 1890.0.	Mittel.	Epoche.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Abstand 1890.0.	Mittel.
	R	(a-b)					(a-b)		
1889.43	132.0353	—0.0006	132.0347	132.0330	1889.25	133.9479	—0.0008	133.9471	133.9686
1890.51	0307	+ 5	0312		1890.25	9900	+ 2	9902	
		(b-c)					(b-c)		
1889.43	106.9394	—0.0013	106.9381	106.9394	1889.25	118.2794	—0.0008	118.2786	118.2828
1890.48	9397	+ 11	9408		1890.26	2866	+ 3	2869	
		(c-d)					(c-d)		
1889.42	122.7440	+0.0014	122.7454	122.7528	1889.23	122.7046	+0.0001	122.7047	122.7106
1890.47	7612	— 11	7601		1890.25	7166	— 1	7165	
		(d-e)					(d-e)		
1889.43	104.2007	—0.0055	104.1952	104.1870	1889.23	173.1280	—0.0008	173.1272	173.1440
1890.47	1742	+ 45	1787		1890.22	1605	+ 3	1608	
		(e-f)					(e-f)		
1889.47	126.3456	+0.0032	126.3488	126.3426	1889.22	106.3779	+0.0008	106.3787	106.3947
1890.48	3394	— 29	3365		1890.23	4109	— 2	4107	

Messungen von $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni.

Datum.	Axe	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand.	v
		h m	°												
1889 Juli 4.	*f*	18 30	+11	8.50	8.55	—0.05	21.0211	+186	+ 9	— 9	—15	21.0187	+11	21.0198	—122
„ 9.	*f*	19 41	+15	8.50	8.51	— 1	0257	105	+13	— 2	—20	0235	+11	0246	— 74
„ 22.	*v*	20 5	+ 9	8.45	8.57	— 12	0311	92	+18	—19	—20	0280	+10	0290	— 30
„ 31.	*v*	19 3	+11.5	8.40	8.54	— 14	0348	140	+19	—25	—15	0308	+10	0318	— 2
Aug. 1.	*v*	19 40	+14	8.50	8.52	— 2	0478	106	+19	— 4	—19	0455	+10	0465	+145
„ 8.	*v*	19 10	+11	8.50	8.55	— 5	0346	133	+20	— 9	—15	0322	+ 9	0331	+ 11
„ 25.	*f*	22 18	+ 9	8.65	8.57	+0.08	0388	57	+18	+14	—12	0390	+ 8	0398	+ 78
														21.0320	

$$m = \pm 0''.162 \qquad M = \pm 0''.061.$$

Die vorstehenden Tabellen geben die Zusammenstellung der Resultate und die Fehlerberechnung, um ein Urtheil über die erlangte Genauigkeit zu ermöglichen. Es zeigt sich dabei, dass die Fehler beim Cygnuskreis erheblich kleiner ausfallen, als beim Hydrakreis, was sich wohl genügend durch die tiefe Stellung des letzteren und auch durch die erheblich schwächeren Sterne, welche demselben als Endpunkte dienen, erklären lässt. In den beiden Jahren sind die Fehler von fast genau derselben Grösse, was um so mehr für obige Erklärung des Unterschiedes bei den beiden Bögen spricht.

Es ergeben sich für eine Messung einer Cygnusdistanz, einer Hydradistanz und der Distanzen $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni und der Plejaden die mittleren Fehler nach obigen Tabellen resp. zu:

	Cygnus	Hydra	$\alpha^1 \alpha^2$ Capric.	Plejaden
1889	±0″.208	±0″.247	±0.162	±0.157.
1890	±0 .203	±0 .230	—	

Für das Mittel einer Distanz bestehend aus der nebengesetzten Anzahl von Einzeldistanzen:

1889	±0″.078 (7)	±0″.141 (3)	±0″.061	±0″.046.
1890	±0 .091 (5)	±0 .132 (3)	—	

Ich habe die einzelnen Messungen aus den beiden Jahren aber nicht nach ihren Gewichten vereinigt, weil die Cygnusdistanzen bei „Axe folgend", die Hydradistanzen fast alle bei „Axe vorangehend" beobachtet sind. Die Distanz $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni wurde nur in einem Jahre gemessen und sollte aus diesem Grunde kein Uebergewicht erhalten. Ebenso sind die Plejadendistanzen schon anderweit benutzt und sollen deshalb hier auch nicht überwiegen. Werden die Messungen vom Cygnuskreis, Hydrakreis und $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni mit den in dem nächsten Absatze gegebenen Eigenbewegungen auf 1890.0 gebracht, so erhält man die in der Tabelle pag. 27 in den Columnen 5 gegebenen endgültigen Werthe der einzelnen Bögen ausgedrückt in Scalentheilen des Heliometers.

Um nun den Werth eines Scalentheiles in Secunden zu erhalten, ist es nöthig, dieselben Bögen auch auf Grund anderweitiger Bestimmung in diesem Maasse ausdrücken zu können.

Für die Sterne des Cygnus- und des Hydrabogens, ebenso für die Orte der Plejadensterne 17b, η u. 27f liegen eine grosse Anzahl von Bestimmungen vor, welche zum Zwecke der Bestimmung der Scalenwerthe derjenigen Heliometer, welche bei den Beobachtungen der Venusvorübergänge benutzt worden sind, angestellt wurden. Das gesammte diesbezügliche Material wird seinerzeit in den von Herrn Geh. Rath Auwers herauszugebenden „Die Venusdurchgänge 1874 und 1882." enthalten sein. Theilweise sind auch schon Mittheilungen darüber in der Elkin'schen Vermessung der Plejadensterne und ebenso in der denselben Gegenstand betreffenden Publikation von Battermann gemacht worden. Ich kann mich daher hier darauf beschränken, in kurzer Weise die in Frage kommenden Angaben, wie sie ein Schreiben des Herrn Geh. Rath Auwers an Herrn Professor Schur von April 8. 1891 enthält, anzuführen. Dieselben weichen theilweise von den an obengenannten Orten etwas ab, da diesen Daten eine mehr Material umfassende Diskussion zu Grunde liegt. Die betreffenden Zahlen sind die folgenden, wenn μ die jährliche Veränderung der Distanz bedeutet:

1883.0	η-17 Plejad.	2143″.409	μ −0″.0010
	η-27 „	1391.187	−0.0041

Hydra	*a-b*	2399″.609	−0″.0187
	b-c	2118.472	−0.0209
	c-d	2197.770	+0.0027
	d-e	3101.077	−0.0212
	e-f	1905.553	+0.0184
Cygnus	*a-b*	2365.178	−0.0174
	b-c	1915.443	−0.0390
	c-d	2198.372	+0.0432
	d-e	1867.303	−0.1724
	e-f	2262.123	+0.1094

Mit den angegebenen Eigenbewegungen sind die Längen der Bögen, auf den Jahresanfang 1890 gebracht, die nachstehenden:

η-27 f Plejad.	1391″.158
η-17 b „	2143.056
a-b Cygni	2365.056
b-c „	1915.170
c-d „	2198.674
d-e „	1866.096
e-f „	2262.889
a-b Hydrae	2399.478
b-c „	2118.326
c-d „	2197.789
d-e „	3100.929
e-f „	1905.682

Für die Distanz $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni lagen nun Angaben von anderer Seite, die direct für den vorliegenden Zweck zu benutzen gewesen wären, nicht vor; ich habe deshalb selbst die Distanz auf Grund der mir zugänglichen Daten der Cataloge bestimmt. — Es ist das folgende Material, welches mir das meiste Vertrauen zu verdienen schien und welches durchaus homogene Angaben enthält, benutzt:

1. Auwers 83 südl. Sterne.

		AR. 1875.0	Eigenbew.	Zahl d. Beob.	δ 1875.0	Eigenbew.	Zahl d. Beob.
Ep. 1865.0	α^1	20ʰ 10ᵐ 43ˢ.101	−0ˢ.0008	(19)	−12° 53′ 34″.93	+0″.026	(15)
	α^2	20 11 7.090	+0 .0022	(27)	−12 55 50 .97	+0 .017	(32)

Die Distanz (Δ) zwischen beiden Componenten wird somit für 1865.0:

376″.286.

2. Romberg, Pulkowa Merid. Kreis.

			Eigenbew.	Zahl d. Beob.			Eigenbew.	Zahl d. Beob.
1875.0	α^1	20ʰ 10ᵐ 43ˢ.14	−0ˢ.0008	(17)	1875.0	−12° 53′ 35″.3	+0.026	(17)
	α^2	20 11 7.11	+0 .0022	(14)		−12 55 51 .2	+0.017	(13)

Hieraus ergiebt sich für 1875.0 Δ = **375″.886.**

3. München, Catalog v. 1880 (Epoche 1849.7)

1880.0	α^1	$20^h\ 10^m\ 59^s.61$ (5)	1880.0	$-12^0\ 52'\ 39''.1$ (5)
	α^2	20 11 23 .61 (5)		-12 54 56 .3 (5)

damit Distanz der beiden Sterne für:

1849.7 376″.801.

4. Stone Cape Catalogue

			Eigenbew.			Eigenbew.
1880.0	α^1	$20^h\ 10^m\ 59^s.71$ (2)	-0.002	1880.0	$-12^0\ 52'\ 39''.91$ (2)	0.00
	α^2	20 11 23 .69 (17)	$+0.001$		-12 54 56 .52 (3)	0.00

Diese Daten geben als Entfernung für:

Epoche **1875.5 376″.178.**

Für die Ableitung der Distanz zunächst für das Jahr 1875.0 habe ich nur die Oerter aus dem Fundamental-Catalog von 83 südl. Sternen und die neuen Pulkowaer Beobachtungen benutzt, da die Münchener Beobachtungen stark abweichen und ausserdem weit zurückliegen, was wohl für eine Ableitung der Eigenbewegung günstig wäre, aber hier ohne Belang ist, da ich die letztere auf anderem Wege für die Distanz direct gültig ableiten werde und die Stone'schen Positionen auf nur wenigen Beobachtungen in sehr ungleicher Vertheilung der einzelnen Coordinaten beruhen.

Ich setze also im Zusammenhang hier noch einmal

München	1849.7	376″.801
Stone	1875.5	376 .178
Auwers	1875.0	376 .286
Romberg	1875.0	375 .886

Zum Zwecke der Ableitung der Eigenbewegung habe ich noch die von Schur in den Astronomischen Nachrichten Nr. 2180 pag. 311 gegebene Zusammenstellung der Distanzen von $\alpha^1\,\alpha^2$ Capricorni anzuführen. Es finden sich an diesem Orte auf Grund einer längeren Reihe von Positionen die folgenden Angaben über die Distanz von $\alpha^1\,\alpha^2$ Capricorni, für die in Intervallen von 10 zu 10 Jahren fortschreitenden Epochen

	″
1850	375.16
1860	375.57
1870	375.97
1880	376.38
1890	376.79
1900	377.20

Aus dieser Reihe ergiebt sich die Eigenbewegung in Distanz zu $+0''.041$. Aus den Daten des Fundamental-Catalogs von Auwers von 83 südlichen Sternen findet sich für die

Eigenbewegung von α^1 $+0''.0206$ } bezogen auf die Verbindungslinie
für die von α^2 $-0\ .0246$ } beider Componenten.

also Differenz für die Eigenbewegung in Distanz $+0''.0452$.

Zieht man die Menge des für beide Werthe benutzten Materials und dessen Sicherheit in Betracht, so glaube ich berechtigt zu sein, für die endgültige Eigenbewegung $+0''.044$ anzunehmen. — Werden nun mit dieser Eigenbewegung die obigen Daten für $\Delta\,\alpha^1\alpha^2$ Capricorni nach Auwers, Romberg und aus der Schur'schen Reihe auf 1875.0 gebracht, so hat man

Schur	376''.175
Auwers	376 .276
Romberg	375 .886
Mittel	376 .112
Eigenbewegung $15 \cdot +0''.044$	$+$ 0 .660
Also Δ 1890.0	376''.772

Diese Zahl ist diejenige, welche ich der Ableitung des Scalenwerthes zu Grunde gelegt habe, und ich glaube, dass sie wohl ziemlich sicher sein dürfte, wenn sich ihr mittlerer Fehler auch nur sehr schwierig zahlenmässig angeben lässt; nach den in den Quellen angegebenen Fehlern dürfte er aber wohl kaum $\pm 0''.15$ überschreiten.

Zu den oben gegebenen Daten für die Distanzen der Plejaden-, Cygnus- und Hydra-Bögen kommt also noch der für $\alpha^1\alpha^2$ Capricorni folgende Werth von 376''.772 hinzu.

Die zur Verfügung stehenden Entfernungen umfassen somit Bögen zwischen nahe 377'' und 3100''. Es überschreitet daher der grösste Bogen bei weitem diejenigen, welche ich in der Plejadentriangulation aus den oben angeführten Gründen noch mit gemessen habe; ein Umstand, der für die Ableitung eines genauen und für den vorliegenden Fall durchaus ausreichenden Scalenwerthes und dessen Aenderung mit der Grösse der gemessenen Distanz von grosser Bedeutung ist.

In der folgenden Tabelle habe ich nun die aus anderweitigen Angaben stammenden Bogengrössen mit den für das Göttinger kleine Heliometer sich ergebenden Daten zusammengestellt. Bevor ich zur weiteren Erläuterung dieser Tabelle schreite, mag noch bemerkt werden, dass auch die in den letzten Jahren von Herrn Professor Schur und mir angestellten Messungen am grossen Heliometer die Werthe für den Cygnus- und Hydrakreis, sowie für die Plejadendistanzen $\eta-17$b und $\eta-27$f in ihrer Gesammtheit durchaus bestätigen, sodass die hier angesetzten Grössen für diese Bögen auch hierdurch eine schöne Bestätigung erhalten haben. Es werden dort nämlich nicht nur die einfachen Bögen, sondern auch deren Combinationen, soweit möglich (bis zu nahe 2^0 Distanz) gemessen, wodurch sich bei der Ausgleichung die kleinen Bögen dann mit grosser Sicherheit ergeben; zumal in den Einzelfällen sich bis jetzt die Existenz eines von der Grösse des gemessenen Bogens abhängigen Gliedes mit ziemlicher Sicherheit als nicht vorhanden ergeben hat. Es können also auch aus diesem Grunde die obigen Bogenwerthe ohne Bedenken hier zu Grunde gelegt werden. — Man hat somit:

	Gemesene Distanz.	log. der Distanz.	log. der Distanz in Sec.	Distanz aus d. Heliom.-Messung 1890.0.	Distanz aus Meridian-Beob. 1890.0.	M.-H.
	p			"	"	"
$\alpha^1 \alpha^2$ Capric.	21.0320	1.3228806	2.5760206	376.722	376.77	+0.048
η-27 Plej.	77.6697	1.8902531	3.1433931	1391.211	1391.158	—0.053
η-17 Plej.	119.6757	2.0780060	3.3311460	2143.611	2143.402	—0.209
a-b Cygni	132.0430	2.1207154	3.3738554	2365.132	2365.056	—0.076
b-c „	106.9394	2.0291378	3.2822778	1915.481	1915.170	—0.311
c-d „	122.7528	2.0890314	3.3421714	2198.727	2198.674	—0.053
d-e „	104.1870	2.0178135	3.2709535	1866.180	1866.096	—0.084
e-f „	126.3426	2.1015498	3.3546898	2263.027	2262.889	—0.138
a-b Hydra	133.9686	2.1270031	3.3801431	2399.623	2399.478	—0.145
b-c „	118.2828	2.0729216	3.3260616	2118.661	2118.326	—0.335
c-d „	122.7106	2.0888821	3.3420221	2197.972	2197.789	—0.183
d-e „	173.1440	2.2384074	3.4915474	3101.326	3100 929	—0.397
e-f „	106.3947	2.0269200	3.2800600	1905.724	1905.682	—0.042

Die erste Columne enthält die Bezeichnung des Bogens, die zweite die Grösse desselben in Theilen der Heliometerscala, die dritte deren Logarithmus, die vierte den Logarithmus der Distanz in Secunden, wenn man für den Werth eines Scalentheiles des Heliometers als vorläufige Näherung 17″.911831 = Num. log. 1.2531400 annimmt. Die fünfte Columne giebt die so reducirten Heliometerdistanzen in Secunden und die sechste die oben gegebenen Zahlen für dieselben Bögen. In der siebenten Columne ist der Unterschied der beiden letzten Zahlen im Sinne Meridian-Beob.-Heliometer gegeben, also diejenigen Daten, welche nun der weiteren Ausgleichung zu Grunde gelegt werden sollen. Aus denselben werden erstens eine Verbesserung des angenommenen Scalenwerthes und dann die Faktoren für die etwa von der Grösse des gemessenen Bogens im allgemeinsten Sinne abhängenden Glieder abzuleiten sein. — Schreiben wir zu diesem Zwecke die Differenzen der siebenten Columne nach der Reihe der Grösse der zugehörigen Bögen, so erhalten wir diese Bögen in Scalentheilen in der Form $\frac{r}{100}$ vorangestellt:

$\frac{r}{100}$	M.-H.
	"
0.210	+0.048
0.777	—0.053
1.042	—0.084
1.064	—0.042
1.069	—0.311
1.183	—0.335
1.197	—0.209
1.227	—0.183
1.228	—0.053
1.264	—0.138
1.320	—0.076
1.340	—0.145
1.731	—0.397

Diese Differenzen M.-H. sind also im Folgenden einer Ausgleichung zu unterwerfen, um nicht nur eine Verbesserung des angenommenen Scalenwerthes,

sondern auch dessen Abhängigkeit von der Grösse der gemessenen Sterndistanzen zu finden.

Ich habe zu diesem Zwecke zuerst die Gleichung in allgemeiner Form mit drei Gliedern angesetzt, sodass die erste Unbekannte eine Verbesserung des Scalenwerthes, die zweite einen dem Quadrat und die dritte einen dem Cubus der gemessenen Distanz proportionalen Faktor des Scalenwerthes bedeutet.

Eine Betrachtung über die Sicherheit der so berechneten Unbekannten wird dann zeigen, ob nicht eine dem speciellen Falle besser angepasste Form der Bedingungsgleichungen angewandt werden kann.

Die Ausgleichung in der eben erwähnten allgemeinen Form führt auf die folgenden Normalgleichungen:

$$+17.989\,x + 22.990\,y + 30.481\,z = -2.577$$
$$+22.990\,x + 30.481\,y + 41.658\,z = -3.443$$
$$+30.481\,x + 41.658\,y + 58.883\,z = -4.749$$

wo x, y und z die oben definirten Unbekannten sind.

Aus diesen Gleichungen findet sich, wenn

$$\Delta = r s_0 + \frac{r}{100} x + \left(\frac{r}{100}\right)^2 y + \left(\frac{r}{100}\right)^3 z$$

der allgemeine Ausdruck für die Distanz ist:

$$\Delta = 17.91183\,r - 0.00003\,r + 0.0000079\,r^2 - 0.000000023\,r^3$$

wo r die gemessene Anzahl der Revolutionen der Mikrometerschraube des Ablesemikroskops (Scalentheile) und s_0 einen genäherten Werth für eine Revolution bedeutet. Die wahrscheinlichen Fehler der Coefficienten von $\left(\frac{r}{100}\right)$, $\left(\frac{r}{100}\right)^2$ und $\left(\frac{r}{100}\right)^3$ ergeben sich zu resp.

$$\pm 0.00168;\ \pm 0.0000248;\ \pm 0.000000098 \text{ und } [nn_3] = 0.1160.$$

Wie man sieht, sind alle diese Fehler grösser als die ihnen zugehörigen Werthe der Unbekannten selbst. Die Bestimmung der Letzteren ist also eine sehr unsichere. Ich habe deshalb die Ausgleichung noch einmal mit Weglassung des quadratischen Gliedes durchgeführt, wozu ja auch schon die im Früheren angedeuteten Erörterungen einen Hinweis liefern. In der That ist bei diesem Verfahren, welches auf die Normalgleichungen

$$+17.989\,x + 30.481\,z = -2.577$$
$$+30.481\,x + 58.883\,z = -4.749$$

führt, die Darstellung der Werthe von M.-H. nicht nur eine ebenso gute, $[nn_3] = 0.1168$, sondern die wahrscheinlichen Fehler der Werthe für x und z sind ganz erheblich herabgegangen, sodass die letztere Form des Ausdrucks für die Distanz ohne Zweifel die richtigere ist.

Man hat nämlich dann:

$$\varDelta = r s_0 + \frac{r}{100} x + \left(\frac{r}{100}\right)^3 z$$
$$= 17.91183\, r - 0.00054\, r - 0.000000053\, r^3$$
$$= 17.91129\, r - 0.000000053\, r^3$$

mit den wahrscheinlichen Fehlern für die beiden Coeff. resp.:

$$\pm 0.00047 \text{ und } \pm 0.000000027.$$

In nachstehender Tabelle habe ich die hier und in den früheren Capiteln auf anderem Wege abgeleitete Correction der gemessenen Distanzen, soweit sie von der Grösse der Bögen in irgend einer Form abhängig sind, zusammengestellt. Man sieht, dass die Unterschiede der auf verschiedenem Wege gefundenen Correction nicht von grossem Belange sind, es also für das Endresultat ziemlich gleichgültig ist, welchen Weg man zur Verbesserung der Distanzen einschlägt, und dass fernerhin durch diese Uebereinstimmung die Realität der Correctionen erwiesen ist. Diese Uebereinstimmung zeigt ferner, dass ein systematischer Fehler in der Plejadentriangulation, wie die folgenden Seiten sie geben, nicht mehr zu erwarten sein wird. Auch die Vergleichung meiner mit Hülfe der letzten Form für die Distanz $\varDelta$ berechneten Plejadendistanzen mit den entsprechenden Elkin'schen Werthen führen zu demselben Resultate, wie die weiter unten gegebene Zusammenstellung zeigt.

Vergleichung der auf verschiedenen Wegen erhaltenen Reduction der Distanzen wegen fortschreitender Aenderung des Scalenwerthes.

(1) Bezeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz in Rev.	(3) Grösse der Distanz in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.	(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.	(6) Red. auf Grund der Cub. Form.
	R	″	″	″	″
l-k	8.37	150	+0.006	−0.001	−0.004
f-h	16.79	301	+ 11	3	8
c-l	33.75	605	20	11	19
e-c	34.65	621	20	12	20
b-g	35.55	637	21	12	21
e-k	36.48	653	+0.021	−0.013	−0.021
c-k	37.73	675	21	13	− 22
g-e	40.26	721	22	15	− 24
e-l	40.30	721	22	15	− 24
f-s	40.61	727	22	16	− 24
h-12	43.08	772	+0.022	−0.018	−0.027
s-34	46.32	830	23	20	30
g-c	49.44	885	22	24	33
s-h	57.22	1025	19	32	40
η-d	61.80	1107	16	38	46

(1) Bezeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz in Rev.	(3) Grösse der Distanz in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.	(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.	(6) Red. auf Grund der Cub. Form.
	R	″	″	″	″
b-c	67.19	1203	+0.009	−0.045	−0.052
34-40	72.81	1304	+ 1	51	59
f-34	73.35	1314	0	52	60
b-d	74.37	1332	− 2	54	62
m-l	74.54	1335	− 3	55	62
e-m	74.79	1340	−0.004	−0.056	−0.063
η-f	77.67	1391	− 11	59	67
η-h	78.33	1403	− 12	61	68
f-40	80.69	1445	− 17	66	71
η-s	83.49	1496	− 25	70	75
h-40	85.06	1524	−0.030	−0.073	−0.078
28-34	86.28	1545	− 33	75	79
η-12	86.43	1548	− 34	76	79
c-d	87.37	1565	− 37	78	81
34-*h*	88.91	1593	− 40	80	85

(1) Bezeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz in Rev.	(3) Grösse der Distanz in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.	(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.	(6) Red. auf Grund der Cub. Form.
	R	″	″	″	″
s-40	91.04	1631	−0.046	−0.086	−0.088
28-*s*	91.90	1646	49	88	89
η-c	92.49	1657	51	91	92
d-g	97.87	1753	76	100	102
m-12	105.26	1885	112	116	118
η-l	107.45	1925	−0.126	−0.123	−0.124
e-d	116.20	2081	177	148	146
d-12	118.89	2130	196	154	153
η-b	119.68	2144	201	157	156
d-s	121.70	2180	216	162	161
h-12	126.72	2270	−0.255	−0.178	−0.175
η-e	127.14	2277	258	180	178
η-g	128.33	2299	270	184	180
η-34	129.79	2335	281	188	184
d-f	131.90	2362	299	195	192
d-28	140.96	2525	−0.391	−0.226	−0.222
η-28	143.04	2562	415	235	231

Anmerkung: In den unter (4) gegebenen Zahlen ist noch ein der Grösse der Distanz proportionales Glied enthalten, welches aber anzubringen war, um die in (4), (5) und (6) gegebenen Werthe als Correctionen der mit demselben genäherten Scalenwerth gerechneten Distanzen direct vergleichbar zu machen. —

§ 10.

Bevor ich zu der Reduction der von mir gemessenen Entfernung zwischen den Sternen der Plejadengruppe schreite, will ich hier noch einmal sämmtliche Daten, welche zu dieser Reduction erforderlich und benutzt sind, in der als endgültig gewählten Form zusammenstellen.

1. Die Theilungsfehler, welche in Anwendung kamen, sind die früher in Strassburg und späterhin von den Theilnehmern an der Venusexpedition bestimmten.
2. Die Temperatur des Instrumentes ist mit Hülfe eines genau verglichenen Quecksilberthermometers, welches am Rohre selbst befestigt ist, bestimmt.
3. Die Refraction und Aberration sind nach den Bessel'schen Formeln berechnet und angebracht; als Elemente für die erstere wurden ein Krille'sches Heberbarometer und ein Thermometer vor der Nordfront des östlichen Meridiansaales in Verbindung mit dem Thermometer am Instrument selbst benutzt.
4. Die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur wurde nach dem folgenden Ausdruck in Rechnung gebracht:

$$N_t = 8\overset{p}{.}6493 - 0\overset{p}{.}0092\, t^0,$$

wo N_t die Normalstellung für die Temperatur t^0 in Celsiusgraden bedeutet.
5. Die Reduction der Distanz auf Normalstellung giebt die Formel:

   Reduction der Distanz von 100 Scalentheilen für eine Ocularverschiebung von 0.1 Millim. gleich 0.008672×0.975 im Sinne von Ocularstellung minus Normalstellung.
6. Der Gang der Mikrometerschraube ist gemäss den in angemessenen Intervallen angestellten besonderen Bestimmungen desselben für die einzelnen Ablesungen in Rechnung gebracht.
7. Die periodischen Fehler der Schraube des Mikroskopes wurden nach der Formel:

$$\text{Corrig. Ablesung} = \text{Wirkliche Ablesg.} - 0.01640 \cos u - 0.00691 \sin u + 0.00312 \cos 2u + 0.00470 \sin 2u$$

für die erste Periode der Messungen bis zum Mai 1891 in Rechnung gebracht, während die Messungen der späteren Periode ohne eine solche Verbesserung direct benutzt werden konnten.
8. Die Reduction der Distanzen auf 0° geschah durch den Ausdruck:

$$\Delta_0 = \Delta_t - \frac{\Delta_t}{100} \cdot 0.00065\, t.$$

9. Eine Correction wegen des bei den Messungen der Distanzen auftretenden Ausschlages habe ich nicht angebracht, da ich nach sorgfältigem Beachten des eigentlichen Vorganges der Messung zu der Ueberzeugung

gelangt bin, dass dieser Ausschlag nicht die Wirkung hervorbringt, welche Battermann demselben zuschreibt. Vielmehr glaube ich, wenigstens bei mir, wahrgenommen zu haben, dass doch nur das Durcheinandergehen der Sterne das ausschlaggebende Moment bei der Auffassung der Coincidenz ist. Ausserdem ist dieser Ausschlag stets so klein als möglich gehalten. Auch würde ein doch noch vorhandener Einfluss, da derselbe wesentlich von der Grösse der gemessenen Distanz abhängt, durch die Art und Weise der Bestimmung des Scalenwerthes von selbst mit eliminirt werden.

10. Für den Werth eines Scalentheiles ist auf Grund der auf Seite 34 abgeleiteten Reductionsformel und unter alleiniger Beibehaltung des cubischen Gliedes in Benutzung genommen worden:

$$\varDelta = r s_0 + r \frac{x}{100} + r^3 \frac{z}{(100)^3}$$

$$= 17.91183 r - 0.00054 r - 0.000000053 r^3$$
$$= 17.91129 r - 0.000000053 r^3$$

wo $\varDelta$ die reducirte Distanz, r die Anzahl der Scalentheile, s_0 der angenommene abgerundete Scalenwerth, x die Verbesserung desselben und z das mit der dritten Potenz der Anzahl der Scalentheile zu multiplicirende Glied der Verbesserung ist.

§ 11.

Auf Grund der vorstehenden Annahmen sind die in den folgenden Tabellen gegebenen Messungen reducirt und auf ein einheitliches, vergleichbares Maass gebracht, als welches also hier der für die Distanz von einem Scalentheil gültige Werth des letzteren anzunehmen ist, wie er sich in der Normalstellung N_0 des Oculars bei einer Temperatur von 0° aus den besonders zu diesem Zwecke angestellten Messungen der Bögen zwischen $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni, zwischen den Plejadensternen η-17b u. η-27f, sowie aus den Cygnus- und Hydrakreisen ergiebt.

Zusammenstellung der Plejadendistanzen.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 Janr. 22.	*f*	η-*f*	2 13	— 4.2	8.97	8.69	+0.28	77.6403	+185	+ 21	77.6609	— 88	
März 22.	*v*		8 50	— 2.0	8.55	8.67	— 12	6704	— 79	+ 10	6635	— 62	
Aug. 16.	*f*		0 1	+10.3	8.50	8.55	— 5	6702	— 33	— 52	6617	— 80	
„ 25.	*f*		23 26	+ 8.5	8.65	8.57	+ 8	6793	+ 53	— 43	6803	+106	
Sept. 18.	*f*		0 11	+ 2.0	8.65	8.63	+ 2	6671	+ 13	— 10	6674	— 23	$m = \pm 0\overset{''}{.}134$
1890 Janr. 31.	*f*		3 1	— 8.0	8.75	8.72	+ 3	6588	+ 20	+ 40	6648	— 49	$M = \pm 0.038$
April 4.	*v*		8 55	+ 8.5	8.52	8.57	— 5	6790	— 33	— 43	6714	+ 17	
Sept. 8.	*f*		23 21	+ 8.5	8.50	8.57	— 7	6785	— 46	— 43	6696	— 1	
Octbr. 20.	*f*		0 38	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6806	— 7	+ 5	6804	+107	
„ 22.	*f*		0 43	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6592	— 7	+ 5	6590	—107	
Decbr. 15.	*f*		2 42	—12.1	8.90	8.76	+ 14	6586	+ 92	+ 61	6739	+ 42	
1891 Janr. 2.	*f*		1 56	— 6.5	8.90	8.71	+ 19	6636	+125	+ 33	6794	+ 97	
1889 Octbr. 28.	*f*		23 22	+ 7.0	8.62	8.59	+ 3	6749	+ 20	— 35	6734	+ 37	
											77.6697		
1889 Janr. 22.	*f*	η-*b*	2 46	— 4.5	8.97	8.69	+0.28	119.6388	+284	+ 35	119.6707	— 50	
März 4.	*v*		8 19	—11.5	8.80	8.75	+ 5	6724	+ 51	+ 90	6865	+108	
Aug. 22.	*f*		22 28	+12.5	8.50	8.53	— 3	7016	— 30	— 98	6888	+131	
Octbr. 30.	*f*		22 47	+ 8.5	8.62	8.57	+ 5	6686	+ 51	— 66	6671	— 86	$m = \pm 0\overset{''}{.}180$
1890 Febr. 21.	*v*		7 20	— 3.5	8.65	8.68	— 3	6668	— 31	+ 27	6664	— 93	$M = \pm 0.061$
März 30.	*v*		8 59	+ 9.0	8.40	8.57	— 17	7020	—173	— 70	6777	+ 20	
Sept. 8.	*f*		23 0	+ 8.8	8.50	8.57	— 7	6741	— 71	— 69	6601	—156	
Octbr. 20.	*f*		0 16	— 0.6	8.65	8.65	0	6840	0	+ 5	6845	+ 88	
„ 22.	*f*		0 24	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6658	— 10	+ 8	6656	—101	
Decbr. 15.	*f*		5 47	—13.5	8.90	8.77	+ 13	6567	+132	+105	6802	+ 45	
1891 Janr. 2.	*f*		2 24	— 7.0	8.90	8.71	+ 19	6606	+193	+ 55	6854	+ 97	
											119.6757		
1889 Febr. 5.	*f*	η-*d*	6 33	— 7.5	8.52	8.72	—0.20	61.7906	—105	+ 30	61.7831	—209	
Aug. 25.	*f*		22 56	+ 8.5	8.65	8.57	+ 8	8212	+ 42	— 34	8220	+180	$m = \pm 0\overset{''}{.}310$
Sept. 18.	*f*		1 19	+ 1.5	8.65	8.64	+ 1	8040	+ 5	— 6	8039	— 1	$M = \pm 0.127$
Octbr. 30.	*f*		23 18	+ 8.5	8.62	8.57	+ 5	8187	+ 26	— 34	8179	+139	
Decbr. 13.	*f*		1 4	— 4.5	8.80	8.69	+ 11	8063	+ 58	+ 18	8139	+ 99	
1890 Octbr. 22.	*f*		1 31	— 1.7	8.65	8.66	— 1	7828	— 5	+ 7	7830	—210	
											61.8040		
1889 März 3.	*v*	*g*-*e*	6 54	— 9.5	8.80	8.74	+0.06	40.2601	+ 20	+ 25	40.2646	+ 72	$m = \pm 0\overset{''}{.}301$
Decbr. 16.	*v*		6 7	— 5.7	8.55	8.70	+ 15	2604	+ 51	+ 15	2670	+ 96	$M = \pm 0.150$
1890 Febr. 10.	*v*		7 46	— 6.5	8.70	8.71	— 1	2309	— 3	+ 17	2323	—251	
Nov. 8.	*f*		2 44	+ 4.0	8.64	8.61	+ 3	2657	+ 10	— 10	2657	+ 83	
											40.2574		
1889 Janr. 22.	*f*	η-*h*	6 13	— 6.5	8.97	8.71	+0.26	78.3308	+173	+ 33	78.3514	+195	$m = \pm 0\overset{''}{.}322$
Sept. 18.	*f*		0 33	+ 2.0	8.65	8.63	+ 2	3233	+ 13	— 10	3236	— 83	$M = \pm 0.161$
Octbr. 28.	*f*		23 54	+ 6.5	8.62	8.59	+ 3	3124	+ 20	— 33	3111	—208	
1890 Octbr. 22.	*f*		1 11	— 1.3	8.65	8.66	— 1	3414	— 7	+ 7	3414	+ 95	
											78.3319		
1889 Janr. 22.	*f*	*f*-*h*	7 17	— 5.0	8.97	8.70	+0.27	16.7920	+ 39	+ 5	16.7964	+ 24	$m = \pm 0\overset{''}{.}048$
Nov. 12.	*f*		1 5	— 1.5	8.75	8.66	+ 9	7917	+ 13	+ 2	7932	— 8	$M = \pm 0.024$
1890 Decbr. 28.	*f*		2 29	— 8.6	8.80	8.73	+ 7	7940	+ 10	+ 9	7959	+ 19	
1891 März 13.	*v*		9 0	+ 1.7	8.70	8.63	+ 7	7897	+ 10	— 2	7905	— 35	
											16.7940		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.–N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 Febr. 13.	*v*	*η*-12	6 54	—10.0	8.70	8.74	—0.04	86.4228	— 29	+ 56	86.4255	— 25	$m = \pm 0''.381$
Octbr. 30.	*f*		0 34	+ 6.8	8.62	8.59	+ 3	4126	+ 23	— 36	4113	—167	$M = \pm 0.190$
1890 Febr. 21.	*v*		8 17	— 3.5	8.65	8.68	— 3	4167	— 22	+ 20	4165	—115	
Decbr. 11.	*v*		7 14	— 8.5	8.80	8.73	+ 7	4485	+ 52	+ 48	4585	+305	
											86.4280		
1889 Febr. 12.	*f*	*η*-*l*	8 48	—16.5	8.70	8.80	—0.10	107.4431	— 91	+116	107.4456	— 79	$m = \pm 0''.198$
1890 „ 21.	*v*		6 31	— 2.5	8.80	8.67	+ 13	4287	+118	+ 18	4423	—112	$M = \pm 0.099$
März 4.	*v*		7 59	— 5.5	8.67	8.70	— 3	4613	— 28	+ 39	4624	+ 89	
Decbr. 11.	*v*		6 49	— 8.0	8.80	8.72	+ 8	4507	+ 73	+ 56	4636	+101	
											107.4535		
1889 Febr. 12.	*f*	*η*-*c*	8 7	—15.5	8.70	8.79	—0.09	92.4920	— 71	+ 93	92.4942	+ 3	$m = \pm 0''.180$
Octbr. 30.	*f*		23 47	+ 8.0	8.62	8.58	+ 4	4889	+ 31	— 48	4872	— 67	$M = \pm 0.090$
Decbr. 31.	*f*		1 20	— 3.0	8.75	8.68	+ 7	4781	+ 63	+ 18	4862	— 77	
1890 Octbr. 22.	*f*		2 5	— 1.7	8.65	8.67	— 2	5086	— 16	+ 10	5080	+141	
											92.4939		
1889 Febr. 12.	*f*	*η*-*e*	7 37	—14.5	8.70	8.78	—0.08	127.1141	— 87	+120	127.1174	—200	$m = \pm 0''.271$
Decbr. 31.	*f*		0 48	— 2.0	8.75	8.67	+ 8	1251	+ 87	+ 17	1355	— 19	$M = \pm 0.136$
1890 Febr. 21.	*v*		6 52	— 3.3	8.65	8.68	— 3	1438	— 33	+ 27	1432	+ 58	
Decbr. 11.	*v*		5 52	— 7.5	8.80	8.72	+ 8	1385	+ 87	+ 62	1534	+160	
											127.1374		
1889 Febr. 12.	*f*	*η*-*g*	6 43	—13.5	8.70	8.77	—0.07	128.3266	— 77	+112	128.3301	— 2	$m = \pm 0''.091$
1890 „ 10.	*v*		7 22	— 6.5	8.70	8.71	— 1	3133	— 11	+ 54	3176	—127	$M = \pm 0.046$
Decbr. 11.	*v*		5 20	— 7.5	8.80	8.72	+ 8	3161	+ 87	+ 62	3310	+ 7	
1891 März 12.	*v*		8 27	0.0	8.70	8.65	+ 5	3371	+ 55	0	3426	+123	
											128.3303		
1890 Febr. 13.	*v*	*η*-28	8 9	— 4.8	8.70	8.69	+ 1	143.0217	+ 12	+ 45	143.0374	— 30	$m = \pm 0''.100$
März 4.	*v*		7 25	— 5.5	8.67	8.70	— 3	0451	— 37	+ 51	0465	+ 61	$M = \pm 0.050$
Decbr. 15.	*v*		6 25	—14.0	8.90	8.78	+ 12	0067	+146	+130	0343	— 61	
1891 März 23.	*f*		8 35	— 3.0	8.69	8.68	+ 1	0393	+ 12	+ 28	0433	+ 31	
											143.0404		
1889 Febr. 3.	*f*	*η*-5	6 12	— 7.7	8.70	8.72	—0.02	83.4709	— 14	+ 42	83.4737	—215	$m = \pm 0''.268$
März 4.	*v*		7 48	—10.5	8.80	8.75	+ 5	4873	+ 35	+ 57	4965	+ 13	$M = \pm 0.134$
1890 „ 4.	*v*		7 3	— 4.5	8.67	8.69	— 2	5068	— 14	+ 24	5078	+126	
Decbr. 11.	*v*		7 50	— 8.5	8.80	8.73	+ 7	4930	+ 50	+ 46	5026	+ 74	
											83.4952		
1889 Febr. 13.	*v*	*b*-*g*	7 23	— 9.5	8.70	8.74	—0.04	35.5429	— 12	+ 22	35.5439	— 30	
Decbr. 16.	*v*		5 44	— 5.5	8.85	8.70	+ 15	5367	+ 45	+ 13	5425	— 40	$m = \pm 0''.127$
1890 Febr. 10.	*v*		6 36	— 6.0	8.70	8.70	0	5442	0	+ 14	5456	— 13	$M = \pm 0.057$
April 13.	*v*		9 42	+ 2.5	8.61	8.63	— 2	5608	— 6	— 6	5596	+127	
Nov. 8.	*f*		2 15	+ 4.0	8.64	8.61	+ 3	5431	+ 9	— 9	5431	— 38	
											35.5469		
1889 März 3.	*v*	*b*-*c*	8 50	—12.0	8.80	8.76	+0.04	67.1737	+ 23	+ 52	67.1812	— 47	$m = \pm 0''.221$
Nov. 1.	*f*		23 20	+ 5.5	8.70	8.60	+ 10	1821	+ 57	— 24	1854	— 5	$M = \pm 0.111$
Decbr. 13.	*f*		23 42	— 3.5	8.80	8.68	+ 12	1949	+ 67	+ 15	2031	+172	
1890 Febr. 2.	*v*		6 55	— 7.5	8.70	8.72	— 2	1716	— 11	+ 33	1738	—121	
											67.1859		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 Nov. 14.	f	b-d	0 48	0.0	8.90	8.65	+0.25	74.3649	+158	0	74.3807	+ 69	
1890 Febr. 1.	v		7 57	— 9.8	8.78	8.74	+ 4	3763	+ 25	+ 47	3845	+107	$m = \pm 0''.212$
„ 9.	v		7 50	— 4.8	8.70	8.69	+ 1	3716	+ 6	+ 23	3745	+ 7	$M = \pm 0.095$
Dec. 7.	f		23 24	— 4.2	8.70	8.69	+ 1	3514	+ 7	+ 20	3541	—197	
1891 März 12.	v		7 44	+ 0.3	8.70	8.65	+ 5	3723	+ 31	— 1	3753	+ 15	
											74.3738		
1889 März 3.	v	g-c	7 37	—11.0	8.80	8.75	+0.05	49.4548	+ 21	+ 35	49.4604	+208	$m = \pm 0''.251$
Nov. 1.	f		23 54	+ 5.0	8.70	8.60	+ 10	4322	+ 42	— 16	4348	— 48	$M = \pm 0.125$
„ 26.	f		1 24	+ 0.2	8.82	8.65	+ 17	4261	+ 71	— 1	4331	— 65	
Decbr. 13.	f		23 6	— 3.0	8.80	8.68	+ 12	4242	+ 50	+ 10	4302	— 94	
											49.4396		
1890 Febr. 14.	v	e-m	9 13	— 4.5	8.85	8.69	+0.16	74.7611	+102	+ 22	74.7735	—189	$m = \pm 0''.290$
März 4.	v		8 36	— 6.5	8.67	8.71	— 4	7899	— 25	+ 31	7905	— 19	$M = \pm 0.145$
Nov. 13.	f		1 48	+ 2.5	8.60	8.63	— 3	8162	— 19	— 12	8131	+207	
1891 März 23.	v		8 35	— 3.0	8.69	8.68	+ 1	7907	+ 6	+ 14	7927	+ 3	
											74.7924		
1889 Decbr. 18.	f	e-l	0 36	+ 0.5	8.85	8.64	+0.21	40.3091	+ 72	— 1	40.3162	+163	$m = \pm 0''.226$
1890 Nov. 13.	f		23 36	+ 4.0	8.60	8.61	— 1	2892	— 3	— 10	2879	—120	$M = \pm 0.113$
Decbr. 30.	f		1 38	—10.8	8.80	8.75	+ 5	2879	+ 17	+ 28	2924	— 75	
„ 31.	v		2 6	—10.5	8.80	8.75	+ 5	2986	+ 17	+ 27	3030	+ 31	
											40.2999		
1889 März 23.	v	e-c	6 20	— 8.5	8.80	8.73	+0.07	34.6433	+ 21	+ 19	34.6473	— 53	$m = \pm 0''.204$
Nov. 1.	f		0 38	+ 5.5	8.70	8.60	+ 10	6398	+ 29	— 12	6415	—111	$M = \pm 0.102$
1890 Nov. 10.	f		1 53	+ 0.7	8.60	8.64	— 4	6694	— 12	— 2	6680	+154	
1891 März 13.	v		8 7	+ 2.2	8.70	8.63	+ 7	6519	+ 21	— 5	6535	+ 9	
											34.6526		
1889 Nov. 14.	f	e-d	2 26	— 0.7	8.90	8.66	+0.24	116.1897	+237	+ 5	116.2139	+149	$m = \pm 0''.208$
1890 Febr. 1.	v		8 27	—10.0	8.78	8.74	+ 4	1791	+ 40	+ 75	1906	— 84	$M = \pm 0.104$
„ 9.	v		6 59	— 4.0	8.70	8.69	+ 1	1973	+ 20	+ 30	2023	+ 33	
Decbr. 9.	v		6 7	— 8.5	8.80	8.73	+ 7	1757	+ 70	+ 64	1891	— 99	
											116.1990		
1889 Nov. 20.	f	m-l	1 53	— 2.5	8.90	8.67	+0.23	74.5146	+146	+ 12	74.5304	— 57	
1890 Febr. 10.	v		9 40	— 8.0	8.70	8.72	— 2	5413	— 13	+ 38	5438	+ 77	$m = \pm 0''.100$
„ 14.	v		9 34	— 4.5	8.85	8.69	+ 16	5276	+102	+ 22	5400	+ 39	$M = \pm 0.045$
Decbr. 9.	v		7 29	— 7.0	8.80	8.71	+ 9	5239	+ 58	+ 34	5331	— 30	
1891 März 12.	v		8 56	— 0.3	8.70	8.65	+ 5	5300	+ 32	+ 2	5334	— 27	
											74.5361		
1890 Febr. 10.	v	m-12	9 12	— 7.5	8.70	8.72	—0.02	105.2475	— 18	+ 51	105.2508	— 42	$m = \pm 0''.142$
„ 12.	v		6 23	— 3.0	8.70	8.68	+ 2	2592	+ 18	+ 20	2630	+ 80	$M = \pm 0.071$
März 4.	v		9 16	— 6.5	8.70	8.71	— 1	2427	— 10	+ 44	2461	— 89	
Decbr. 7.	f		1 53	— 5.0	8.70	8.69	+ 1	2555	+ 10	+ 34	2599	+ 49	
											105.2550		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 April 7.	v	c-l	9 34	+ 6.5	8.62	8.59	+0.03	33.7589	+ 9	— 14	33.7584	+ 89	
Nov. 24.	f		23 40	+ 3.0	8.82	8.62	+ 20	7602	+ 57	— 6	7653	+158	$m = \pm 0\overset{''}{.}245$
Decbr. 16.	v		7 14	— 5.7	8.85	8.70	+ 15	7237	+ 43	+ 12	7292	—203	$M = \pm 0.109$
1890 März 9.	v		8 31	— 1.0	8.65	8.66	— 1	7462	— 3	+ 2	7461	— 34	
Nov. 13.	f		23 5	+ 4.0	8.60	8.61	— 1	7496	— 3	— 8	7285	— 10	
											33.7495		
1889 Nov. 24.	f	c-k	0 40	+ 3.0	8.82	8.62	+0.20	37.7254	+ 57	— 7	37.7304	— 10	$m = \pm 0\overset{''}{.}247$
Decbr. 16.	v		6 42	— 6.0	8.85	8.70	+ 15	7081	+ 48	+ 14	7143	—171	$M = \pm 0.124$
März 9.	v		8 50	— 0.5	8.65	8.65	0	7328	0	+ 1	7329	+ 15	
Nov. 13.	f		22 37	+ 3.8	8.60	8.61	— 1	7492	— 3	— 9	7480	+166	
											37.7314		
1889 Octbr. 30.	f	c-d	1 28	+ 6.0	8.62	8.59	+0.03	87.3582	+ 23	— 34	87.3571	—133	$m = \pm 0\overset{''}{.}320$
Nov. 14.	f		1 26	— 0.5	8.90	8.65	+ 25	3560	+185	+ 3	3748	+ 44	$M = \pm 0.160$
1890 Dec. 9.	v		6 48	— 8.5	8.80	8.73	+ 7	3451	+ 53	+ 48	3552	—152	
„ 17.	v		0 46	— 9.0	8.90	8.73	+ 17	3767	+126	+ 50	3943	+239	
											87.3704		
1889 Nov. 12.	f	l-12	2 17	— 2.5	8.75	8.67	+0.08	43.0823	+ 29	+ 7	43.0859	+ 48	
Decbr. 18.	f		2 20	— 1.5	8.85	8.66	+ 19	0566	+ 69	+ 4	0639	—172	$m = \pm 0\overset{''}{.}204$
1890 März 15.	v		9 19	+ 9.5	8.50	8.56	— 6	0993	— 22	— 26	0945	+134	$M = \pm 0.091$
„ 30.	v		8 31	+ 9.7	8.30	8.56	— 26	0959	— 95	— 26	0838	+ 27	
Decbr. 7.	f		23 55	— 4.7	8.70	8.69	+ 1	0756	+ 4	+ 13	0773	— 38	
											43.0811		
1889 Febr. 13.	f	k-l*)	5 33	—11.5	8.70	8.75	—0.05	8.3780	— 4	+ 6	8.3782	+ 88	$m = \pm 0\overset{''}{.}116$
Nov. 23.	f		23 46	— 1.0	8.82	8.66	+ 16	3627	+ 11	+ 1	3639	— 55	$M = \pm 0.058$
Decbr. 18.	f		1 38	— 0.8	8.85	8.65	+ 20	3560	+ 14	0	3652	— 42	
1890 „ 30.	v		6 22	—13.5	8.80	8.77	+ 3	3393	+ 2	+ 7	3702	+ 8	
											8.3694		
1889 Nov. 22.	f	d-12	1 45	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	118.8539	+121	+ 23	118.8693	—187	$m = \pm 0\overset{''}{.}254$
1890 Febr. 9.	v		6 7	— 3.8	8.70	8.68	+ 2	8876	+ 20	+ 29	8925	+ 45	$M = \pm 0.127$
„ 21.	v		8 56	— 3.8	8.65	8.68	— 3	9035	— 31	+ 29	9033	+153	
Decbr. 17.	v		1 25	— 9.5	8.90	8.74	+ 16	8633	+162	+ 73	8868	— 12	
											118.8880		
1890 Decbr. 9.	v	d-g	5 41	— 8.3	8.80	8.73	+0.07	97.8559	+ 59	+ 52	97.8670	— 51	
„ 17.	v		23 54	— 8.5	8.90	8.73	+ 17	8463	+141	+ 54	8658	— 63	$m = \pm 0\overset{''}{.}176$
„ 30.	v		6 45	—13.5	8.80	8.77	+ 3	8691	+ 25	+ 85	8801	+ 80	$M = \pm 0.080$
„ 31.	v		0 39	— 9.0	8.80	8.73	+ 7	8733	+ 58	+ 57	8848	+127	
1891 März 12.	v		8 8	0.0	8.70	8.65	+ 5	8585	+ 41	0	8626	— 95	
											97.8721		
1890 Febr. 13.	v	d-28	7 49	— 4.5	8.70	8.69	+0.01	140.9493	+ 12	+ 41	140.9546	— 12	$m = \pm 0\overset{''}{.}280$
„ 21.	v		9 27	— 4.2	8.65	8.69	— 4	9758	— 48	+ 38	9748	+190	$M = \pm 0.140$
Decbr. 15.	v		6 54	—14.0	8.90	8.78	+ 12	9301	+144	+127	9572	+ 14	
1891 März 22.	f		9 0	— 1.5	8.69	8.66	+ 3	9317	+ 36	+ 14	9367	—191	
											140.9558		

*) Für das Sternpaar *k-l* sind in der Rubrik Abstand auch bereits die Reductionen wegen Nicht-Coincidenz der optischen Axen der Objectivhälften angebracht.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 Nov. 11.	*f*	*d*-5	22 10	+ 1.5	8.65	8.64	+0.01	121.7184	+ 9	— 12	121.7181	+159	$m = \pm 0''.223$
Decbr. 16.	*f*		23 44	— 2.5	8.85	8.67	+ 18	6750	+186	+ 20	6956	— 66	$M = \pm 0.112$
1890 Febr. 9.	*v*		8 49	— 5.5	8.70	8.70	0	7015	0	+ 43	7058	+ 36	
Decbr. 17.	*f*		2 16	—10.5	8.90	8.75	+ 15	6659	+154	+ 82	6895	—127	
											121.7022		
1889 Nov. 12.	*f*	*s*-28	2 24	— 1.8	8.75	8.66	+0.09	91.8761	+ 71	+ 11	91.8843	—155	$m = \pm 0''.293$
Decbr. 31.	*f*		1 48	— 3.5	8.75	8.68	+ 7	8813	+ 62	+ 21	8896	—102	$M = \pm 0.146$
1890 Febr. 13.	*v*		8 55	— 5.3	8.70	8.70	0	9178	0	+ 31	9209	+211	
Decbr. 9.	*f*		2 30	— 5.5	8.80	8.70	+ 10	8936	+ 78	+ 32	9046	+ 48	
											91.8998		
1889 Nov. 13.	*f*	28-34	1 39	— 2.5	8.75	8.67	+0.08	86.2642	+ 59	+ 14	86.2715	—122	$m = \pm 0''.223$
Decbr. 31.	*f*		2 17	— 3.5	8.75	8.68	+ 7	2674	+ 52	+ 20	2746	— 91	$M = \pm 0.112$
1890 Febr. 13.	*v*		9 25	— 5.3	8.70	8.70	0	2893	0	+ 30	2923	+ 86	
1890 Octbr. 13.	*f*		23 45	— 9.0	8.80	8.73	+ 7	2863	+ 52	+ 50	2965	+128	
											86.2837		
1889 April 7.	*v*	*f*-3	9 8	+ 7.0	8.62	8.59	+0.03	40.5875	+ 11	— 18	40.5868	—281	$m = \pm 0''.338$
Nov. 12.	*f*		1 45	— 1.5	8.75	8.66	+ 9	6165	+ 35	+ 4	6204	+ 55	$M = \pm 0.168$
1890 März 22.	*v*		9 18	+ 4.5	8.70	8.61	+ 9	6235	+ 31	— 12	6254	+105	
Decbr. 28.	*f*		1 21	— 8.0	8.80	8.72	+ 8	6220	+ 28	+ 21	6269	+120	
											40.6149		
1889 März 22.	*v*	*h*-*s*	9 19	— 2.0	8.55	8.67	+0.12	57.2287	— 58	+ 7	57.2236	+ 71	$m = \pm 0''.300$
1890 „ 22.	*v*		8 49	+ 4.5	8.70	8.61	+ 9	2227	+ 44	— 17	2200	+ 35	$M = \pm 0.150$
Decbr. 28.	*f*		1 48	— 8.3	8.80	8.73	+ 7	1858	+ 34	+ 31	1923	—242	
1891 März 13.	*v*		8 36	+ 1.9	8.70	8.63	+ 7	2275	+ 34	— 7	2302	+137	
											57.2165		
1889 Nov. 13.	*f*	*s*-34	2 9	— 2.5	8.75	8.67	+0.08	46.3049	+ 32	+ 8	46.3089	—107	$m = \pm 0''.164$
Decbr. 16.	*f*		1 12	— 3.5	8.85	8.68	+ 17	3178	+ 67	+ 11	3256	+ 60	$M = \pm 0.082$
1890 „ 9.	*f*		1 56	— 5.2	8.80	8.70	+ 10	3097	+ 39	+ 16	3152	— 44	
„ 30.	*f*		2 28	—11.0	8.80	8.75	+ 5	3234	+ 19	+ 33	3286	+ 90	
											46.3196		
1889 Decbr. 16.	*f*	*s*-40	0 14	— 2.5	8.85	8.67	+0.18	91.0160	+139	+ 15	91.0314	— 74	$m = \pm 0''.232$
1890 März 29.	*v*		8 43	+15.0	8.40	8.51	— 11	0665	— 86	— 89	0490	+102	$M = \pm 0.116$
Decbr. 15.	*f*		23 23	—11.0	8.80	8.75	+ 5	0141	+ 38	+ 65	0244	—144	
1891 Janr. 1.	*f*		1 58	—10.8	8.80	8.75	+ 5	0404	+ 38	+ 64	0506	+118	
											91.0388		
1890 Decbr. 15.	*f*	*f*-40	1 40	—12.2	8.80	8.76	+0.04	80.6685	+ 28	+ 63	80.6776	—121	$m = \pm 0''.250$
„ 17.	*v*		5 7	—12.8	8.90	8.77	+ 13	6847	+ 89	+ 67	7003	+106	$M = \pm 0.125$
„ 30.	*v*		7 14	—14.0	8.80	8.75	+ 2	6683	+ 21	+ 73	6777	—120	
1891 Janr. 1.	*f*		1 35	—10.6	8.80	8.75	+ 5	6943	+ 34	+ 55	7032	+135	
											80.6897		
1889 Nov. 13.	*f*	34-40	0 55	— 2.0	8.75	8.67	+0.08	72.7973	+ 50	+ 9	72.8032	— 91	$m = \pm 0''.174$
Decbr. 16.	*f*		1 51	— 4.0	8.85	8.69	+ 16	7929	+ 99	+ 18	8046	— 77	$M = \pm 0.087$
1890 Febr. 12.	*v*		8 50	— 4.4	8.70	8.69	+ 1	8180	+ 6	+ 20	8206	+ 83	
Decbr. 13.	*f*		0 29	— 9.5	8.80	8.74	+ 6	8126	+ 37	+ 44	8207	+ 84	
											72.8123		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 März 6.	(*v*)	*h*-34	7 46	—10.3	8.55	8.74	—0.19	88.8991	—143	+ 59	88.8907	—175	$m = \pm 0''.291$
1890 Decbr. 17.	*v*		6 46	—14.5	8.90	8.78	+ 12	9023	+ 90	+ 83	9199	+117	$M = \pm 0.146$
„ 31.	*v*		1 7	— 9.5	8.80	8.74	+ 6	9141	+ 45	+ 54	9240	+158	
1891 Janr. 1.	*v*		6 28	—13.6	8.80	8.77	+ 3	8880	+ 23	+ 78	8981	—101	
											88.9082		
1889 Nov. 13.	*f*	*h*-40	22 50	— 1.0	8.75	8.66	+ 9	85.0377	+ 65	+ 6	85.0448	—111	$m = \pm 0''.225$
1890 Febr. 12.	*v*		7 27	— 4.0	8.70	8.69	+ 1	0702	+ 7	+ 22	0731	+172	$M = \pm 0.112$
März 15.	*v*		8 48	+10.0	8.50	8.56	— 6	0674	— 43	— 55	0576	+ 17	
Decbr. 15.	*f*		23 55	—11.2	8.80	8.75	+ 5	0384	+ 36	+ 62	0482	— 72	
											85.0559		
1889 Nov. 22.	*f*	*h*-12	2 34	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	126.7007	+129	+ 25	126.7161	— 80	$m = \pm 0''.118$
1890 Febr. 12.	*v*		6 54	— 3.2	8.70	8.68	+ 2	7124	+ 21	+ 26	7171	— 70	$M = \pm 0.059$
Decbr. 7.	*f*		2 26	— 4.7	8.70	8.69	+ 1	7062	+ 12	+ 39	7113	—128	
1891 März 23.	*f*		9 1	— 3.2	8.69	8.68	+ 1	7232	+ 12	+ 26	7270	+ 29	
											126.7179		
1889 Nov. 22.	*f*	*d*-*f*	1 15	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	131.8724	+134	+ 26	131.8884	— 67	$m = \pm 0''.172$
1890 Decbr. 9.	*f*		1 27	— 5.1	8.80	8.70	+ 10	8760	+111	+ 43	8914	— 37	$M = \pm 0.086$
„ 15.	*f*		2 7	—12.4	8.90	8.76	+ 14	8654	+155	+105	8914	— 37	
„ 17.	*f*		2 46	—11.5	8.90	8.75	+ 15	8828	+167	+ 98	9093	+142	
											131.8951		
1889 März 4.	*v*	*η*-34	7 13	— 9.8	8.80	8.74	+0.06	129.7609	+ 66	+ 81	129.7756	—192	$m = \pm 0''.251$
1890 Decbr. 29.	*f*		0 41	—10.5	8.80	8.75	+ 5	7861	+ 54	+ 87	8002	+ 54	$M = \pm 0.125$
„ 30.	*f*		2 5	—10.7	8.80	8.75	+ 5	7944	+ 54	+ 89	8087	+141	
1891 Janr. 2.	*f*		1 32	— 6.5	8.90	8.71	+ 19	7683	+209	+ 54	7946	— 2	
											129.7948		
1890 Decbr. 17.	*v*	*f*-34	5 34	—12.0	8.90	8.76	+0.14	73.3563	+ 87	+ 56	73.3706	+183	$m = \pm 0''.220$
„ 17.	*v*		6 5	—14.0	8.90	8.78	+ 12	3343	+ 75	+ 66	3484	— 39	$M = \pm 0.110$
„ 29.	*f*		1 58	—11.5	8.80	8.75	+ 5	3346	+ 31	+ 54	3431	— 92	
1891 Janr. 1.	*f*		2 29	—11.8	8.80	8.76	+ 4	3392	+ 25	+ 55	3472	— 51	
											73.3523		
1889 Decbr. 18.	*f*	*e*-*k*	1 12	— 0.5	8.85	8.65	+0.20	36.4684	+ 62	+ 1	36.4747	— 21	$m = \pm 0''.127$
1890 Nov. 13.	*f*		0 12	+ 3.8	8.60	8.61	— 1	4691	— 3	— 9	4679	— 89	$M = \pm 0.064$
1891 März 13.	*v*		7 40	+ 2.5	8.70	8.63	+ 7	4818	+ 22	— 6	4802	+ 34	
„ 22.	*f*		7 49	— 1.5	8.69	8.68	+ 1	4836	+ 3	+ 4	4843	+ 75	
											36.4768		

Die einzelnen Columnen der vorstehenden Messungsergebnisse enthalten der Reihe nach: Das Datum der Messung, Lage des Instrumentes, die Sterne, welche die gemessene Distanz begrenzen, Sternzeit der Messung, Temperatur des Instrumentes zur Zeit der Messung, die Ocularstellung, die der angegebenen Temperatur entsprechende Normalstellung des Oculers, die Differenz dieser beiden Daten im Sinne Ocular-Stellung — Normalstellung. Weiterhin die Anzahl der Scalentheile für die gemessene Distanz, nachdem schon die Correctionen wegen Theilungsfehler, Run, event. periodische Fehler der Mikrometerschraube, Refraction und Aberration angebracht sind. Die beiden folgenden Reihen geben die Reduction dieser Distanz wegen Abweichung der jeweiligen Ocularstellung von der Normalstellung und diejenige wegen der Temperatur des Instrumentes, also die Reduction der Distanz auf 0° C. —

Die nach Summirung der drei letzten Columnen erhaltene wirkliche Distanz ausgedrückt in Scalentheilen, von der oben angegebenen Bedeutung, giebt die nächste Spalte. Unter derselben findet sich nach jedem einzelnen Sternpaar das Mittel der Distanz, welches dann weiterhin in der Rechnung zur Verwendung gelangte. Ausserdem ist noch die Abweichung jeder einzelnen Messung gegen das bezügliche Mittel in Einheiten der 4. Decimale hinzugefügt.

Die wahrscheinlichen Fehler einer aus 4 Einzelmessungen bestehenden Distanz schwanken zwischen $\pm 0^R.0014$ und $\pm 0^R.0106$, was einem Winkelwerthe von $0''.024$ resp. $0''.190$ entspricht, im Mittel hat man aus allen Distanzen $\pm 0^R.0060 = 0''107$.

Im Grossen und Ganzen sind die grösseren Fehler auch durch grössere Distanzen und namentlich durch die Verbindung der schwächeren Sterne bedingt.

§ 12.

Der nun vorzunehmenden Ausgleichung zwischen diesen gemessenen Distanzen sind die von Elkin gefundenen Positionen der Plejadensterne zu Grunde gelegt. Aus den dort gegebenen Rectascensionen und Declinationen wurden rückwärts die Distanzen der hier in Betracht kommenden Sterne berechnet und diese Werthe mit den von mir gefundenen Distanzen verglichen.

Verwandlung der in Scalentheilen (Revol.) ausgedrückten Distanzen in Bogenmass, nebst Correctionen wegen der fortschreitenden Aenderung des Scalenwerthes, sowie Vergleichung mit den Elkin'schen und Battermann'schen Distanzen.

Bezeichnung der Distanzen.	Distanz in Scalentheilen.	Log. der Distanz in Secunden.	Distanz in Secunden.	Red. wegen Aenderung des Scalenw.	A. Red. Distanz in Secunden.	E. Distanz bei Elkin.	Distanz bei Battermann.	A — E. (*n*)	Corr. wegen Eigenbewegung.	Wegen Eigenbew. korr. A — E.	
	R										
e-k Plej.	8.3694	2.1758343	149″.911	—0″.004	149″.91	149″.88		+0″.03	+0″.01	+0″.04	
f-h	16.7940	2.4782941	300.811	8	300.80	300.89	300″.64	— 9	— 4	— 5	
c-l	33.7495	2.7814074	604.525	19	604.51	604.48		+ 3	— 1	+ 2	
e-c	34.6526	2.7928758	620.692	20	620.67	620.58	620.56	+ 9	0	+ 9	+0″.02
b-g	35.5469	2.8039418	636.710	21	636.69	636.73	636.73	— 4	+ 2	— 2	
e-k	36.4768	2.8151567	653.366	—0.021	653.34	653.44		—0.10	+0.04	—0.06	
c-k	37.7314	2.8298429	675.838	22	675.83	675.74		+ 9	+ 1	+ 10	
g-e	40.2574	2.8579857	721.084	24	721.06	720.80	720.86	+ 26	0	+ 26	
e-l	40.2999	2.8484439	721.845	24	721.82	721.94		— 12	+ 2	— 10	
f-s	40 6149	2.8618254	727.487	24	727.46	727.48		— 2	— 3	— 5	
l-12	43.0811	2.8874268	771.661	—0.027	771.63	771.56		+0.07	+0.06	+0.13	
s-34	46.3196	2.9189048	829.669	30	829.64	829.79		— 15	+ 10	— 5	+0″.13
g-c	49.1396	2.9472150	885.554	33	885.52	885.00	884.97	+ 52	0	+ 52	
s-h	57.2165	3.0106613	1024.852	40	1024.81	1024.84		— 3	— 7	— 10	
η-d	61.8040	3.0441566	1107.023	46	1106.98	1106.77	1107.12	+ 21	— 1	+ 20	
b-c	67.1859	3.0804181	1203.422	—0.052	1203.37	1203.03	1203.33	+0.34	+0.06	+0.40	
34-40	72.8123	3.1153448	1304.202	59	1304.14	1303.90		+ 24	— 0	+ 24	
l-34	73.3523	3.1185538	1313.874	60	1313.81	1313.99		— 18	0	— 18	
b-d	74.3738	3.1245599	1332.171	62	1332.11	1332.20	1332.11	— 9	+ 2	— 7	
m-l	74.5361	3.1255067	1335.078	62	1335.02	1334.90		— 12	— 3	— 15	
m-e	74.7924	3.1269974	1339.669	—0.063	1339.60	1339.79		—0.19	+0.03	—0.16	
η-f	77.6697	3.1433916	1391.206	67	1391.14	1391.17	1391.17	— 3	0	— 3	
η-h	78.3319	3.1470786	1403.068	68	1403.00	1402.82	1403.08	+ 18	+ 1	+ 19	—0″.02
f-40	80.6897	3.1599581	1445.300	71	1445.23	1445.25		— 2	— 1	— 3	
η-s	83.4952	3.1748015	1495.552	75	1495.48	1495.47		+ 1	— 14	— 13	
h-40	85.0559	3.1828445	1523.507	—0.078	1523.43	1523.34		+0.09	—0.02	+0.07	
28-34	86.2837	3.1890688	1545.499	79	1545.42	1545.32		+ 10	— 1	+ 9	
η-12	86.4280	3.1897945	1548.084	79	1548.01	1548.20		— 19	— 3	— 22	
c-d	87.3704	3.1945043	1564.964	81	1564.88	1564.49	1564.52	+ 39	+ 4	+ 43	
34-*h*	88.9082	3.2020818	1592.509	85	1592.42	1592.70		— 28	— 3	— 31	
s-40	91.0388	3.2123665	1630.672	—0.088	1630.58	1630.39		+0.19	+0.06	+0.25	
28-5	91.8998	3.2164545	1646.093	89	1646.00	1645.94		+ 6	+ 7	+ 13	
η-c	92.4939	3.2192531	1656.735	92	1656.64	1656.87	1656.85	— 23	— 1	— 24	
d-g	97.8721	3.2437989	1753.069	102	1752.97	1752.94	1752.69	+ 3	0	+ 3	
m-12	105.2550	3.2753828	1885.310	118	1885.19	1885.20		— 1	— 3	— 4	+0″.04
η-l	107.4535	3.2843605	1924.689	—0.124	1924 57	1924.40		+0.17	+0.01	+0.18	
e-d	116.1990	3.3183424	2081.337	146	2081.19	2081.25	2081.58	— 6	+ 2	— 4	
d-12	118.8880	3.3282780	2129.502	153	2129.35	2129.27		+ 8	0	+ 8	
η-b	119.6757	3.3311460	2143.611	156	2143 46	2143.36	2143.39	+ 9	+ 2	+ 11	
d-s	121.7022	3.3384385	2179.910	161	2179.75	2179.23		+ 52	— 16	+ 36	
h-12	126.7179	3.3559780	2269.750	—0.175	2269.57	2269.33		+0.24	—0.04	+0.20	
η-e	127.1374	3.3574133	2277.264	178	2277.08	2277.41	2277.42	— 33	+ 1	— 32	
η-g	128.3303	3.3614692	2298.631	180	2298.45	2298.80	2298.50	— 35	— 2	— 37	
η-34	129.7948	3.3663973	2324.863	184	2324.68	2324.72		— 4	— 4	— 8	—0″.04
d-f	131.8951	3.3733689	2362.483	192	2362.29	2362.24	2362.27	+ 5	— 1	+ 4	
d-28	140.9558	3.4022230	2524.777	—0.222	2524.55	2524.52		+0.03	—0.02	+0.01	
η-28	143.0404	3.4085987	2562.115	231	2561.88	2562.04		— 16	+ 1	— 15	

In vorstehender Tabelle habe ich die zunächst in Scalentheilen gegebenen Entfernungen nach den oben dargelegten Auseinandersetzungen in Bogenmaass ausgedrückt. Ich habe dort, um nochmals einen Ueberblick über die angewandte Reductionsmethode zu geben, die an den genähert gerechneten Bogen noch anzubringende Correction angegeben, und zwar die cubische Reduction allein.

Eine Vergleichung mit den Elkin'schen und Battermann'schen Werthen ist beigefügt. Für die Ersteren ist die aus den Bessel'schen und Elkin'schen Positionen folgende Eigenbewegung in Betracht gezogen werden, sodass diese Werthe wirklich streng miteinander vergleichbar sind.

Es geht aus den Differenzen der Elkin'schen gegen meine Messungen, sofern man aus entsprechenden Gruppen Mittel nimmt, um die zufälligen Differenzen zu eliminiren, ziemlich sicher hervor, dass ein fortschreitender systematischer Fehler in beiden Messungsreihen wohl kaum noch zu befürchten sein dürfte.

§ 13.

Die Unterschiede zwischen den Elkin'schen Distanzen und den meinigen sind als Grundlage für Aufsuchung der Verbesserungen der Elkin'schen Coordinaten in die Ausgleichung eingesetzt worden. Es sind die in Columne n stehenden Werthe, ausgedrückt in Secunden. — Die angefügte Tabelle (vgl. Anhang) giebt die den einzelnen Distanzen zukommenden Coefficienten in Bezug auf ihre Einwirkung auf die bedingten Rectascensions- und Declinationsänderungen. Dieselben sind so geordnet, dass sich in der ersten horizontalen Columne die Bezeichnung der gesuchten Coordinatenverbesserung befindet, während in der ersten vertikalen Reihe die Distanz angegeben ist, aus der dieselbe mit dem in der Tabelle befindlichen Coefficienten:

$$\cos p \text{ resp. } \sin p \cos \delta_0$$

resultirt.

Auf diesem Wege entstanden 47 Bedingungsgleichungen, aus welchen, wenn man den Ort für η Plejadum als Ausgangspunkt annimmt, also die relativen Coordinatenverbesserungen als Unbekannte einführt, insgesammt 30 Unbekannte zu bestimmen sind.

Da auf diese Weise über die Gesammtorientirung des Systems in Position eigentlich nichts bestimmt wird, und da es ausserdem wünschenswerth war, die Zahl der zu eliminirenden Unbekannten möglichst zu verringern, weil die Unsicherheit der Bestimmung derselben mit der Anzahl schnell zunimmt, so habe ich für zwei Sterne, nämlich für 17b und 27f, für welche eine grosse Reihe von Meridianbestimmungen vorliegen, den relativ sehr genau bestimmten Declinationsunterschied dadurch vorläufig als Bekannte mit eingeführt, dass ich die sämmtlichen verbleibenden 28 zu bestimmenden Stücke als Functionen der Declinationsverbesserungen dieser Sterne ausgedrückt habe. — Die Rechnung wird dadurch nicht complicirter als sie ohnehin bei der grossen Anzahl der Unbekannten schon ist, aber es bleibt dann späteren Festsetzungen ganz frei über-

lassen, welche Declinationen man für diese beiden Sterne annehmen will. — Die Ausgleichung selbst ist nur einmal durchgeführt, dieselbe ist aber von Satz zu Satz durch Mitnahme aller Summenglieder sorgfältig controllirt, sodass ein Fehler nicht mehr vorhanden sein kann. Ausserdem giebt auch die Uebereinstimmung der letzten Fehlersummen aus Elimination und Substitution die beste Gewähr für die Richtigkeit der Rechnung, man hat aus Elimination

$$[nn_{28}] = 0.485$$

und aus Substitution:

$$[nn_{28}] = 0.4848.$$

Um die Sicherheit der erlangten Resultate festzustellen, habe ich eine vollständige Berechnung der Gewichte der einzelnen Unbekannten durchgeführt. Ich setzte den in folgender Tabelle unter Δ_H gegebenen Resultaten der Ausgleichung die erlangten Coefficienten $\sqrt{\frac{1}{p}}$ hinzu, welche das reciproke Maass der Sicherheit angeben.

Die aus der Ausgleichung folgenden Werthe der Coordinaten-Verbesserungen und deren Werthe für die verschiedenen Annahmen der Declination der Sterne 17b und 27f Plejadum.

	(Δ_H)			$\sqrt{\frac{1}{p}}$	r	$r\cos\delta$	(Δ_M)	$\left(\Delta\frac{H+M}{2}\right)$
$\Delta_\alpha g$ =	+0.″126	+0.013 $\Delta_\delta b$	+0.000 $\Delta_\delta f$	0.802	±0.″086	±0.″079	+0.″125	+0.126
$\Delta_\alpha b$ =	+0.011	+ 2	0	0.824	0.088	0.081	+0.011	+0.011
$\Delta_\alpha m$ =	−0.162	0	0	1.774	0.189	0.173	−0.162	−0.162
$\Delta_\alpha e$ =	+0.382	+ 1	0	0.945	0.101	0.092	+0.382	+0.382
$\Delta_\alpha c$ =	+0.495	− 82	0	0.821	0.088	0.081	+0.501	+0.498
$\Delta_\alpha k$ =	+0.126	− 12	0	1.291	0.138	0.126	+0.127	+0.126
$\Delta_\alpha l$ =	+0.105	− 14	0	0.955	0.102	0.093	+0.106	+0.106
$\Delta_\alpha d$ =	−0.153	+ 29	+ 65	0.675	0.072	0.066	−0.146	−0.150
Δ_α 12 =	−0.026	− 9	+ 8	1.264	0.135	0.124	−0.024	−0.025
Δ_α 28 =	+0.116	+ 12	+ 26	1.526	0.163	0.149	+0.119	+0.118
$\Delta_\alpha s$ =	+0.241	+ 11	+ 160	0.971	0.104	0.095	+0.263	+0.252
$\Delta_\alpha f$ =	+0.036	+ 11	+ 168	0.743	0.080	0.073	+0.061	+0.048
$\Delta_\alpha h$ =	+0.167	− 2	+ 48	0.868	0.093	0.085	+0.183	+0.174
Δ_α 34 =	+0.137	+ 8	− 184	1.104	0.118	0.108	+0.108	+0.122
Δ_α 40 =	+0.326	+0.012	−0.105	0.871	0.093	0.085	+0.309	+0.318
$\Delta_\delta g$ =	−0.061	−0.180 $\Delta_\delta b$	−0.015 $\Delta_\delta f$	0.829	0.089		−0.051	−0.056
$\Delta_\delta m$ =	−0.041	+ 4	− 1	1.372	0.147		−0.041	−0.041
$\Delta_\delta e$ =	+0.081	− 101	− 23	0.962	0.103		+0.086	+0.084
$\Delta_\delta c$ =	+0.198	− 74	− 3	0.732	0.078		+0.204	+0.201
$\Delta_\delta k$ =	+0.314	− 88	0	1.037	0.111		+0.320	+0.317
$\Delta_\delta l$ =	+0.225	− 144	0	0.873	0.093		+0.236	+0.230
$\Delta_\delta d$ =	−0.195	− 98	+ 54	0.702	0.075		−0.179	−0.187
Δ_δ 12 =	−0.095	− 79	+ 56	0.806	0.086		−0.081	−0.088
Δ_δ 28 =	+0.077	− 29	− 37	0.752	0.080		+0.074	+0.076
$\Delta_\delta s$ =	+0.037	− 5	+ 473	0.664	0.071		+0.107	+00.72
$\Delta_\delta h$ =	−0.052	+ 8	+ 769	0.685	0.073		+0.053	0.000
Δ_δ 34 =	+0.212	+ 20	+ 893	0.914	0.098		+0.342	+0.277
Δ_δ 40 =	+0.376	+0.354	−1.498	1.873	0.200		+0.128	+0.252

§ 14.

Aus der Ausgleichung findet sich der wahrscheinliche Fehler einer Coordinatenverbesserung vom Gewichte 1 zu $\pm 0''.108$. Wird dieser Werth mit den unter $\frac{1}{\sqrt{p}}$ gegebenen Gewichtscoefficienten multiplicirt, so erhält man die den einzelnen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ entsprechenden wahrscheinlichen Fehler. Werden die auf die $\Delta\alpha$ sich beziehenden Daten dieser Rubrik noch mit $\cos\delta$ multiplicirt, so hat man den wahrscheinlichen Fehler durchgängig auf den grössten Kreis bezogen.

Vergleicht man den aus der Ausgleichung folgenden mittleren Fehler einer Coordinatenverbesserung mit dem mittleren Fehler einer Distanzmessung, so findet sich der erstere zu $\pm 0''.160$ und der letztere zu $\pm 0''.107$, wenn man denselben gültig für eine aus vier Einzelmessungen bestehende Distanz ableitet. Bedenkt man ferner, dass die einzelne Coordinatenverbesserung immer zum mindesten aus drei, in den bei weitem meisten Fällen aber aus vier und mehr zusammenstossenden Distanzen abgeleitet ist, und dass die Fehler dieser Distanzen immer nur gemäss dem jeweiligen Coefficienten auf die Coordinatenverbesserung eingehen, so hat man die letztere im Durchschnitt zu 0.7 angesetzt: $\pm 0.107 \cdot \sqrt{4} \cdot 0.7 = \pm 0''.150$. Diese Uebereinstimmung kann, wenn auch der zweite Werth ($\pm 0''.150$) auf etwas willkürlichen Annahmen beruht, als eine recht zufriedenstellende betrachtet werden. Es zeigt dieselbe, dass die erhaltenen Coordinatenverbesserungen thatsächlich der Genauigkeit der Distanzmessungen entsprechen. Die verhältnissmässige Grösse der Fehler glaube ich der Mitnahme der schwachen Sterne vornehmlich zuschreiben zu müssen, wenn auch bei einer Betrachtung der übrig bleibenden Fehler eine solche Abhängigkeit sich nicht mit Evidenz ausspricht. —

Eine diese übrig bleibenden Fehler (v) zeigende Zusammenstellung habe ich in nachstehender Tabelle gegeben. Es finden sich dort unter n die der Ausgleichung zu Grunde gelegten Abweichungen meiner Messungen von den aus den Elkin'schen Coordinaten berechneten Distanzen, unter (v_1) die übrig bleibenden Fehler, wenn man für 17b und 27f die Elkin'schen Declinationen beibehält unter ($v_1 v_1$) die Quadrate dieser Fehler. Die Summe dieser Quadrate 0.4848 stimmt mit der aus der Elimination folgenden $[nn_{28}] = 0.485$ fast ganz genau, was natürlich hier ein Zufall, da durchgängig gar nicht mit 4 Stellen gerechnet worden ist. Mit dieser Summe der Fehlerquadrate sind die obigen Angaben über den mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer Messung gefunden worden.

Darstellung der Distanzen auf Grund der verschiedenen Annahmen über die Declinationen von 17b und 27f Plej.

Distanz.	Elkin'sche Declination $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f = 0.$			Meridianbeobachtung $\Delta_\delta b = -0.''07$ $\Delta_\delta f = +0.15$		Mittel aus Elkin und Meridianbeob. $\Delta_\delta b = -0.''025$ $\Delta_\delta f = -0.075$	
	n	v_1	$(v_1 v_1)$	v_2	$(v_2 v_2)$	v_3	$(v_3 v_3)$
g-b	−0.''04	+0.''03	0.0009	−0.''06	0.0036	−0.''02	0.0004
g-e	+ 26	+ 3	9	+ 3	9	+ 3	9
g-c	+ 52	+ 12	144	+ 11	121	+ 12	144
g-d	+ 3	+ 12	144	+ 12	144	+ 12	144
g-η	− 35	− 22	484	− 23	529	− 23	529
b-c	+0.34	−0.10	100	−0.17	289	−0.13	169
b-d	− 9	− 4	16	0	0	− 2	4
b-η	+ 9	+ 10	100	+ 10	100	+ 10	100
m-e	− 19	− 9	81	− 8	64	− 8	64
m-l	+ 12	+ 20	400	+ 22	484	+ 21	441
m-12	−0.01	−0.14	196	−0.13	169	−0.14	196
e-c	+ 9	+ 7	49	+ 7	49	+ 7	49
e-k	− 10	− 2	4	− 1	1	− 2	4
e-l	− 12	+ 8	64	+ 8	64	+ 8	64
e-d	− 6	− 9	81	− 8	64	− 8	64
e-η	−0.33	−0.09	81	−0.09	81	−0.09	81
c-k	+ 9	+ 2	4	0	0	+ 1	1
c-l	+ 3	− 11	121	− 11	121	− 11	121
c-d	+ 39	+ 17	289	+ 18	324	+ 18	324
c-η	− 23	+ 3	9	+ 4	16	+ 4	16
k-l	+0.03	−0.01	1	0.00	0	−0.01	1
l-12	+ 7	+ 18	324	+ 18	324	+ 18	324
l-η	+ 17	+ 5	25	+ 4	16	+ 5	25
d-12	+ 8	− 5	25	− 4	16	− 4	16
d-η	+ 21	− 1	1	0	0	− 1	1
d-28	+0.03	+0.07	49	+0.03	9	+0.05	25
d-s	+ 52	+ 19	361	+ 19	361	+ 19	361
d-f	+ 5	− 15	225	− 19	361	− 17	289
12-η	− 19	− 10	100	− 12	144	− 11	121
12-h	+ 24	+ 12	144	+ 17	289	+ 14	196
η-28	−0.16	−0.12	144	−0.12	144	−0.12	144
η-s	+ 1	− 15	225	− 12	144	− 13	169
η-f	− 3	− 6	36	− 7	49	− 7	49
η-h	+ 18	+ 2	4	− 1	1	+ 1	1
η-34	− 4	− 1	1	+ 8	64	+ 3	9
28-s	+0.06	+0.07	49	−0.01	1	+0.03	9
28-34	+ 10	− 1	1	− 7	49	− 4	16
s-f	− 2	+ 6	36	− 1	1	+ 2	4
s-h	− 3	− 7	49	− 4	16	− 5	25
s-34	− 15	+ 3	9	+ 9	81	+ 6	36
s-40	+0.19	+0.05	25	+0.14	196	+0.10	100
f-h	− 9	− 5	25	0	0	− 2	4
f-34	− 18	− 2	4	− 1	1	− 1	1
f-40	− 2	− 20	400	− 23	529	− 21	441
h-34	− 28	− 2	4	+ 1	1	0	0
h-40	+0.09	+0.14	196	+0.02	4	+0.08	64
34-40	+ 24	0	0.0000	+ 8	0.0064	+ 4	0.0016
		Σ	0.4848	Σ	0.5530	Σ	0.4975

Die mittleren resp. wahrscheinlichen Fehler (m resp. r) für die einzelnen Annahmen, deren Bedeutung in Nachstehendem erläutert wird, finden sich aus dieser Tabelle wie folgt:

Erste Annahme:

$$m_1 = \pm\sqrt{\frac{0.4848}{47-28}} = \pm\sqrt{\frac{0.4848}{19}} = \pm 0''.160$$

$$r_1 = \pm 0.675 \times 0''.160 = \pm 0''.108.$$

Zweite Annahme:

$$m_2 = \pm\sqrt{\frac{0.5530}{19}} = \pm 0''.171$$

$$r_2 = \pm 0.675 \times 0''.171 = \pm 0''.115.$$

Dritte Annahme:

$$m_3 = \pm\sqrt{\frac{0.4975}{19}} = \pm 0''.162$$

$$r_3 = \pm 0.675 \times 0''.162 = \pm 0''.109.$$

Wählt man statt der Elkin'schen Declinationen, diejenigen wie sie aus den Meridianbeobachtungen folgen, so hat man für $\Delta_\delta b - 0''.07$ und für $\Delta_\delta f + 0''.15$ einzuführen, da dieses die Abweichungen der Elkin'schen Declinationen dieser Sterne von den auf gleiches Aequinox gebrachten Meridianbeobachtungen sind.

Führt man diese Unterschiede in die oben gegebenen Ausdrücke für die einzelnen Coordinaten-Correctionen ein, so bekommt man für dieselben die unter Δ_M angegebenen Werthe. Die Abweichungen der Zahlen unter Δ_H und Δ_M sind mit Ausnahme des $\Delta_\delta 40$ nicht von Belang, die letzte Verbesserung ist aber aus dem Gesammtsystem so unsicher zu bestimmen, dass selbstverständlich eine veränderte Annahme von $\Delta_\delta f$, von welchem Element dieselbe äusserst stark beeinflusst wird, solche Unterschiede hervorbringen muss. Bildet man auch mit diesem System von Verbesserungen die übrig bleibenden Fehler, so ergiebt sich die unter v_2 gegebene Zahlenfolge mit den Fehlerquadraten unter $[v_2 v_2]$, deren Summe sich auf 0.5530 beläuft. Wie man sieht, sind unter dieser Annahme die übrig bleibenden Fehler erheblich grösser, was wohl auch nicht zu verwundern ist, da mit der Einführung der Meridianbeobachtungen ein der eigentlichen Ausgleichung fremdes Element in die Rechnung gebracht worden ist. — Die Ableitung des wahrscheinlichen Fehlers für eine Coordinatenverbesserung steigt damit auf $\pm 0''.115$.

§ 15.

Es fragt sich nun, welche Annahme für $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f$, d. h. welche Declinationen man hier verwenden will.

Elkin hat für 1885.0: Declination von 17b $+23^0\ 45'\ 2''.82$, Declination von 27f $+33^0\ 42'\ 2''.57$. Die Meridianbeobachtungen ergeben: 1885.0 Declination

von 17b $+23^0\ 45'\ 2''.74$, Declination von $27f+23^0\ 42'\ 2''.71$, wenn man den Ort von η Plejadum mit dem Elkin'schen*) übereinstimmend annimmt und die Declinations-Differenzen zwischen η-17b und 27f-η Plejd. nach den Angaben von Battermann wie folgt ansetzt:

Für Equinox 1875.0 $\eta-17$b

Δ_δ Epoche 1875.0 $-0'\ 6''.14$ Epoche 1885.0 $-0'\ 6''.17$

Equinox 1875.0 $27f-\eta$

Δ_δ Epoche 1875.0 $-2'\ 50''.81$ Epoche 1885.0 $-2'\ 50''.79$.

Battermann nimmt auf Grund seiner Vermessung der 7 hellsten Sterne

Equinox 1885.0 Decl. 17b $+23^0\ 45'\ 2''.78$ Decl. 27f $+23^0\ 42'\ 2''.64$,

welche Orte nach dem dort gesagten eben nur die Mittel zwischen den Elkin'schen Werthen und den Meridianbeobachtungen sind.

Zieht man in Betracht, dass sowohl die Meridianbeobachtungen für sich eine grosse Sicherheit in den Declinationen besitzen, dass aber auch die Elkin'sche Declinationen von 17b und 27f auf zwei verschiedenen ganz von einander unabhängigen Wegen gefunden wurden, von welchen der zweite in letzter Linie doch auch wieder auf den Meridianbeobachtungen von 4 bestimmten Sternen beruht, so kann man wohl mit Battermann das Mittel aus den beiden Bestimmungen als ziemlich zutreffend annehmen. Auch möchte ich nicht durch Einführung der ganzen, den Meridianbeobachtungen entsprechenden Werthe von $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f$ die doch immerhin viel bessere Uebereinstimmung meiner Correctionen stören, mich andererseits aber auch, so viel als irgend thunlich, von den Elkin'schen Vermessungen unabhängig halten. —

§ 16.

Wird also dieser Betrachtung gemäss für 1890.0, der mittleren Epoche meiner Triangulation, $\Delta_\delta b = -0''.055$ und $\Delta_\delta f = -0''.075$ gesetzt, so würden die unter $\Delta_{\frac{H+M}{2}}$ angegebenen Werthe als Coordinaten-Correctionen anzuwenden sein. Wird mit diesen Daten die Darstellung wiederholt, so findet man die übrig bleibenden Fehler, welche unter v_3 aufgeführt sind. Die Summe der $(v_3 v_3)$ ist dann 0.4975 und damit der wahrscheinliche Fehler einer Coordinaten-Verbesserung $= \pm 0''.109$, wozu allerdings noch die Unsicherheit in den $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f$ hinzukommt, deren Betrag sich für die Meridianbeobachtungen $\pm 0''.093$ ergiebt. In den hier als endgültig betrachteten Verbesserungen gehen die Meridianbeobachtungen aber nur zur Hälfte ein, also wird ihre Unsicherheit auch nur dementsprechend vergrössert, d. h. es findet sich für den wahrscheinlichen Fehler

---

*) Dieser Ort von η Plejadum ist auf Grund der Auwers'schen und Newcomb'schen Untersuchungen abgeleitet und wird sowohl hier, wie auch bei Elkin und Battermann für 1885.0 wie folgt angenommen:

η Plejadum AR. $55^0\ 9'\ 43''.96$ Decl. $+23^0\ 44'\ 54''.71$.

$$\pm\sqrt{(0.109)^2+\left(\frac{0.093}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{0.014043} = \pm 0''.118.$$

Es ist zur Entscheidung darüber, ob die angewandte Form des Scalenwerthes die Beobachtungen auch in genügender Weise unabhängig von etwaigen fortschreitenden systematischen Fehlern darstelle, noch wünschenswerth, die übrig bleibenden Fehler in der Reihenfolge zu ordnen, wie sie die Grösse der gemessenen Distanzen angiebt. Ich habe das in der nachstehenden Zusammenstellung gethan, und zwar mit den den Elkin'schen Declinationen von 17b und 27b entsprechenden Werthen. Die nachstehende Uebersicht giebt zunächst die Bezeichnung der Distanz, sodann die Grösse derselben in Scalentheilen des Heliometers, weiterhin die übrig bleibenden Fehler. Da die einzelnen Zahlen noch sehr von Zufälligkeiten abhängen, so habe ich dieselben in Gruppen, die je ein Intervall von 20—40 Scalentheilen umfassen, vereinigt und sowohl für diese Gruppen das Mittel der Abweichungen als auch den mittleren Fehler gebildet. Aus dem Verlauf der ersteren Daten geht mit Sicherheit hervor, dass ein systematisch mit der Grösse der Distanz fortschreitender Unterschied der beiden Triangulationen nicht mehr vorhanden ist. — Dieses Resultat zeigt also, dass die Art und Weise, wie ich das Correctionsglied meines Scalenwerthes abgeleitet habe, eine den wahren Verhältnissen der Heliometermessungen entsprechende ist; denn in den aus den Elkin'schen Positionen abgeleiteten Distanzen dürfte von einer Unrichtigkeit, welche der Grösse der Entfernung zwischen dem jeweiligen Sternpaare entspräche, wohl kaum die Rede sein. Erstens ist das Heliometer des Yale College ein solches mit cylindrischer Führung der Objectivschlitten und schon deshalb ist eine, einer Potenz der Distanz proportionale Verbesserung unwahrscheinlich. Zweitens ist aber auch namentlich die zweite Elkin'sche Vermessung derart angestellt, dass in den resultirenden Distanzen zwischen den hier in Betracht kommenden Sternen ein solcher systematischer Fehler nicht mehr erkennbar sein würde. —

Die übrig bleibenden Fehler v_1 geordnet nach der Grösse der Distanzen.

Distanz.	Grösse der Distanz.	v_1	$\frac{\Sigma v_1}{n}$ *)	$v_1 v_1$	$\frac{\Sigma (v_1 v_1)}{n-1}$	m	$m : \sqrt{s}$
	R	"					
e-k	8.4	−0.01		0.0001			
f-h	16.8	− 5		25			
c-l	33.7	− 11		121			
e-c	34.7	+ 7	−0".01	49	$\frac{213}{6}$	±0".060	$\frac{0.060}{\sqrt{29.0}}$ = ±0.011
b-g	35.5	+ 3		9			
e-k	36.3	−0.02		4			
c-k	37.7	+ 2		4			
g-e	40.3	+ 3		9			
e-l	40.3	+ 8		64			
f-s	40.6	+ 6		36			
l-12	43.1	+0.18		324			
s-34	46.3	+ 3	+0".04	9	$\frac{736}{8}$	±0".096	$\frac{0.096}{\sqrt{49.6}}$ = ±0.014
g-c	49.4	+ 12		144			
s-h	57.2	− 7		49			
η-d	61.8	− 1		1			
b-c	67.2	−0.10		100			
34-40	72.8	0		0			
f-34	73.4	− 2		4			
b-d	74.4	− 4		16			
m-l	74.5	+ 20		400			
e-m	74.8	−0.09		81			
η-f	77.7	− 6		36			
η-h	78.3	+ 2		4			
f-40	80.7	− 20	−0".01	400	$\frac{1756}{13}$	±0".116	$\frac{0.116}{\sqrt{80.3}}$ = ±0.013
η-s	83.5	− 15		225			
h-40	85.1	+0.14		196			
28-34	86.3	− 1		1			
η-12	86.4	− 10		100			
c-d	87.4	+ 17		289			
34-*h*	88.9	− 2		4			
s-40	91.0	+0.05		25			
28-*s*	91.9	+ 7		49			
η-c	92.5	+ 3		9			
d-g	97.9	+ 12		144			
m-12	105.3	− 14	+0".02	196	$\frac{654}{8}$	±0".090	$\frac{0.090}{\sqrt{104.5}}$ = ±0.009
η-l	107.5	+0.05		25			
e-d	116.2	− 9		81			
d-12	118.9	− 5		25			
η-b	119.7	+ 10		100			
d-s	121.7	+ 9		361			
h-12	126.7	+0.12		144			
η-l	127.1	− 9		81			
η-g	128.3	− 22		484			
η-34	129.8	− 1	−0".03	1	$\frac{1489}{7}$	±0".146	$\frac{0.146}{\sqrt{131.2}}$ = ±0.013
d-f	131.9	− 15		225			
d-28	141.0	+0.07		49			
η-28	143.0	− 12		0.0144			

*) n bedeutet hier die Anzahl der zusammengefassten Distanzen.

Hieraus ergiebt sich der mittlere Fehler einer Distanz von

$$100^R \text{ zu } \pm 0''.120$$

oder für

$$1000'' \text{ zu } \pm 0''.090.$$

Die Bestimmung des mittleren Fehlers jeder Gruppe habe ich deshalb durchgeführt, um zu zeigen, dass auch bei meinen Messungen, wie das anderweitig schon mehrfach sich gefunden hat, dieser mittlere Fehler nahezu mit der Quadratwurzel aus der Grösse der Distanzen wächst. — Die unter *m* gegebenen Zahlen sind die mittleren Fehler für jede Gruppe; werden diese Werthe mit der Quadratwurzel aus dem Mittel der Distanzen dividirt, sodass man gewissermassen den mittleren Fehler für die Distanz von 1^R erhält, so ergeben sich diese letzteren der Reihe nach zu:

$$\left.\begin{array}{r} 0''.011 \\ 0.014 \\ 0.013 \\ 0.009 \\ 0.013 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{aus einer} \\ \text{mittleren} \\ \text{Distanz} \\ \text{von:} \end{array} \left\{\begin{array}{r} 29^R.0 \\ 49.6 \\ 80.3 \\ 104.5 \\ 131.2 \end{array}\right.$$

Also eine Uebereinstimmung wie sie besser nicht gefordert werden kann.

Auf Grund dieser Betrachtung findet man nun den mittleren Fehler einer Distanz von 1000″ zu ± 0″.090, wie oben angegeben.

Da der so gefundene Werth der mittleren Fehler einer Distanz erheblich kleiner ist als der aus der inneren Uebereinstimmung der Distanzmessungen selbst gefundene, so darf man wohl annehmen, dass das Gesammtergebniss der Triangulation eine grössere Sicherheit hat, als man von vorneherein zufolge der mittleren Fehler einer gemessenen Distanz anzunehmen berechtigt war. — Ich glaube daher, dass irgend eine der Coordinatenverbesserungen und somit eine der Coordinaten selbst, soweit es sich um ihre relative Grösse in Beziehung auf den Ort von η Plejadum handelt, gewiss bis auf mindestens 0″.2 als sicher angesehen werden kann.

§ 17.

Fügt man die im Vorstehenden abgeleiteten Coordinatenverbesserungen, welche durch das Fehlersystem v_3 gekennzeichnet sind, den Elkin'schen Rectascensionen und Declinationen hinzu, so hat man ohne Berücksichtigung der Eigenbewegungen für 1890.0:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
	Elkin.		Ambronn.				Battermann.			
	Epoche 1885.0.				Epoche 1890.0.				Ep. 1887.0.	
	AR.	Decl.	Δ_α	Δ_δ	AR.	Decl.	Δ_α	Δ_δ	AR.	Decl.
g	54° 33′ 57.″23	+23° 56′ 34.″34	+0.″13	−0.″06	54° 33′ 57.″36	+23° 56′ 34.″28	+0.″14	0.″00	57.″37	34.″34
b	35 8.71	23 46 0.98	+0.01	(−0.04)	35 8.72	23 46 0.94	−0.11	(−0.04)	8.60	0.94
m	38 58.19	24 29 36.27	−0.16	−0.04	38 58.03	24 29 36.23				
e	39 53.70	24 7 17.43	+0.38	+0.08	39 54.08	24 7 17.51	+0.05	+0.20	53.75	17.63
c	49 12.47	24 1 24.10	+0.50	+0.20	49 12.97	24 1 24.30	+0.05	+0.13	12.52	24.23
k	50 18.31	24 12 37.16	+0.13	+0.32	50 30.44	24 12 37.48				
l	52 25.54	24 11 2.32	+0.11	+0.23	52 25.65	24 11 2.55				
d	56 57.00	23 36 18.44	−0.15	−0.19	56 56.85	23 36 18.25	−0.15	−0.08	56.85	18.36
12	55 6 30.87	24 10 42.05	−0.03	−0.09	55 6 30.84	24 10 41.96				
η	14 10.64	23 45 51.94	—	—	14 10.64	23 45 51.94				
28	27 30.68	23 4 57.28	+0.12	+0.08	27 30.80	23 4 57.36				
s	36 10.88	23 31 12.35	+0.25	+0.07	36 11.13	23 31 12.42				
f	39 18.65	23 42 59.19	+0.05	(+0.07)	39 18.70	23 42 59.26	+0.02	(+0.07)	18.67	59.26
h	39 37.27	23 47 59.60	+0.17	0.00	39 37.44	23 47 59.60				
31	47 57.41	23 22 34.28	+0.12	+0.28	47 57.53	23 22 34.56				
40	56 4 58.19	23 37 41.95	+0.32	+0.25	56 4 58.51	23 37 42.20	+0.19	−0.23	58.38	41.72

Der Vergleichung halber gebe ich in den Spalten 8—11 auch noch die Correctionen, welche die Messungen von Dr. Battermann unter derselben Annahme über die Declination von 17 b und 27 f Plejadum liefern würden, sowie die daraus resultirenden Rectascensionen und Declinationen.

Man sieht, dass in den meisten Fällen die Battermann'schen Verbesserungen und die meinigen sehr nahe übereinstimmen oder doch wenigstens eine Aenderung in demselben Sinne andeuten. Eine Ausnahme hiervon macht nur die Declination von 40 Plejadum, doch ist bei diesem Stern für meine Vermessung ein sehr geringes Gewicht herausgekommen, und dann ist die Declination desselben so stark von derjenigen von *f* Plejadum beeinflusst, dass ein solcher Unterschied gerade nicht verwundern darf. Was die starke Abweichung für den Stern *c* Plejadum betrifft, so kann ich mir dafür keine andere Erklärung geben, als die, dass ich annehmen muss, diesen Stern durchgängig etwas anders aufgefasst zu haben, als die beiden anderen Beobachter, denn in einigen Distanzen, welche dieser Stern mit begrenzt, finden sich ebenfalls Abweichungen von beträchtlicher Grösse gegen die Elkin'sche Distanz; aber nach der Ausgleichung verschwinden dieselben zum grossen Theil, sodass in das Gesammtsystem diese abweichenden Distanzen hineinzupassen scheinen.

Eine Vereinigung der hier zusammengestellten dreierlei Positionen möchte ich nicht vornehmen, sondern dieselbe nebeneinander bestehen lassen, bis einmal die oben als Desiderat aufgeführte Neuvermessung sämmtlicher Sterne in einheitlicher Form vorliegt.

§ 18.

Ich werde nun zum Schluss noch die Vergleichung meiner Coordinaten mit den von Elkin neu berechneten Bessel'schen vornehmen, um erstens auch meinerseits eine Beleuchtung der Eigenbewegungen des Systems zu liefern und dann zweitens eine strenge Vergleichung mit Elkin herstellen zu können, bei der auch die relativen Eigenbewegungen gegen η Plejadum von der Epoche 1885.0 (Elkin) bis zu 1890.0 (Göttingen) Berücksichtigung finden können. (Vergl. Tabelle auf Seite 45.)

	Königsberger Positionen für 1890.0 (Epoche 1840.0).		Göttinger Positionen für 1890.0 (Epoche 1890.0).		G. — K.		Relative Gesammt-Eigenbewegung nach Grösse und Richtung für 50 Jahre.	
	AR.	Decl.	AR.	Decl.	AR.	Decl.		
g	54° 33′ 57″.30	+23° 56′ 49″.19	57″.36	34″.28	+0″.06	+0″.09	0″.13	29°.0
b	35 8.52	23 46 0.52	8.72	0.94	+0.20	+0.42	0.46	23.2
m	38 58.69	24 29 36.41	58.03	36.23	—0.66	—0.18	0.63	253.3
e	39 53.59	24 7 17.39	54.08	17.51	+0.49	+0.12	0.47	75.1
c	49 12.45	24 1 24.23	12.97	24.30	+0.52	+0.07	0.49	81.1
k	50 18.43	24 12 37.35	18.44	37.48	+0.01	+0.13	0.14	4.4
l	52 25.56	24 11 2.39	25.65	2.55	+0.09	+0.16	0.18	26.6
d	56 57.20	23 36 18.31	56.85	18.25	—0.35	—0.06	0.33	259.5
12	55 6 31.44	24 10 41.97	30.84	41.96	—0.60	—0.01	0.55	268.9
η	14 16.64	23 45 51.94	10.64	51.94	—	—		
28	27 30.68	23 4 57.14	30.80	57.36	+0.12	+0.22	0.25	26.6
s	36 9.83	23 31 13.18	11.13	12.42	+1.30	—0.76	1.42	122.5
f	39 18.74	23 42 59.42	18.70	59.26	—0.04	—0.16	0.17	194.1
h	39 37.40	23 47 59.57	37.44	59.60	+0.04	+0.03	0.05	53.1
34	47 56.93	23 22 34.33	57.53	34.56	+0.60	+0.23	0.60	67.3
40	56 4 58.07	23 37 41.70	58.51	42.20	+0.44	+0.50	0.64	38.7

Diese relativen Eigenbewegungen gegen η sind im Allgemeinen ähnlich denen, wie sie auch von Elkin gefunden worden sind; namentlich erscheinen die Abweichungen untereinander nicht erheblich, wenn man bedenkt, dass sich der durchschnittliche wahrscheinliche Fehler einer vollen Eigenbewegung auf etwa $\pm 0''.2$ bis $\pm 0''.3$ veranschlagen lässt.

Es hat den Anschein, als ob meine Resultate mehr noch als die Elkin'schen dafür sprächen, dass die Sterne der Plejadengruppen nicht ein einziges zusammengehöriges System seien, sondern dass vielmehr immer eine Anzahl dieser Sterne unter sich eine gewisse Zusammengehörigkeit erkennen lassen. Von dieser Anschauung ausgehend würden z. B die Sterne:

g mit 29°.0 und 0″.13
b „ 23.2 „ 0.46
k „ 4.4 „ 0.14
l „ 26.6 „ 0.18
(28 „ 26.6 „ 0.25)

zusammengehören, wenn auch 28 etwas entfernt von den übrigen steht; ferner geben:

e	mit	$75^{\circ}.1$	und	$0''.47$
c	„	81.8	„	0.49

nahe identische Bewegungen.

Eine gewisse Uebereinstimmung zeigen auch die Sterne:

m	mit	$253^{\circ}.3$	und	$0''.63$
d	„	259.5	„	0.33
12	„	268.9	„	0.55

während *f* und namentlich der stark bewegte Stern *s* vereinzelt dastehen.

Doch über diese Punkte kann bei einer so geringen Anzahl herausgegriffener Sterne bezüglich der ganzen Gruppe kein definitiver Entscheid getroffen werden.

Die vorstehenden Zeilen enthalten immer nur Betrachtungen über Bewegungen in der Gruppe als solcher, d. h. in Beziehung auf den hellsten Stern (η) derselben. Es fragt sich aber noch, wie gestaltet sich die Veränderung der Orte am Himmel selbst. Zur Beantwortung dieser Frage hat Elkin die Eigenbewegung von η nach den Newcomb'schen Untersuchungen angeführt und es findet sich dieselbe dort zu

$$+0''.92 \text{ in AR. und } -2''.47 \text{ in Decl. für 45 Jahre,}$$

das würde sein

$$+1''.02 \text{ in AR. und } -2''.74 \text{ in Decl. für 50 Jahre;}$$

oder im Gesammtbetrage **2.″90** in der Richtung **160°**.

Nach dem Fundamentalkatalog von Auwers hat man für die jährliche Eigenbewegung von η Plejadum (Tauri)

$$\text{in AR. } -0^{s}.0004 = -0''.0060 \text{ und in Decl. } -0''.040,$$

was für 50 Jahre die folgenden Werthe ergiebt:

Gesammteigenbewegung zu $2''.02$ in der Richtung $187^{\circ}.9$.

Vereinigt man diese beiden Ergebnisse einfach zum Mittel, so findet sich für η

2″.46 und **174°**.

Es hat danach der Hauptstern der Gruppe, η Plejadum, und mit ihm also die ganze Gruppe doch eine weit grössere Eigenbewegung, als die übrigen der hier betrachteten Sterne gegen diesen selbst. Die allgemeine Zusammengehörigkeit der fraglichen Sterne bekommt damit wieder eine starke Stütze. Der Stern *s* allerdings, dessen Bewegung der von η nach Richtung und Grösse am nächsten kommt, scheint eine Sonderstellung einzunehmen, während die gezeigte gruppen-

weise Uebereinstimmung verschiedener Sterne bei Verfolgung der Gesammtbewegungserscheinungen der Plejaden keine wesentliche Rolle spielen wird, wenn auch Partialgruppen dadurch angedeutet zu werden scheinen. Aber ich muss auch hier zum Schluss noch darauf aufmerksam machen, dass eine so geringe Anzahi von Sternen aus der sternreichen Gruppe der Plejaden nicht gestattet, endgültige Betrachtungen über den physischen Zusammenhang der Gruppe anzustellen. Dieses war auch keineswegs der Zweck der vorliegenden Arbeit, sondern dieselbe sollte namentlich dazu dienen, zu zeigen, dass man auch mit diesen kleinen Heliometern, bei zweckmässiger Bestimmung der Constanten und Anordnung der Reduction der Messungen, bezüglich der Distanzen Resultate erhält, welche den Vergleich mit den vermittelst weit grösserer Instrumente ausgeführten durchaus auszuhalten im Stande sind. —

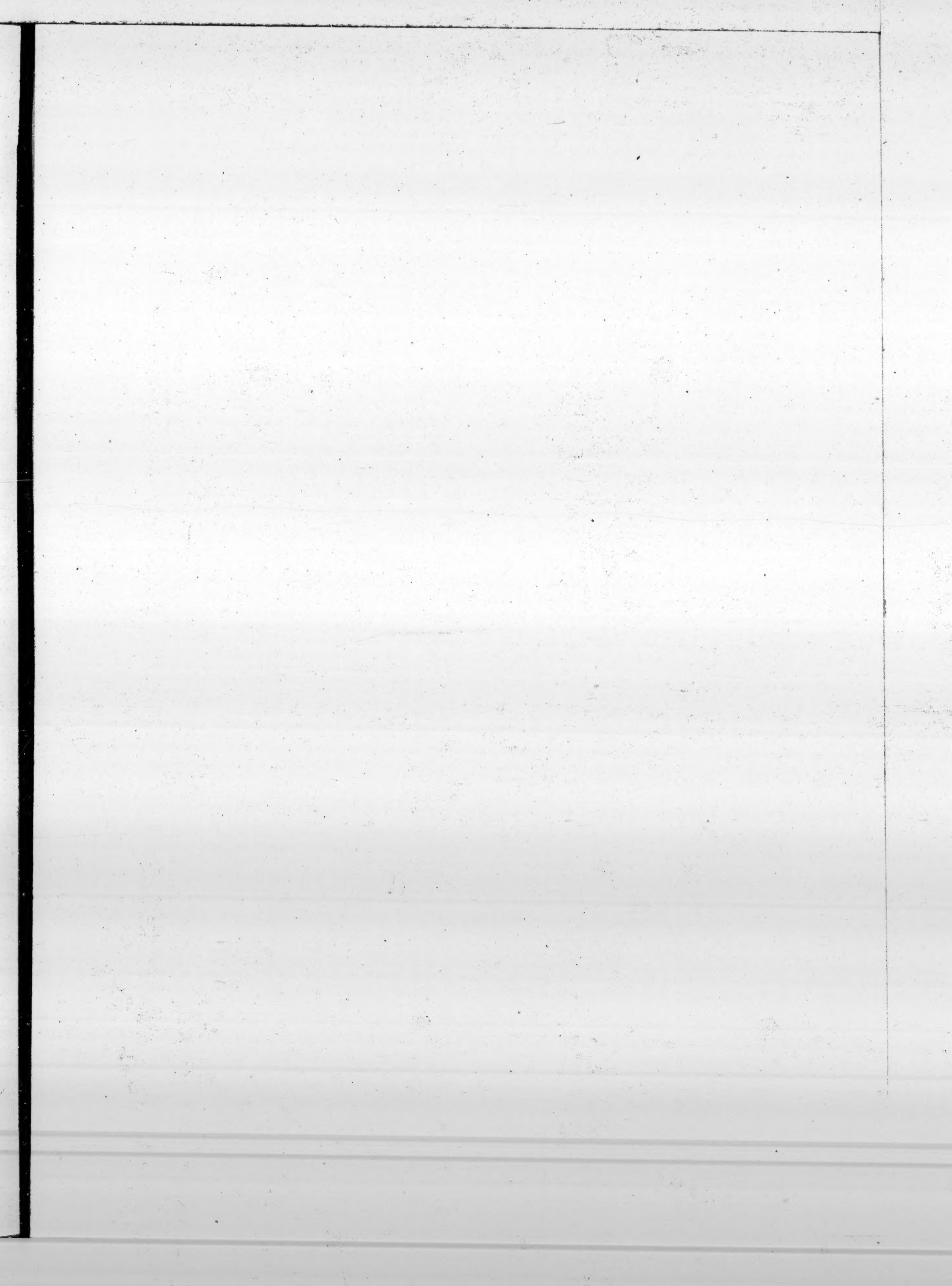
Inhaltsverzeichniss.

Anhang:

Zusammenstellung

der

Gleichungen und der Coefficienten.

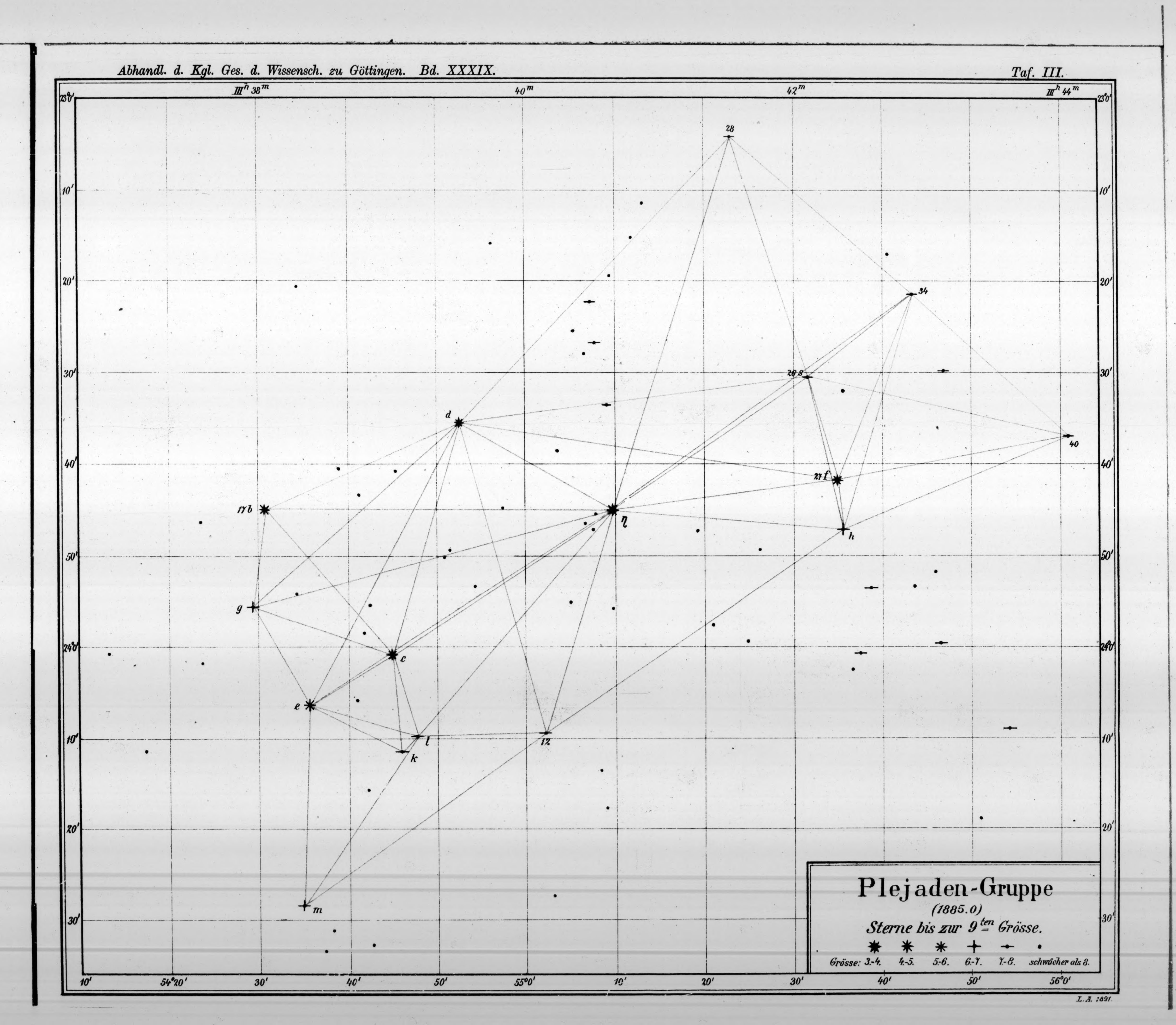


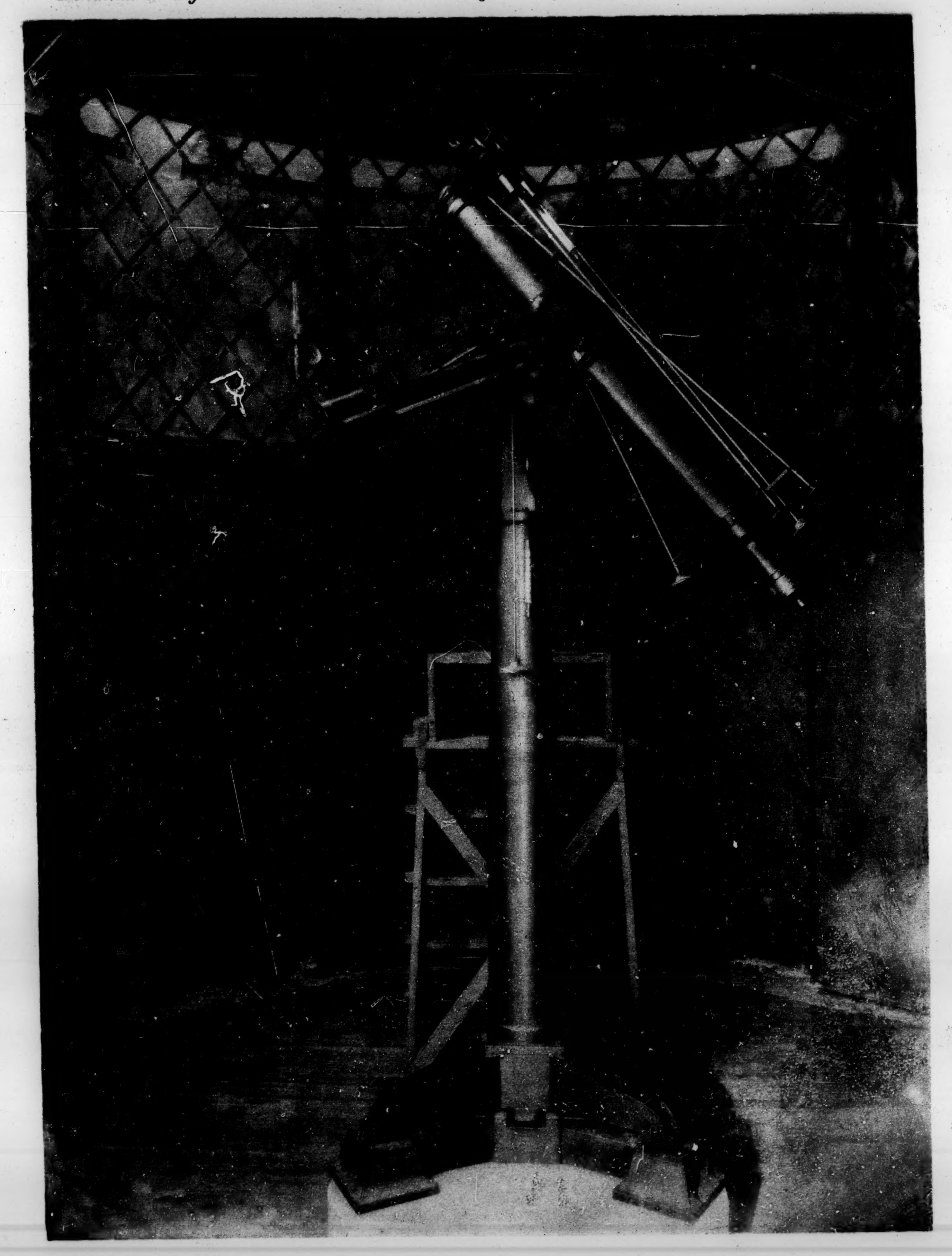
Zusammenstellung der Coefficiente

Distanz.	Δ_α g (1)	b (2)	m (3)	e (4)	c (5)	k (6)	l (7)	d (8)	12 (9)	28 (10)	s (11)	f (12)	h (13)	34 (14)	40 (15)	g (21)	b (22
g-b	−0.075	+0.075														+0.995	+0.99
g-e	−0.412			+0.412												−0.892	
g-c	−0.863				+0.863											−0.328	
g-d	−0.660							+0.660								+0.693	
g-η	−0.878															+0.279	
b-c		−0.586			+0.586												−0.76
b-d		−0.824						+0.824									+0.4
b-η		−0.915															+0.0
m-e			−0.034	+0.034													
m-l			−0.502				+0.502										
m-12			−0.728						+0.728								
e-c				−0.751	+0.751												
e-k				−0.796		+0.796											
e-l				−0.867			+0.867										
e-d				−0.412				+0.412									
e-η				−0.755													
c-k					−0.081	+0.081											
c-l					−0.266		+0.266										
c-d					−0.249			+0.249									
c-η					−0.756												
k-l						−0.706	+0.706										
l-12							−0.912		−0.912								
l-η							−0.566										
d-12								−0.225	+0.225								
d-η								−0.783									
d-28								−0.612		+0.612							
d-s								−0.908			+0.908						
d-f								−0.903				+0.903					
12-*η*									−0.248								
12-*h*									−0.732				+0.732				
η-28										+0.263							
η-s											+0.741						
η-f												+0.908					
η-h													+0.911				
η-34														+0.732			
28-*s*										−0.266	+0.266						
28-34										−0.670				+0.670			
s-f											−0.217	+0.217					
s-h											−0.169		+0.169				
s-34											−0.717			+0.717			
s-40											−0.723				+0.723		
f-h												−0.051	+0.051				
f-34												−0.332		+0.332			
f-40												−0.894			+0.894		
h-34													−0.264	+0.264			
h-40													−0.837		+0.837		
34-40														−0.658	+0.658		

efficienten und Normalgleichungen.

Δ_δ g (21)	b (22)	m (23)	e (24)	c (25)	k (26)	l (27)	d (28)	12 (29)	28 (30)	s (31)	f (32)	h (33)	34 (34)	40 (35)	n	s	nn
+0.995	+0.995														−0.04	−0.040	0.0016
−0.892			+0.892												+ 26	+ 260	676
−0.328				+0.328											+ 52	+ 520	2704
+0.693							−0.693								+ 3	+ 030	9
+0.279															− 35	− 949	1225
	−0.768			+0.768											+0.34	+0.340	1156
	+0.437						−0.437								− 9	−0.090	81
	+0.003														+ 9	− 822	81
		+0.999	−0.999												− 19	− 190	361
		+0.834				−0.834									+ 12	+ 120	144
		+0.602						−0.602							−0.01	−0.010	1
			+0.569	−0.569											+ 9	+ 90	81
			−0.489		+0.489										− 10	− 100	100
			−0.312			+0.312									− 12	− 120	144
			+0.893				−0.893								− 6	− 60	36
															−0.33	−0.521	1089
				−0.996	+0.996										+ 9	+ 90	81
				−0.957		+0.957									+ 3	+ 30	9
				+0.962			−0.962								+ 39	+ 390	1521
				+0.562											− 23	− 423	529
					+0.633	−0.633									+0.03	+0.030	9
						+0.026		−0.026							+ 7	+ 70	49
						+0.785									+ 17	+ 389	289
							−0.969	+0.969							+ 8	+ 80	64
							−0.519								+ 21	−1.092	441
							+0.745		−0.745						+0.03	+0.030	9
							+0.140			−0.140					+ 52	+0.520	2704
							−0.170				+0.170				+ 5	+ 50	25
								+0.962							− 19	+ 524	361
								+0.600				−0.600			+ 24	+ 240	576
									−0.958						−0.16	−0.855	256
										−0.588					+ 1	+ 163	1
											−0.124				− 3	+ 754	9
												+0.091			+ 18	+1.182	324
													−0.601		− 4	+ 91	16
									−0.957	−0.957					+0.06	+0.060	36
									−0.684				+0.684		+ 10	+ 100	100
										−0.972	+0.972				− 2	− 20	4
										−0.983		+0.983			− 3	− 30	9
										+0.624			−0.624		− 15	− 150	225
										−0.239				+0.239	+0.19	+0.190	361
											−0.998	+0.998			− 9	− 90	81
											+0.932		−0.932		− 18	− 180	324
											+0.220			−0.220	− 2	− 20	4
												+0.958	−0.958		− 28	− 280	784
												+0.405		−0.405	+0.09	+0.090	81
													−0.696	+0.696	+ 24	+0.240	576
																	1.7762


Plejaden-Gruppe
(1885.0)
Sterne bis zur 9ten Grösse.
Grösse: 3.-4. 4.-5. 5.-6. 6.-7. 7.-8. schwächer als 8.
L. A. 1891.



Fraunhofer'sches Heliometer in Göttingen.

Graphische Darstellung der periodischen Fehler der beiden Schrauben des Mikroskop-Mikrometers.



Ordinaten und Abscissen in Einheiten einer hundertel Schraubenumdrehung.

Periodische Fehler für eine einfache Ablesung an einem Fadenpaar } der alten Schraube.
Periodische Fehler für das Mittel der Ablesungen an beiden Fadenpaaren } der alten Schraube.
Periodische Fehler für das Mittel der Ablesungen an beiden Fadenpaaren der neuen Schraube.

L. A.



ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

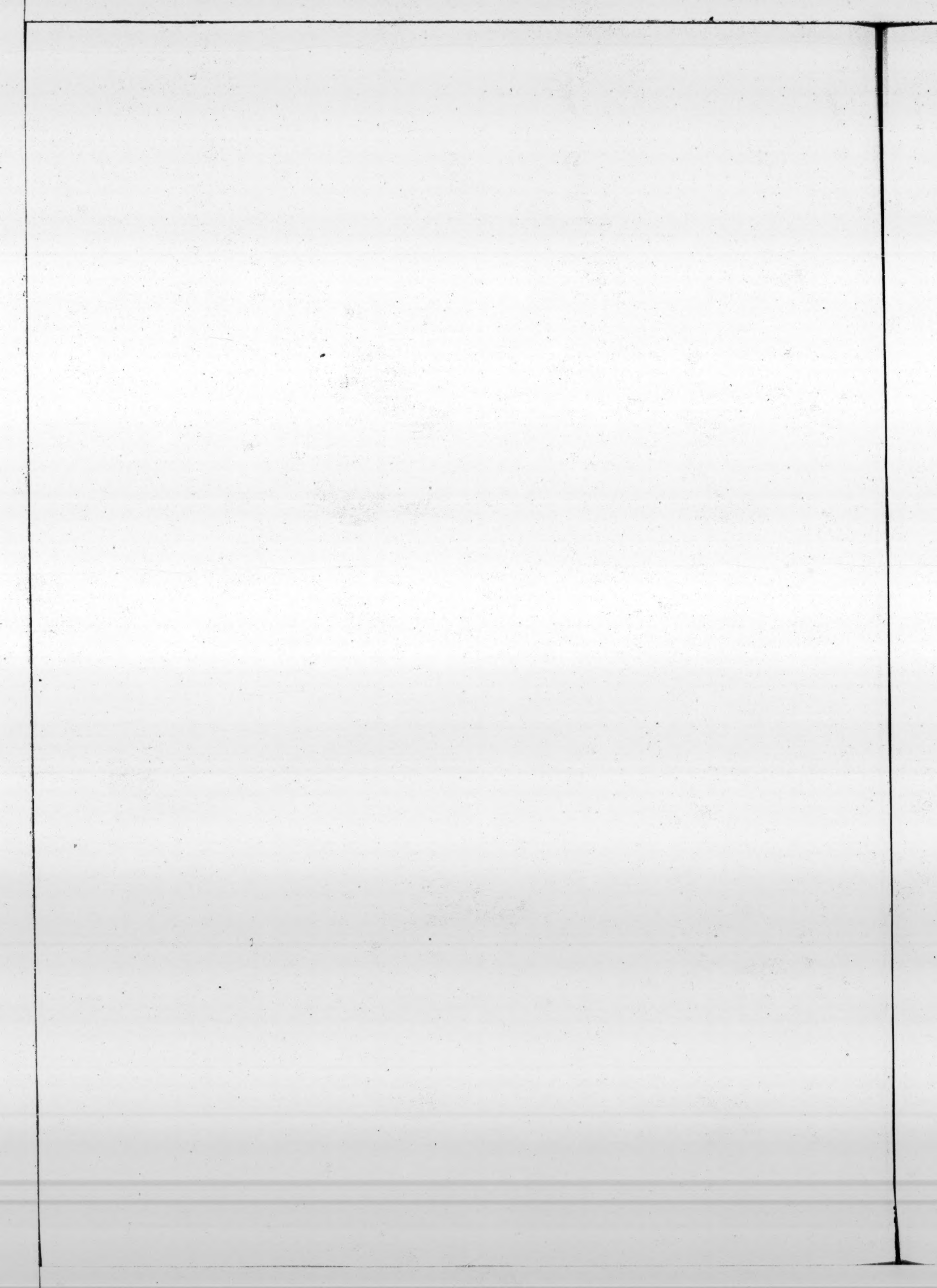
ZU GÖTTINGEN.

NEUNUNDDREISSIGSTER BAND.

VOM JAHRE 1893.

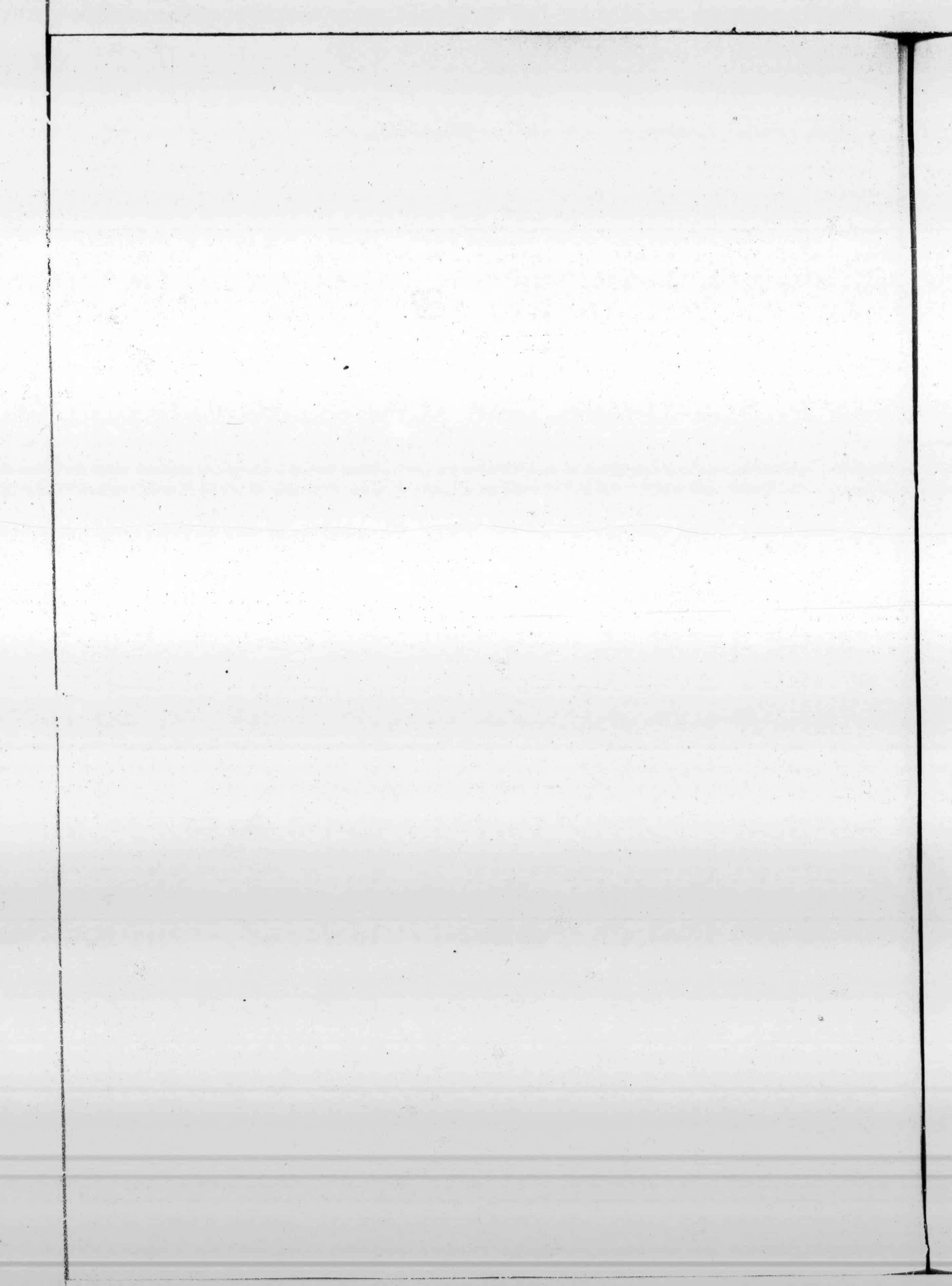
HISTORISCH-PHILOLOGISCHE KLASSE.

GÖTTINGEN,
DIETERICHSCHE VERLAGS-BUCHHANDLUNG.
1894.



Inhalt.

Historisch-Philologische Klasse.



ABHANDLUNGEN

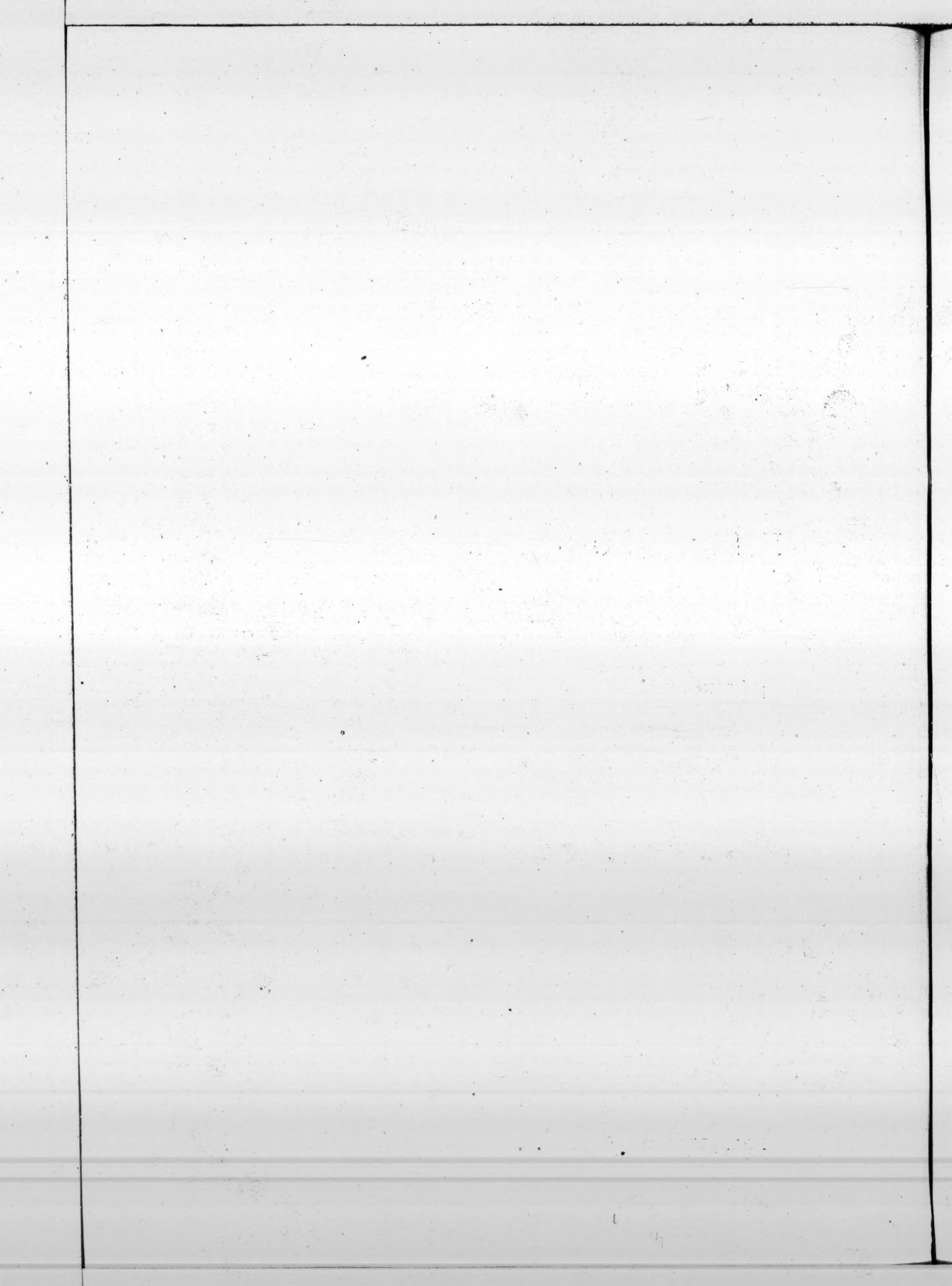
DER

HISTORISCH-PHILOLOGISCHEN KLASSE

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

NEUNUNDDREISSIGSTER BAND.



Die Hofdichter des Lakṣmaṇasena.

Von

Richard Pischel.

Vorgelegt in der Sitzung der K. Gesellschaft der Wissenschaften am 6. Mai 1893.

Seit dem Erscheinen von Bühler's Detailed Report of a Tour in Search of Sanskrit MSS. made in Kaśmîr, Rajputana, and Central India, Bombay 1877, ist die indische Literaturgeschichte in einen neuen Entwicklungsgang getreten. Während sie bis dahin nicht viel mehr war, auch nicht viel mehr sein konnte, als ein blosses Zusammenstellen von Verfassernamen und Büchertiteln, hat Bühler zuerst in grösserem Massstabe Zeit und Lebensverhältnisse der Dichter aufzuhellen gesucht und so die Literaturgeschichte zu dem gemacht, was sie sein soll, einem Stück der Kulturgeschichte. Dank den entsagungsvollen, nicht genug zu rühmenden, Bearbeitungen der Inschriften durch Bühler, Fleet, Führer, Hultzsch und Kielhorn sind wir seitdem erheblich weiter gekommen und es ist jetzt bereits möglich, ganze Gebiete der indischen Literatur streng chronologisch zu behandeln und sich über den Geist der Zeit und der Dichter ausreichend Rechenschaft zu geben. Dazu ist es vor allem nötig das Misstrauen schwinden zu lassen, das man noch gegen die indische Tradition hegt. Immer mehr stellt es sich heraus, dass die versus memoriales volle Glaubwürdigkeit verdienen und dass auch die Angaben über die Dichter, wie sie sich in den Caritas und Prabandhas finden, bei allem Märchenhaften im einzelnen, doch auch sehr vieles Wahre und Wertvolle enthalten (Bühler, Ueber das Leben des Jaina Mönches Hemachandra, Wien 1889, p. 4 ff.). So erscheint uns *Bāṇa* in der Tradition in ganz demselben Lichte, das seine Schriften auf ihn werfen (Verf., Göttingische Gelehrte Anzeigen 1891, p. 367) und die Erzählung von der Entstehung des Hanumannāṭaka wird in einem wichtigen Punkte als glaubwürdig erwiesen durch die beiden Dramen, die auf Steinplatten eingemeisselt worden sind (Kielhorn, Indian Antiquary, XX, p. 201 ff.). Dazu kommen die Mitteilungen, die viele Kunstdichter über sich selbst und ihre Patrone machen, wodurch die Inschriften oft in erwünschtester Weise ergänzt werden. Es zeigt sich ferner immer deutlicher, dass, wie auf andern Gebieten des indischen Lebens, auch auf dem der Literaturgeschichte, eine Kluft zwischen vedischer und klassischer Zeit nicht vorhanden ist, dass vielmehr die Entwicklung in der ältesten Zeit unter genau denselben Bedingungen vor sich ging wie in der späteren. Von jeher war die Dichtkunst in Indien zünftig und sie suchte und fand die Gunst und

den Beifall der Reichen und Fürsten. Was in der klassischen Zeit die *Praçasti* ist, war in der vedischen die *Nārāçaṃsī*. Die Bṛhaddevatā 3, 154 definiert die *Nārāçaṃsī* als die Verse des Ṛgveda die die Thaten der Könige und ihre Geschenke angeben und eine Lobpreisung (*stuti*) der Könige enthalten. Die *Dānastuti* sind also nur Teile der *Nārāçaṃsī* und bereits im Altertume ist es klar ausgesprochen worden, dass sie voll waren von Lügen. Es heisst Maitrāyaṇī Saṁhitā 1, 11, 5 (p. 167, 8): *yo gāthānārāçaṁsībhyāṁ sanoti na tasya pratigṛhyam* | *anṛtena hi sa tat sanoti* „wer durch Gāthās und Nārāçaṁsīs Geld verdient, von dem soll man nichts annehmen, denn er verdient es durch Lüge" und das Kāṭhakam fügt hinzu: *anṛtaṁ hi gāthānṛtaṁ nārāçaṁsī* „denn eine Lüge ist die Gāthā, eine Lüge die Nārāçaṁsī" (Weber, ZDMG. 15, 136; vgl. auch Zimmer, Altind. Leben, p. 170 Anm. †). Und genau so war es in der klassischen Zeit, wie die inschriftlichen Praçastis, Werke wie das Çrīharṣacaritam, das Navasāhasāṅkacaritam, das Vikramāṅkadevacaritam u. s. w., die Veröffentlichung von Arbeiten unter dem Namen des Fürsten, u. dgl. beweisen. Der Bhojaprabandha des Ballāla und der Prabandhacintāmaṇi des Merutuṅga geben uns ein anschauliches und gewiss treues Bild von dem literarischen Schmarotzertum, das sich an den Höfen der Fürsten breit machte und es wird unumwunden ausgesprochen, dass die Dichtkunst auch Geld bringt (Kāvyaprakāça 1, 2) und dass die Mühe des Dichters umsonst ist, wenn nicht ein Fürst sich darum kümmert (Somadeva, Yaçastilaka v. 30 bei Peterson, A Second Report, Bombay 1884, p. 149). In den Praçastis wird die Freigebigkeit der Fürsten hervorgehoben, gewiss wie in den Dānastutis mit dem Nebengedanken, dass der verherrlichte Fürst auch den Dichter der Praçasti nicht vergessen möge. So wird von Samudragupta gerühmt, dass Pṛthu, Rāghava u. s. w. von ihm im Goldgeben (*suvarṇadāne*) übertroffen wurden (Corpus Inscript. Indic. 3, No. 2, 7. 8), und in stets wiederkehrenden Worten wird er als Verschenker von Millionen von Kühen und Goldstücken gefeiert (No. 4, 4. 10, 2. 13, 2). Von Hastin wird gesagt, dass er Tausende von Kühen, Elefanten, Pferden, Gold und viele Ländereien schenkte (21, 5. 22, 4. 5. 23, 4. 25, 6. 7), von Guhasena, dass er das Herz der Gelehrten, Freunde und Lieblinge erfreute, dadurch dass er mehr gab, als sie verlangten (39, 6) u. s. w. Die Geldgier war zu allen Zeiten ein hervorragender Zug im Charakter der Brahmanen (Ved. Studien 1, XXIV). Das Jātakam sagt 1, 425, 20 mit dürren Worten: *brāhmaṇā dhanalolā honti*. Die Mahnung des Bilhaṇa (Vikramāṅkadevacarita 1, 26. 18, 107), dass Fürsten, die keine grossen Dichter zur Seite haben, ruhmlos und unbekannt bleiben, fiel gewiss auf guten Boden, und die Dichter werden nicht müde, dies hervorzuheben (Kalhaṇa, Rājataraṅgiṇī 1, 46. 47. Çārṅgadhara in seiner Paddhati 169. Anonymus in Subhāṣitāvali 146 = Çārṅgadharapaddhati 165. Subhāṣitāvali 186. Someçvara, Kīrtikaumudī 1, 7). Lange vor Schiller hat Bhaṭṭagovindasvāmin es ausgesprochen, dass der König mit dem Sänger gehn soll (Subhāṣit. 160); sein Gesichtspunkt ist aber nicht der ideale, dass beide auf der Menschheit Höhen wohnen, sondern der, dass beide sich gegenseitig am meisten nützen können. Wenn es der Ehrgeiz der Gelehrten war die

Stellung eines *vidyāpati* oder den Titel *kavirāja* zu erlangen, so waren auch die Fürsten nicht unempfänglich für Schmeicheleien und Lobpreisung ihrer Thaten, die sie reichlich belohnten. Maṅkha rühmt sich (Çrīkaṇṭhacarita 25, 112, vgl. 1, 56), dass seine wunderbare Dichtkunst allein fleckenlos sei und seine Rede frei von dem Vergehen das Lob von Leuten zu singen, die des Lobes nicht wert seien; aber er kann doch nicht umhin, wenigstens in fünf bis sechs Strophen dem Fürsten Schmeicheleien zu sagen (*kṣmāpacaṭūktibhiḥ pañcaṣābhiḥ* v. 117), damit seine Muse in den Versammlungen (*sabhāsu*) gekrönt werde. Wir verdanken ihm eine Schilderung einer solchen *sabhā* und auch hierin unterschied sich die vedische Zeit nicht von der klassischen (Verf., Vedische Studien 2, 115 f. Geldner, ibid. 149). In der sabhā wurden die Arbeiten zur Prüfung und Begutachtung vorgelegt und fremden Fürsten und Gesandten, wie wir aus Maṅkha ersehn, das Schauspiel eines Paṇḍitexercierens vorgeführt. Standen Ehre und Gewinn in Aussicht, so eilten Gelehrte und Dichter oft aus weiter Ferne herbei. Aus alter Zeit sei nur erinnert an *Uddālaka Āruṇi* (Geldner, Ved. Stud. 2, 185 ff.) und *Yājñavalkya*, der aus dem Lande der Kurupañcāla nach Videha wanderte in der ausgesprochenen Absicht zu disputieren und Vieh zu gewinnen (Çatapatha Brāhmaṇa 14, 6, 10, 1 = Bṛhadāraṇyaka Upaniṣad 4, 1, 1), aus späterer Zeit an *Bāṇa* und *Bilhaṇa* (Bühler, Vikramāṅkadevacarita, Introduction p. 17 f.) und an das, was von Trivikramabhaṭṭa, dem Verfasser der Nalacampū, erzählt wird (Bhaṭṭanārāyaṇaçarman in der Vorrede zu seiner Ausgabe, Bombay çak. 1807, p. 1).

Ausser den grossen Gönnern der Literatur Vikramāditya[1]), Çrīharṣavardhana Çīlāditya von Kanyākubja und Bhoja von Dhārā, ist uns noch eine nicht geringe Zahl von Fürsten bekannt, von Kaschmir bis ins Dekhan hinein, die Kunst und Wissenschaft begünstigten. Unter ihnen nimmt eine beachtenswerte Stelle ein *Lakṣmaṇasena* von Bengalen, unter dessen Regierung die bengalische Dichterschule eine glanzvolle Zeit hatte.

Wie am Hofe des Vikramāditya neun „Perlen" lebten, so an dem des Lakṣmaṇasena fünf. In einem versus memorialis, der über der Thür des sabhāgṛha des Lakṣmaṇasena eingehauen gewesen sein soll, wird gesagt, dass *Govardhana*, *Çaraṇa*, *Jayadeva*, *Umāpati* und *Kavirāja* die Perlen in der Versammlung des Lakṣmaṇasena waren:

Govardhanaç ca Çaraṇo Jayadeva Umāpatiḥ |
Kavirājaç ca ratnāni samitau Lakṣmaṇasya ca ||

(*Durgāprasāda* und *Paraba* in ihrer Ausgabe von Govardhana's Āryāsaptaçatī

1) Die Bedenken gegen die Existenz eines Vikramāditya, unter dem die neun Perlen lebten, teile ich nicht, wenn es auch noch nicht möglich ist ihn nachzuweisen und alles fabelhaft ist, was man über ihn bisher vorgebracht hat. Ich glaube auch nicht, dass der versus memorialis von den neun Perlen jetzt allen Wert verliert (Bühler, Die indischen Inschriften und das Alter der indischen Kunstpoesie, Wien 1890, p. 79). Ein später Verfasser würde ganz andere Namen als die unbekannten Kṣapaṇaka, Çaṁku, Vetālabhaṭṭa in den Vers gesetzt haben. Kālidāsas Zeit wird für mich daher durch die des Varāhamihira bestimmt.

Bombay 1886, (Kāvyamālā 1) p. 1 Anm. 1; vgl. Peterson, Subhāṣitāvali, Introduction p. 38). Die Glaubwürdigkeit dieses Verses wird vollauf bestätigt durch die Angabe eines MS. des Gītagovinda, die Bühler gefunden hat (Detailed Report p. 64), wonach Jayadeva zur Zeit des Lakṣmaṇasena die Stellung als *kavirāja* hatte: *atha Lakṣmaṇasenanāmanṛpatisamaye çrīJayadevasya kavirājapratiṣṭhā*[1]). Jayadeva aber erwähnt Gītagovinda 1, 4 neben sich alle vier in dem versus memorialis genannten Dichter, und der Scholiast E bei Lassen p. 72 sagt dazu, dass Jayadeva die Teilnehmer an der Versammlung des Lakṣmaṇasena schildere: *Lakṣmaṇasenasya sāmājikān varṇayati.*

Der älteste dieser Hofdichter des Lakṣmaṇasena ist, soweit sich dies bis jetzt beurteilen lässt, *Umāpati* oder, wie er mit vollerem Namen heisst, *Umāpatidhara.* Ueber ihn hat zusammenfassend gehandelt Aufrecht, ZDMG. 40, 142 f. Da der Name, besonders in der kürzeren Form, öfters vorkommt (Aufrecht, Catalogus Catalogorum, Leipzig 1891, p. 70), so lässt sich der Umfang der literarischen Thätigkeit unseres Umāpatidhara augenblicklich noch nicht fest bestimmen. Aufrecht teilt ihm ein Kunstgedicht *Candracūḍacarita* und die Praçasti zu, die nach dem schwachen Versuche von Metcalfe jetzt von Kielhorn in mustergültiger Weise herausgegeben und übersetzt worden ist (Epigraphia Indica I, 305 ff.). Aufrecht giebt ferner an, dass Çrīdharadāsa im Saduktikarṇāmṛta nicht minder als 92 Strophen aus Umāpatidharas Schriften unter ausdrücklicher Angabe seines Namens ausgelesen hat und dass in V, 140 berichtet werde, dass er von einem Könige Cāṇakyacandra für sein Gedicht Candracūḍacarita sehr reich belohnt worden sei. In V, 378, wo er einen Häuptling Baṭudāsa preise, werde er am Schluss Kriegs- und Friedensminister genannt. Seine Zeitgenossen unter Baṭudāsa seien der Justizminister Madhu, Sāñcadhara, Vetāla, Kavirājavyāsa gewesen (ZDMG. 40, 143). Vergleicht man damit die Angaben der Praçasti in der Rājshāhī, oder, wie sie Kielhorn richtiger nennt, Deopara-Inschrift, so ist es nicht wahrscheinlich, dass der Verfasser des Candracūḍacarita identisch ist mit dem der Praçasti. Der Praçasti nach lebte Umāpatidhara unter der Sena-Dynastie, über die zuletzt *Rājendralāla Mitra* gehandelt hat (Journal of the Asiatic Society of Bengal XLVII, Part I, 384 ff.). Nach den übereinstimmenden Angaben der Inschriften (Cunningham, Archaeological Survey of India XV, 167) folgten aufeinander *Vijayasena*, *Ballālasena*, *Lakṣmaṇasena.* Die Deopara-Inschrift ist verfasst bei Gelegenheit der Einweihung eines prächtigen Tempels des Pradyumneçvara, den Vijayasena hatte erbauen lassen und es unterliegt daher keinem Zweifel, dass Umāpatidhara unter Vijayasena blühte. Dass er auch noch unter dessen Enkel Lakṣmaṇasena lebte, ergeben die vorher (p. 5 f.) angeführten Zeugnisse. Er hat also drei Königen gedient, was an und für sich nicht unmöglich ist. Kielhorn hat nachgewiesen, dass Lakṣmaṇasena im Jahre 1119 zur Regierung kam und von diesem Jahre seine Aera datiert hat (Indian Antiquary XIX, 1 ff.; vgl. Epigraphia Ind. I, 306 f.).

1) Vgl. Hariṣeṇa 27: *pratiṣṭhitakavirājaçabdasya* Corpus Inscriptionum Indicarum III, p. 8.

Sein Vater Ballālasena gilt als Verfasser des Dānasāgara, der nach Rājendralāla Mitra im Jahre 1097 abgefasst ist (Journal of the Asiatic Society of Bengal XXXIV, Part I, 137. Notices of Sanskrit MSS. I, 151), nach Aufrecht, der von Ballālasena auch einen Adbhuta- Ācāra- und Pratiṣṭhāsāgara erwähnt, dagegen im Jahre 1169 (Catal. Catalog. p. 792), was unmöglich ist, da Kielhorns Berechnungen zweifellos sind. Ueber die Dauer der Regierung des Ballālasena können wir nichts Sicheres sagen. Rājendralāla Mitra nimmt an, dass seine Herrschaft eine lange und gesegnete war (Journal of the As. Soc. of Bengal XLVII, Part I, 399) und das wäre richtig, wenn Abu-l-Fazls Angabe, dass er 1066 auf den Thron kam, sich bewahrheiten sollte. Dann hätte er 53 Jahre regiert und Umāpatidhara wäre zur Zeit des Lakṣmaṇasena bereits ein alter Mann gewesen. Das ist nicht wahrscheinlich, kaum zu bezweifeln dagegen, wie auch Kielhorn geneigt ist anzunehmen (Epigr. Ind. I, 313, Anm. 57), dass der in Strophe 20. 21 der Deopara-Inschrift erwähnte *Nānya* identisch ist mit *Nānyadeva*, dem Gründer der Karṇāṭadynastie in Nepal, der 1097 zur Herrschaft gekommen sein soll (Verf., Katalog der Bibliothek der DMG. II, 8). Es ist durchaus möglich, dass Nānyadeva bei seinem Regierungsantritt mit Vijayasena in Kampf geriet und von ihm besiegt wurde, woran sich die Kämpfe mit dem Fürsten von Gauḍa und Kāmarūpa und dem Kaliṅga anschlossen, die in Strophe 20 der Praçasti erwähnt werden. Dann würde auch die Deopara-Inschrift ins Jahr 1097 zu setzen sein (Kielhorn: it may be assigned with confidence to the end of the eleventh century A. D.) und, wenn das Datum des Dānasāgara richtig ist, noch dasselbe Jahr als Todesjahr des Vijayasena und als das des Regierungsantritts des Ballālasena anzunehmen sein, der dann von 1097—1119 regiert haben würde. Diese Annahme ist freilich ganz unsicher. Ich glaube aber, dass Kielhorn nicht irren wird, wenn er meint, dass Vijayasenas Regierung „may reasonably be supposed to have begun about the last quarter of the eleventh century". Dann aber liegt kein Grund vor zu bezweifeln, dass Umāpatidhara noch unter Lakṣmaṇasena geblüht hat, ganz unwahrscheinlich aber wird es, dass er auch noch einer andern Dynastie gedient hat und der Verfasser des Candracūḍacarita ist. Unter den Männern, die als dessen Zeitgenossen im Saduktikarṇāmṛta genannt werden, könnte höchstens Kavirājavyāsa als identisch mit dem Kavirāja unter Lakṣmaṇasena gefasst werden. Aber auch dieser Schein schwindet bei näherem Zusehen. Aus Gītagovinda 1, 4 ergiebt sich, dass der Kavirāja des Lakṣmaṇasena vielmehr = *Dhoī* oder *Dhoyī* ist, worüber später mehr. Wie weit also die Strophen im Saduktikarṇāmṛta unserem Umāpatidhara gehören, kann ich nicht entscheiden, da mir keine Handschrift des Werkes zur Verfügung steht [1]).

---

1) Nach der Einleitung zum Saduktikarṇāmṛta bei Rājendralāla Mitra, Notices of Sanskrit MSS. 3, 140 f. war der Zusammensteller der Anthologie Çrīdharadāsa ein Sohn des Baṭudāsa und dieser ein Vasall (*mahāsāmanta*) und Freund des Lakṣmaṇasena. Das erklärt, wie Umāpatidhara den Baṭudāsa preisen konnte. Vielleicht war auch Cāṇakyacandra ein Vasall des Lakṣmaṇasena. Dann würden die geltend gemachten Bedenken schwinden.

Nach dem Scholiasten E des Gītagovinda bei Lassen p. 72 wäre Umāpatidhara, der Zeitgenosse des Lakṣmaṇasena, Arzt (*vaidya*) gewesen. Nach Merutuṅga, Prabandhacintāmaṇi p. 289 (ed. Bombay 1888) war er dagegen Minister des Lakṣmaṇasena. Merutuṅga erzählt, dass in Bengalen (*Gauḍadeçe*) in der Stadt Lakṣaṇāvatī ein König mit Namen Lakṣmaṇasena lange regierte (*ciraṁ rājyaṃ cakāra*), für den sein Minister (*saciva*) Umāpatidhara, der ein Schatz aller Klugheit war, die Herrschaft besorgte. Der König aber befleckte sich mit dem Schmutze des Umgangs mit niedrigen Weibern, indem er vor Leidenschaft blind wurde, als habe er ein Heer mit vielen brünstigen Elefanten[1]). Umāpatidhara sah wie der König es trieb, überlegte aber, dass er wegen der angeborenen Grausamkeit seines Herrn nichts dagegen sagen durfte. Deswegen wollte er ihn auf eine andere Art zur Vernunft bringen und schrieb auf die Tafel der Versammlungshalle, auf der die Geschäftsordnung verzeichnet wurde (*sabhāmaṇḍapasya bhārapaṭṭe*), folgende Gedichte mit verstecktem Sinne: *çaityaṁ nāma guṇas tavaiva* = Böhtlingk, Ind. Sprüche [2] 6522; *tvaṁ cet saṁcarase* = ibid. 2655; *chinnaṁ brahmaçiro yadi* = Çārṅgadharapaddhati 1161, übersetzt von Aufrecht, ZDMG. 27, 43.

etasmin mahati pradoṣasamaye: „Zu dieser späten Abendzeit bist du (o Mond) der einzige König. Weshalb also verleihst du dem Nachtlotos nicht die Schönheit, nachdem du die Pracht der Taglotose verhüllt hast? Die göttliche Würde in dir und die Liebe zu den Blumenreihen wie könntest du die unterdrücken? Das vermag selbst der Schöpfer nicht“ [2]).

sadvṛtta sadguṇa: „O Perlenkette, du schöngerundete und mit schöner Schnur, von unschätzbarem Werte, die du gewohnt bist an die üppigen Brüste der Geliebten, du schöne, du hast dir deine wertvollen Vorzüge nehmen lassen, da du, ach, an dem steifen Halse niedriger Weiber hängend, zerrissen bist“ [3]).

Als der König gelegentlich diese Strophen gesehn hatte, erriet er den Sinn und fasste im Innern gegen Umāpatidhara Groll. Denn: „Die Unterweisung im guten Wege pflegt Zorn hervorzurufen, wie der Anblick im Spiegel einem dem

---

1) Das Original: *sa tv anekamattamātaṅgasainyasaṅgād iva madāndhatāṁ dadhāno mātaṅgīsaṅgapaṅkakalaṅkabhājanam ajani* enthält ein Wortspiel, das sich in der Uebersetzung nicht wiedergeben lässt. Der König wird durch den Umgang mit niedrigen Frauen (*mātaṅgīsaṅga*) befleckt, indem er vor Leidenschaft (*mada*) blind wird, sowie ein König vor Hochmut blind wird, der ein Heer mit vielen brünstigen Elefanten (*mattamātaṅga*) hat. *mātaṅgī* ist wohl direkt = „Hetäre“; vgl. Verf., Ved. Stud. 2, 123.

2) Im Original ist auch hier ein Doppelsinn vorliegend. *brāhmī sthitiḥ* auf den König bezogen, erklärt sich aus Stellen wie Manu 7, 7 *so* (scil. *rājā*) *'gnir bhavati Vāyuç ca so 'rkaḥ Somaḥ sa Dharmarāṭ*; 7, 14 *brahmatejomayaṃ daṇḍam asṛjat pūrvam īçvaraḥ*; 7, 82 *viprāṇāṃ pūjako bhavet | nṛpāṇām akṣayo hy eṣa nidhir brāhmo vidhīyate* u. s. w. Und *sumanaḥçreṇīṣu saṅ bhāvanā* bedeutet auf den König bezogen „die Liebe zu den Scharen der Gutgesinnten“.

3) Im Texte sind *sadvṛtta*, *sadguṇa*, °*taṭocita*, °*vilagna* als Vocative abzutrennen und der Strich hinter °*mūlya* zu tilgen. *sadvṛtta* auf den König bezogen, bedeutet „der du guten Charakter hast“, *sadguṇa* „der du edle Eigenschaften besitzest“. *mahārham* kann, wenn die Lesart richtig ist, nur auf *guṇitvam* bezogen werden.

die Nase abgeschnitten worden ist“ [1]). Demgemäss entsetzte er ihn aus Entrüstung seines Amtes. Als der König einst aus einem Feldzuge (*rājapāṭikā*) zurückkehrte, sah er ihn in übler Lage, einsam und mittellos und schickte zornig durch den Elefantenwärter einen Elefanten, um ihn zu töten. Der aber sagte zu dem dasitzenden: „Während ich vor dem Könige etwas spreche, wehre du schnell den Elefanten ab“. Nachdem er dessen Worten entsprechend gehandelt hatte, sprach Umāpatidhara: *nagnas tiṣṭhati*: „Er ist nackt, sein Körper grau von Staub, er besteigt einen Stier, er spielt mit Schlangen, er tanzt indem er ein bluttriefendes Elefantenfell trägt — auf diese und ähnliche Weise treibt es Çiva gegen die gute Sitte und doch tadeln ihn die Lehrer nicht, die auf ihn ihre Liebe richten“. Der König bändigte den Elefanten seines Sinnes durch den Haken von dessen Verstand, empfand über seinen Lebenswandel starke Reue [2]), tadelte sich heftig, beseitigte allmählich dessen Unglück und machte ihn wieder zu seinem ersten Minister.

Von den Strophen, die Merutuṅga hier dem Umāpatidhara zuschreibt, wird die erste *çaityaṁ nāma* von Kavibhaṭṭa, Padyasaṁgraha 17 (bei Haeberlin, Kávya-Sangraha p. 531 f.) dem Lakṣmaṇasena in den Mund gelegt, die dritte *chinnaṁ brahmaçiro yadi* von Çārṅgadhara dem Dhoī zugeteilt, also ebenfalls in die Zeit des Lakṣmaṇasena gesetzt. Die Strophe *tvaṁ cet saṁcarase* habe ich citiert gefunden bei Çobhākara, Alaṁkāraratnākara fol. 30ª und 64ᵇ (MS. Bühler, Det. Rep. No. 227, jetzt = Shridhar R. Bhandarkar, A Catalogue of the Collections of Manuscripts deposited in the Deccan College, Bombay 1888, p. 85 No. 227). Die Zeit des Çobhākara kann ich nur soweit bestimmen, dass er höchst wahrscheinlich jünger ist als Ruyyaka, der in den Anfang des 12. Jahrhunderts fällt (Bühler, Det. Rep. p. 51. 68. Verfasser, Rudraṭa's Çṛṅgāratilaka and Ruyyaka's Sahṛdayalīlā, Kiel 1886, Introduction p. 27 ff.). Beide Rhetoriker stimmen in ihren sūtra oft auffallend überein und Çobhākara ist in der Regel kürzer, also wohl auch später. Jayaratha citiert ihn öfter in seiner Alaṁkāravimarçinī. Von Seiten der Chronologie ist also gegen die Verfasserschaft des Umāpatidhara nichts einzuwenden. Die übrigen Strophen habe ich nirgends citiert gefunden. Immerhin bleibt es beachtenswert, dass zwei von den Strophen bei Merutuṅga auch von andern Quellen in die Zeit des Lakṣmaṇasena gesetzt werden und dass Merutuṅga dem Lakṣmaṇasena eine lange Regierung zuteilt.

Unsicher bleibt zunächst auch die Verfasserschaft der beiden Strophen in der Çārṅgadharapaddhati 755 und 3490. Sehr wahrscheinlich aber ist unser Umāpatidhara gemeint, da Çārṅgadhara auch Govardhana, Jayadeva und Dhoī Çrutadhara benutzt hat, also fast alle von Jayadeva erwähnten zeitgenössischen Dichter. Sicher gehören dem Umāpatidhara an vier Strophen in der *Padyāvalī* des *Rūpagosvāmin*. Von diesem Werke konnte ich zwei Handschriften benutzen:

---

1) Für *prāyaḥ santi prakopāya* wird, da es sich offenbar um ein Citat handelt, etwa zu lesen sein: *prāyeṇa hi prakopāya*.

2) Nach der Lesart von C.

K = Kielhorn, Report on the Search for Sanskrit MSS. in the Bombay Presidency during the year 1880—81, Bombay 1881, Appendix p. 87 No. 67 = Shridhar R. Bhandarkar p. 56 No. 67. Ferner *T* = Systematisch-alphabetischer Hauptkatalog der Königlichen Universitätsbibliothek zu Tübingen M. a. I., Tübingen 1865, p. 12 No. 234. Die Benutzung verdanke ich der Güte des Herrn Prof. Dr. Roth. Diese beiden Handschriften weichen sehr erheblich von einander ab, nicht selten auch in den Angaben der Verfasser der Strophen. Während die Devanāgarī-Handschrift K ziemlich inkorrekt ist, ist die Bengālī-Handschrift T ausserordentlich korrekt, ausserdem durchkorrigiert, oft mit Markierung der Abteilung der Worte und mit Glossen am Rande. T verdient bei weitem den Vorzug und wird von mir stets in erster Linie berücksichtigt werden.

Die Padyāvalī ist eine Anthologie von Strophen, die sich auf Kṛṣṇa beziehen oder von dem Sammler auf ihn bezogen werden, teilweise ganz mit Unrecht. In keiner der beiden Handschriften wird der Sammler in den Unterschriften genannt. Dass es Rūpagosvāmin ist, ergiebt sich aber aus einer Vergleichung der Angaben innerhalb der Handschriften. So tragen die drei auf einander folgenden Strophen *nāmāni praṇayena teṣu kṛtinām* | *saṁsārāmbhasi saṁbhṛta*⁰ | *vivṛtavividhabādhe* | in K die Unterschrift *çrīmadRūpagosvāminām*, in T aber *ete samāhartuḥ*. Das Gleiche ist der Fall bei den Strophen *tvam asi viçuddhā* (K: *çrīRūpagosvāminām*, T: *samāhartuḥ*), den auf einander folgenden Strophen: *uttiṣṭhārāt* (K ⁰*ṭhāgre*) *tarau me* | *muktā taraṅganivahena* (K: *çrīmadRūpagosvāminām*, T: *samāhartur imau*) und oft sonst. Ausserdem wird die Arbeit dem Rūpagosvāmin ausdrücklich zugeteilt in der Handschrift Bühler, Det. Report, App. I, p. 10 No. 147 = Shridhar R. Bhandarkar, Catalogue VIII, p. 80 No. 147.

Eine Uebersicht über die von Rūpagosvāmin benutzten Autoren hat Roth gegeben (Hauptkatalog p. 12 f.). Hinzuzufügen sind: *Autkala* „der aus Orissa", zu dessen Namen zu vergleichen sind *Gauḍīya* „der aus Gauda", *Tairabhukta* (so liest K und einmal auch T für *Tairabhuktakavi*) „der aus Tirhut", *Dākṣiṇatya* „der aus dem Dekhan", *Vāṅga* „der aus Bengalen", alles Dichternamen in der Padyāvalī; ferner: *Sāraṅga* (T *Çāraṅga*) und *Sarvajña*. Der ebenfalls angeführte *Çrīmat* ist vielleicht identisch mit *Çrīmatprabhu*, *Sanātagosvāmin*, wie beide Handschriften lesen, gewiss mit *Sanātanagosvāmin*. Für Roths *Karācārya* wird die richtige Form des Namens sein *Çrīkarācārya*, wie die Handschriften haben, wie auch in *Çrīgarbhakavīndra* das Wort *çrī* einen notwendigen Bestandteil des Namens ausmachen wird, gerade so wie in *Çrīnivāsācārya*, dem Scholiasten der Çakuntalā. Für *Karṇapūra* habe ich *Karṇapūrṇa* notiert; in K fehlt die Strophe. *Keçavachattrin* heisst in K nur *Keçava*; *Puruṣottamadeva* erhält in K die Bezeichnung *Gajapatīpuruṣottamadeva*; für *Puṣkarākṣa* liest K *Puṣkarākhya*; zu *Bhūpati* hat T die Randglosse *Bhavabhūti* und so liest K bei der Strophe *dalati hṛdayaṁ gāḍhodvegam* (= Mālatīmādhava p. 123 ed. Calc. 1866), während die zweite Strophe *bhramaya jaladān ambhogarbhān* (Mālatīm. p. 132) in K anonym gegeben wird. Für *Mayūra* liest K *Madhura*, was zu *Baṁdhura* verbessert wird; für *Māradākāra* lese ich *Sāvadākāra* oder *Sāradākāra*; in K ist die Strophe anonym; für

Çāntika hat K *Çāntikara*; für *Çiromaulīnām* hat K *Çivamaulinām*, und so hat auch T von erster Hand; für *Çubha* lese ich *Çubhra* in beiden Handschriften; *Çubhāñka* heisst in K mehrmals *Çubhāñga*, *Saṁjayakaviçekhara* dort vielmehr *Kaviçekharasaṁjaya*, daneben kürzer nur *Kaviçekhara* oder *Saṁjaya*; *Sarvāñka* habe ich gar nicht notiert, für *Sārvabhaṭṭabhaumācārya* lesen beide Handschriften *Sārvabhaumabhaṭṭācārya*; für *Sāhnika* lese ich in beiden Handschriften *Sāhloka*; für *Sudeva* hat K *Vasudeva*. Ausserdem hat K allein noch *Kṛṣṇabhaṭṭa*, *Çrīcaraṇāḥ* und *Mañgaja* (vielleicht nur fehlerhaft für *Mañgala*), wofür T andere Autoren hat. Anderes Unsichere bleibe hier bei Seite. Die Zeit des *Rūpagosvāmin* wird sicher bestimmt durch die beiden Dichter, die in Roths Verzeichnisse fehlen, aber auch in T sich finden: *Sanātanagosvamin* und *Sarvajña*. Rūpagosvāmin wird in K auch *Rūpa*, *Rūpopādhyāya* und *Rūpadeva* genannt und ist ein Nachkomme des *Sarvajña* und Bruder des *Sanātanagosvāmin*. Zu seinen Verwandten gehören auch die von ihm erwähnten Dichter *Jagannātha*, *Mukunda* und *Harihara* (Aufrecht, Catal. Catalog. p. 533. 693. 701). *Sanātanagosvāmin* war aber ein Schüler des *Caitanyadeva*, der von 1484—1527 gelebt hat (Aufrecht, l. c. 190. 693). Die Zeit des Rūpagosvāmin ist also die erste Hälfte des 16. Jahrhunderts. Er stellte die Padyāvalī zusammen unter Aufsicht oder Anleitung des *Madanagopāla*, der wohl sein Lehrer war. K hat fol. 30ᵇ:

çrīmanMadanagopālacaraṇadvaṁdvasaṁnidhau |
Padyāvalī vilikhitā kena cid dvijabandhunā ||

Dass nun der in der Padyāvalī erwähnte Umāpatidhara der Hofdichter des Lakṣmaṇasena ist, ergiebt sich mit Sicherheit daraus, dass auch die übrigen Dichter dieses Kreises von Rūpagosvāmin herangezogen worden sind. Am Schlusse der Padyāvalī wird ausdrücklich gesagt, dass Jayadeva absichtlich weggelassen sei:

JayadevaBilvamañgalamukhaiḥ[1]) kṛtā ye 'tra santi saṁdarbhāḥ |
teṣāṁ padyāni vinā samāhṛtānītarāṇy atra[2]) ||

Mit dieser Ausnahme werden Strophen citiert von *Kavirāja*, *Govardhana*, *Çaraṇa*, also von allen in dem versus memorialis erwähnten Dichtern, ausserdem drei Strophen, die *Lakṣmaṇasena* selbst zugeschrieben werden. Diese sind:

1) K fol. 15ᵇ = T fol. 18ᵇ:

Kṛṣṇa tvadvanamālayā saha kṛtaṁ kenāpi kuñjodare
gopīkuntalabarhadāma[3]) tad idaṁ prāptaṁ mayā gṛhyatām |
itthaṁ mugdhamukhena gopaçiçunā khyāte trapānamrayo
RādhāMādhavayor jayanti valitasmerālasā dṛṣṭayaḥ ||

„O Kṛṣṇa, jemand hat in der Laube die Blätterguirlande des Haares einer Hirtin mit deinem Waldblumenkranze vereinigt; ich habe sie gefunden; nimm sie! Heil sei den vor Scham gesenkten, sich wendenden, lachenden und müden Blicken

1) T °*Billa*°.

2) K *vināparāṇi vata sañgṛhītāni*.

3) T 2. Hand, Rand °*varddha*°. Aus K habe ich nicht alle Varianten notiert. Hier und sonst ist daher die Lesart von T zugrunde gelegt.

von Rādhā und Mādhava, als so ein Hirtenkind naiven Mundes gesprochen hatte!"

2) K fol. 16ᵃ = T fol. 18ᵇ:

āhūtādya mayotsave[1]) niçi gṛhaṁ çūnyaṁ vimucyāgatā
kṣībaḥ preṣyajanaḥ kathaṁ kulavadhūr ekākinī yāsyati |
vatsa tvaṁ tad imāṁ nayālayam iti çrutvā Yaçodāgiro
RādhāMādhavayor jayanti madhurasmerālasā dṛṣṭayaḥ ||

„Sie wurde heut von mir bei dem Feste herbeigerufen und ist in der Nacht, das leere Haus verlassend, hergekommen. Die Diener sind trunken. Wie kann eine anständige Frau allein gehn? So führe du, Lieber, sie nach Hause! Heil sei den reizenden, lachenden und müden Blicken von Rādhā und Mādhava, als sie diese Worte der Yaçodā gehört hatten!"

3) K fol. 20ᵃ = T fol. 23ᵇ:

tiryakkaṁdharam aṁsadeçamilitaçrotrāvataṁsaṁ sphurad-[2])
barhottambhitakeçapāçam anṛjubhrūvallarīvibhramam |
guñjadveṇuniveçitādharapuṭaṁ sākūtaRādhānana-[3])
nyastāmīlitadṛṣṭi[4]) gopavapuṣo Viṣṇor mukhaṁ pātu vaḥ ||

„Es schütze euch das Antlitz des Viṣṇu, der die Gestalt eines Hirten trägt, (das Antlitz) dessen Hals seitwärts gerichtet ist, dessen Ohrgehänge die Schultern berühren, dessen Haarschopf durch eine schwingende Pfauenfeder erhöht ist, das kokettiert mit den Ranken der gekrümmten Brauen, an dessen Lippenöffnung die tönende Rohrflöte gesetzt ist und dessen ein wenig geschlossene Augen auf das aufmerksame Gesicht der Rādhā gerichtet sind!"

In K tragen alle drei Strophen die Unterschrift: || *Lakṣmaṇasenanṛpasya* ||, in T die erste || *çrīLakṣmaṇasenadevasya* ||, die zweite *çrīLakṣmaṇasenasya* ||, die dritte || *Lakṣmaṇasenadevasya* ||. Keine habe ich sonst irgendwo citiert gefunden. Lakṣmaṇasena ist als Dichter noch bekannt durch die Strophe *tāpo nāpagatas tṛṣāpi na kṛçā* Çārṅgadharapaddhati 923 = Böhtlingk, Ind. Sprüche ²2534. Die Strophe findet sich in dem Padyasaṁgraha des Kavibhaṭṭa (Haeberlin, Kávya-Sangraha p. 532) und wird dort Ballāla zugeschrieben, während die vorhergehende Strophe *çaityaṁ nāma guṇas tavaiva*, wie schon erwähnt (p. 9), dem Lakṣmaṇasena zugeteilt, in der Çārṅgadharap. 1165 dagegen anonym gegeben wird. Nach Aufrecht (Catal. Catalog. p. 537) wird Lakṣmaṇasena auch im Saduktikarṇāmṛta aufgeführt. Auf ihn wird auch zu beziehen sein die Strophe 39 der Einleitung von Govardhana's Aryāsaptaçatī:

sakalakalāḥ kalpayituṁ prabhuḥ prabandhasya kumudabandhoç ca |
Senakulatilakabhūpatir eko rākāpradoṣaç ca ||

„Nur der Fürst, der eine Zierde der Sena-Familie ist, und ein Vollmondsabend kann alle Kalās (Kunstgriffe und Sechzehntel) eines Werkes und des Mondes ausführen". Der Scholiast Ananta bezieht dies auf Pravarasena, den angeblichen

1) T *mahotsave.* 2) K *°taṁsasphurad°.* 3) KT *sākūta.* 4) Randglosse in T *īṣanmīlitā.*

Verfasser des Setubandha, was, wie schon Peterson bemerkt hat (Subhāṣitāvali, Introduction p. 38) eine offenbare Absurdität ist. Ohne die Lakṣmaṇasena zugeschriebenen Verse könnte man geneigt sein an Ballālasena zu denken, der als Schriftsteller bekannter ist.

Von Umāpatidhara giebt die Padyāvalī die folgenden vier Strophen:

1) K fol. 11[b] = T fol. 14[a]:

Kālindīpuline mayā nanu [1]) mayā çailopaçalye [2]) nanu [1])
nyagrodhasya tale mayā nanu [3]) mayā Rādhāpituḥ prāṅgaṇe |
dṛṣṭaḥ Kṛṣṇa itīrite saniyamaṁ gopair Yaçodāpater
vismerasya puro hasan nijagṛhān niryan [4]) Hariḥ pātu vaḥ ||

„Hari schütze euch, der vor den Augen des erstaunten Mannes der Yaçodā lachend aus seinem Hause tritt, als die Hirten mit Bestimmtheit gesagt hatten: Von mir ist Kṛṣṇa auf der Insel der Kālindī gesehn worden, von mir in der Nähe des Felsens, von mir unter dem Feigenbaume, von mir im Hofe des Vaters der Rādhā“.

2) K fol. 20[a] = T fol. 23[b]:

bhrūvallīkalanaiḥ [5]) kayāpi nayanonmeṣaiḥ kayāpi smita-
jyotsnāvicchuritaiḥ kayāpi nibhṛtaṁ saṁbhāvitasyādhvani |
garvodbhedakṛtāvahelalalitaçrībhāji Rādhānane
sātaṅkānunayaṁ jayanti patitāḥ Kaṁsadviṣo dṛṣṭayaḥ ||

„Heil sei den Blicken des Feindes des Kaṁsa, die scheu und versöhnlich auf das Antlitz der Rādhā fallen, das eine Schönheit aufweist, die reizend ist durch die durch den Ausbruch ihres Hochmuts bewirkte Geringschätzung, als er auf dem Wege von der einen mit Bewegung der Augenbraulianen, von einer andern mit Aufschlag der Augen, von einer andern mit Leuchten des Mondscheins des Lächelns heimlich begrüsst wurde“.

3) K fol. 29[a] = T fol. 33[a]:

ratnacchāyāchuritajaladhau mandire Dvārakāyāṁ [6])
Rukmiṇyāpi prabalapulakodbhedam āliṅgitasya |
viçvaṁ pāyān masṛṇaYamunātīravānīrakuñje
Rādhākelībharaparimaladhyānamūrchā Murāreḥ ||

„Es schütze alles das tiefe Nachdenken des Murāri an den Genuss der vielen Liebesspiele mit Rādhā in der Rohrlaube am weichen Ufer der Yamunā, (des Murāri) der in Dvārakā in seinem Palaste in dem von Edelsteinschimmer erfüllten Meere unter starkem Ausbruch von Härchensträuben auch von Rukmiṇī umarmt wird“.

In T ist die Unterschrift *Umāpatidharabhaṭṭasya.*

4) K fol. 29[a] = T fol. 33[a]:

nirmagnena mayāmbhasi praṇayataḥ pālī samāliṅgitā
kenālīkam idaṁ tavādya kathitaṁ Rādhe mudhā tāmyasi |

---

1) T na na. 2) K °çailye. 3) T *om.* nanu: Am Rande steht *na na* als vor *mayā* einzuschieben. 4) K °gṛhe līyan. 5) K °calanaiḥ. 6) K. Dvārakāyā.

ity utsvapnaparaṁparāsu çayane çrutvā vacaḥ çārṅgiṇo
Rukmiṇyā çithilīkṛtaḥ sakapaṭaṁ kaṇṭhagrahaḥ[1]) pātu vaḥ ||

„Es schütze euch die Umarmung der Rukmiṇī, die von ihr scheinbar gelöst wurde, als sie auf dem Lager unter den Reden im Traume folgende Worte des Bogenträgers (i. e. Kṛṣṇa) gehört hatte: Wer, o Rādhā, hat dir heut die Lüge erzählt, dass von mir als ich im Wasser untergetaucht war aus Liebe eine Hirtin umarmt worden ist? Du bist ohne Grund ausser dir“.

Diese Strophe folgt unmittelbar auf die vorher gegebene *ratnacchāyā*° und hat in T die Unterschrift *tasyaiva*, wird also Umāpatidhara zugeteilt, in K dagegen ist sie unterschrieben *kasya cit*, also anonym. T's Angabe wird nicht zu bezweifeln sein, da die Handschrift sich auch sonst als höchst zuverlässig erweist. Ausserdem weist die Strophe ganz den Stil Umāpatidharas auf.

Ueber ihn hat schon Jayadeva, Gītagovinda 1, 4 ein Urteil abgegeben in den Worten: *vācaḥ pallavayaty Umāpatidharaḥ*. Bereits die Scholiasten finden zum grossen Teil darin einen Tadel ausgesprochen und ihnen sind die europäischen Gelehrten gefolgt. Caitanyadāsa in der Bālabodhinī (A bei Lassen, Annotatio p. 71) sagt: *Umāpatidharanāmā kaviḥ pallavayati vistārayati mātraṁ na kāvyaguṇayuktāḥ karoti* (scil. *vācaḥ*) | *pallavagrāhī doṣo 'sya* | Mānāṅka erklärt: *Umāpatir vācaḥ pallavayati kevalaṁ komalāṁ vācaṁ vistārayati ity arthaḥ* || Nārāyaṇapaṇḍita: *Umāpatidharaḥ* (ed. Bombay. saṁvat 1940 °*dharo nāma*) *kavir vāco vacanāni paraṁ* (*om.* ed. Bomb.) *pallavayati vistārayati na tu* (*om.* MS. B. 504 der DMG.) *guṇādikam* (ed. Bomb. *guṇān*) || Der Commentator E: *Umāpatidharo nāma vaidyaḥ* (so!) *vāco vāṇīḥ pallavayati* | *alpām api vāṇīṁ bāhulyena nibadhnāti* || Dementsprechend sagt Lassen: „*pallavayati* A. et E. optime explicant de florida, sed inani oratione“ und er übersetzt: „orationes floridulas condit Umāpatidharas“. Aufrecht sagt (ZDMG. 40, 142), Jayadeva werfe dem Umāpatidhara Weitläuftigkeit oder zu grosse Breite im Stile vor. Das Urteil sei gerecht, treffe aber die ganze bengalische Schule. Böhtlingk im kürzeren Wörterbuch erklärt *vācaḥ pallavaya-* mit „viele Worte machen“. Kielhorn (Epigraphia Indica I, 305) übersetzt Jayadevas Worte mit „Umāpatidhara makes the words sprout, i. e. his diction is verbose“ und fügt hinzu „this short characteristic well fits the poem which we have here before us“.

So gerechtfertigt diese Urteile von unserem Standpunkte aus sind, so wenig können sie Jayadevas Ansicht wiedergeben. Jayadeva spricht in der Strophe keinen Tadel aus und stellt sich selbst nicht über seine Zeitgenossen, wie die Scholiasten annehmen. Vielmehr hebt er hervor, wodurch sich jeder auszeichnet: Jayadeva versteht es die Worte tadellos und kunstmässig aneinander zu reihen, Çaraṇa ist zu rühmen als Meister in der schwer zu verstehenden Schnelldichtung, niemand kann wetteifern mit Govardhana im Verfassen von trefflichen Schilderungen, die von Liebe voll sind, der berühmte, gedächtnisstarke Dhoī ist der Fürst der Dichter. Wie sollte Jayadeva neben diesen Urteilen über

1) T °grahaṁ.

seine übrigen Zeitgenossen darauf verfallen, Umāpatidhara auch nur in der leisesten Art zu tadeln? Das ist ganz ausgeschlossen. *pallavaya-* kommt in der Kunstpoesie viel häufiger vor, als man nach den Citaten in den Wörterbüchern annehmen könnte. Es heisst zunächst „Schösslinge treiben", „Schösslinge ansetzen". So steht Bhāvaçataka 72: *vallīdrumāḥ pallavitā babhūvuḥ* „die Vallībäume wurden mit Schösslingen versehn" = „trieben Schösslinge". Anyōktimuktālatā 45 *pallavito 'si kiṁ lavaṅga* „weshalb treibst du Schösslinge, o Gewürznelkenbaum?" Bhojaprabandha (ed. Calc. 1883) p. 51, 19 = Çārṅgadharapaddhati 781 *tvayi varṣati Parjanye sarve pallavitā drumāḥ* „wenn du, Parjanya, regnest, treiben alle Bäume Schösslinge". Çārṅgadharap. 1018 = Ind. Sprüche 7791 *kati pallavitā na puṣpitā vā taravaḥ santi samantato vasante* „wie viele Bäume treiben nicht allerwärts im Frühling Schösslinge oder Blüten?" Çārṅgadharap. 1019 *snigdhaṁ pallavitaḥ . . . ko 'py eṣa cūtadrumaḥ* „dieser Mangobaum treibt zarte Schösslinge". Uebertragen: Rudraṭa, Kāvyālaṁkāra 9, 13:

pallavitaṁ candrakarair akhilaṁ nīlāçmakuṭṭimorvīṣu |
tārāpratimābhir idaṁ puṣpitam avanīpateḥ saudham ||

„Dieser ganze Palast des Fürsten trieb durch die Mondstrahlen auf dem Estrich von Sapphir (gleichsam) Schösslinge und durch den Widerschein der Sterne Blüten". Bālarāmāyaṇa 105, 4 *pallavidakodūhalavallī . . . vaṭṭāmi* „die Schlingpflanze meiner Neugier treibt Schösslinge". Aus der Bedeutung „Schösslinge treiben" entwickelt sich sodann die Bedeutung „etwas in grosser Menge hervorbringen", „reichlich versehn mit", „reichlich bewirken", „anfüllen", „weiter ausführen" u. dgl. Genau so ist es mit *kandalaya-*, das ein Synonymum zu *pallavaya-* ist. So steht Gītagov. 3, 16 *Madhusūdanasya . . Rādhāmukhendau . . kandalitāḥ . . . kaṭākṣormayaḥ* „die Wellen der Seitenblicke des Madhusūdana, die auf dem Monde des Antlitzes der Rādhā hervorgebracht sind". Für *kandalitās* liest (oder erklärt) der Scholiast Nārāyaṇa in der Bombayer Ausgabe *pallavitās*; das MS. der DMG., das auch sonst sehr abweicht, liest aber auch im Commentar *kandalitās*. Als Beispiele seien angeführt: Kaṁsavadha 2, 13 *çreyaḥ pallavayati . . . satāṁ saṁgatam* „der Umgang mit Guten erzeugt viel Glück". Someçvara, Kāvyādarça fol. 120 (MS. Kielhorn, Report for 1880/81 p. 87 No. 66) *svam ākūtaṁ dhātā kim api nibhṛtaḥ pallavayati* „seine Absicht führt der Schöpfer ganz geheim aus". Nach Someçvara stammt die Strophe *araṇyānī kveyaṁ dhṛtakanakasūtraḥ kva sa mṛgaḥ*, deren letzten Vers das angeführte Beispiel bildet, aus dem Navasāhasāṅka, also von Padmagupta-Parimala. Kuṭṭanīmatam 819 *nihatāsphuṭābhidhānaiḥ pallavayantī smarasya kartavyam* „indem sie durch die tief und undeutlich ausgesprochenen Worte die Aufgabe des Liebesgottes ausführte". Dharmaçarmābhyudaya 6, 23 *utkṣiptaketupaṭapallavitāntarikṣe cikṣepa tīkṣṇarucir atra pure na pādān* „die Sonne warf ihre Strahlen nicht auf diese Stadt, die den Luftraum erfüllte mit den aufgesteckten Fahnen". Daçakumāracaritam 26, 7 *rāgapallavitahṛdayena Rājavāhanena . . . Avantisundarīṁ . . . saṁyojayām āsa* „er vereinigte die Avantisundarī mit Rājavāhana, dessen Herz von Liebe erfüllt war". Subhāṣitāvali 2064 *asamañjasoktimadhurasmitapallavitaṁ . . . samullapitam* „das Geplauder,

das voll ist von unrichtigen Worten und reizendem Lachen". Pañcastavī 1, 19 *āīpallavitaiḥ parasparayutair dvitrikramādyakṣaraiḥ . . . nāmāni Tripure bhavanti khalu yāny atyantaguhyāni te* „die überaus geheimen Namen die du in Tripura führst, die mit Buchstaben ausgestattet sind unter denen *ā* und *ī* oft vorkommen, die mit einander verbunden sind und zwei-, drei- u. s. w. gliedrigen Krama aufweisen". Vāsavadattā 115, 1 *vanagajeneva pallavapallavitarucinā* „wie von einem wilden Elefanten, der auf Schösslinge gerichtetes Verlangen hat". 232, 4 *Pallavike pallavaya karpūradhūlibhiḥ kṛtrimaketakīkānanam* „Pallavikā, bringe durch Kampferstaub einen künstlichen Ketakīwald hervor". Alaṁkāraçekhara (ed. Benares saṁvat 1923) fol. 4ª *tad etat pallavayanti Çrīpādāḥ* „das setzt Çrīpāda näher auseinander". Weder in diesen, noch in den von Böhtlingk angeführten Stellen, noch sonst hat *pallavaya-* einen ungünstigen Nebensinn. Die Lexikographen geben für *pallava* unter anderen Bedeutungen stets auch die von *vistara* oder *vistāra* an, wie *pallavayati* durch *vistārayati* erklärt wird. Darin liegt aber an sich kein Tadel, den man durch *pallavagrāhin* bewogen hineingetragen hat. *pallavagrāhin* aber heisst „Schösslinge erfassend", „sich an Schösslinge anhaltend" und erhält dann weiter die Bedeutung „dealing with trifles", „diffusive or superficial", wie Apte (Sanskrit-English Dictionary p. 687) richtig angiebt[1]). Die ungünstige Bedeutung liegt also nicht in *pallava* an sich, sondern im ganzen Kompositum. Wenn es also von Umāpatidhara heisst *vācaḥ pallavayati*, so bedeutet das „er bringt viele Worte hervor" im Sinne von „er ist ein Meister in der Lexikographie", = er versteht es Worte und Wortbedeutungen in seinen Werken in Fülle anzubringen[2]). Und das stimmt zu dem was Umāpatidhara in der Deopara-Inschrift Strophe 35 von sich selbst rühmt: *eṣā kaveḥ padapadārthavicāraçuddhabuddher Umāpatidharasya kṛtiḥ praçastiḥ* „this eulogy is the work of the poet Umāpatidhara, whose understanding is purified by the study of words and their meanings" (Kielhorn), ein weiterer Beweis dafür (wenn es überhaupt eines solchen bedarf), dass der Verfasser der Praçasti identisch ist mit dem von Jayadeva erwähnten Dichter. Ich habe, ohne nach Vollständigkeit zu streben, aus der Praçasti nicht weniger als 25 Worte aufgezeichnet, die in den Petersburger Wörterbüchern teils ganz fehlen, teils in Bedeutungen stehen, die als unbelegt dort angegeben sind, wobei ich absehe von Wörtern wie *kacchānta* 307, 29; *kālabhujaga* 307, 32; *uragendra* 311, 1; *uttaṁsatā* 311, 15 und dergl. Ganz fehlen: *ardhāṅganāsvāmin* „der Herr der halb ein Weib ist" = Çiva (cfr. *ardhanārīçvara*) 310, 31; *uccitra* „bunt" 310, 31; *ucchapatha* „des Eides ledig" 310, 21; *garuḍamaṇi* „Smaragd" 311, 3; *pratikṣitibhṛt* „feindlicher Fürst" 309, 20; *pratisubhaṭa* „feindlicher Soldat" 307, 26; *pradyumneçvara* Name eines Gottes, 307, 13;

---

1) Man vergleiche auch unter *pallavita* das Beispiel *alaṁ pallavitena* „enough of further amplification or expatiation". Ich kann das belegen aus dem Commentare des Jagannātha zu seinem Prāṇābharaṇa v. 51.

2) Nach einer freundlichen Mittheilung von Zachariae hat Mahendra zu Hemacandras Anekārthasaṁgraha unter *pallava* für die Bedeutung *vistara* das Beispiel: *vācaḥ pallavitā iva*.

mārāṅka 308, 17. Die Bedeutung dieses Wortes ist zweifelhaft. Ich habe es noch Gītagovinda 12, 12 gefunden: *mārāṅke ratikelisaṁkularaṇārambhe.* Caitanyadāsa hat nach Lassen nur die Erklärung *kelipakṣe māraḥ*, Nārāyaṇa erklärt nach ihm *mārāṅke* mit *kāmacihne.* Die Handschrift der DMG. hat: *mārasya kāmasyāṅkaṁ cihnaṁ yasmin ratikeliḥ suratakrīḍā cumbanādis tayā saṁkulo vyāpto yo raṇaḥ saṁgrāmas tasyārambhe upakrame kāmayuddhārambha ity arthaḥ.* Ganz verschieden ist der Text in der Bombayer Ausgabe, obwohl es der desselben Scholiasten sein soll: *mārāṅke mārāṅkasaṁjñake ratikelisaṁkularaṇārambhe suratakrīḍātumulayuddhārambhe.* Hält man damit die Worte der Deopara-Inschrift zusammen: *amuṣmān nijabhujamadamattārātimārāṅkavīraḥ abhavad . . . Hemantasenaḥ*, so scheint mir, dass sich für *mārāṅka* die Bedeutung „Kampf" ergiebt, dann „Liebeskampf". *mārāṅkavīra* bedeutet also dasselbe wie *yuddhavīra* (B-R. s. v.) = „ein Held in der Schlacht". *çūraṁmanya* „sich für einen Helden haltend" 309, 27; *çmaçānavasati* „Çiva" 310, 33; *saṁgaracatvara* „Schlachtfeld" 307, 31. In bisher unbelegten Bedeutungen stehn *ullola* „eine hohe Welle" 307, 28; *kāpālika* „Çiva" in *kalpakāpālika* „Çiva am Ende der Welt" 311, 5; *kumbha* „Kuppel" 310, 25; *kuṣmāṇḍī* „Beninkasa cerifera" 310, 3; *khelāya-* „schwingen" 307, 32; *ghaṭā* „Trupp" 307, 33; *talla* „Teich" 310, 11; *digambara* „Çiva" 310, 31; *bileçaya* „Schlange" 310, 26; *brahmavādin* „Zauberer" 307, 26; *bhikṣābhuj* „Çiva" 310, 33; *vāstospati* (so!) „Indra" 311, 13; *saraka* „Karavane" 308, 5; *saraṇi* „Reihe" 308, 34. Das ist eine grosse Zahl für ein Gedicht von 36 Strophen, und wer die Praçasti sorgfältig durchliest, wird sich dem Eindrucke nicht entziehen können, dass Umāpatidhara ein Meister in der Handhabung der Sprache war.

Bekannter als Umāpatidhara ist sein jüngerer Zeitgenosse *Jayadeva.* Der Name Jayadeva kommt in der Literatur noch häufiger vor als der des Umāpatidhara. Bereits Aufrecht hat nach Möglichkeit eine Scheidung vorgenommen (Catal. Catalog. p. 199 f.) und Anundoram Borooah mit Recht hervorgehoben, dass Jayadeva, der Verfasser des Prasannarāghava, ganz verschieden ist von dem des Gītagovinda (Bhavabhūti and his Place in Sanskrit Literature, Calcutta 1878 p. 9 f.). Der Dichter des Prasannarāghava und Verfasser des Candrāloka ist älter als der Dichter des Gītagovinda. Das ergiebt sich aus der Aufzählung der Dichter im Prasannarāghava 8, 2 ff.: *Cora, Mayūra, Bhāsa, Kālidāsa, Harṣa, Bāṇa,* von denen *Bāṇa* der späteste ist. Man darf daraus schliessen, dass Jayadeva, der Sohn des Mahādeva und der Sumitrā, ans Ende des siebenten oder an den Anfang des achten Jahrhunderts gehören wird. Der Candrāloka zeichnet sich unter den rhetorischen Werken durch seine Selbständigkeit aus. Mir sind davon drei Recensionen bekannt, eine kaschmirische, eine mittelindische, die man als Vulgata ansehn darf, und eine südindische. Die südindische liegt mir vor in einer Ausgabe in Telugudruck mit dem Kommentare Budharañjanī, Madras 1863. Sie beginnt mit der Strophe *parasparatapaḥsaṁpatphalāyitaparasparau | prapañcamātāpitarau prāñcau jāyāpatī stumaḥ* ||, das heisst, mit der Beschreibung der alaṁkāra in mayūkha 5 p. 11 der Vulgata, von der ich die Ausgabe von Jibananda Vidyasagara, Calcutta 1874, benutze. Der fünfte mayūkha ist der bei

weitem umfangreichste und interessanteste des Werkes. Er ist, und zwar vom alaṁkāranirūpaṇa an, von Appayadīkṣita in seinen Kuvalayānanda hinübergenommen und durch eigene Beispiele erweitert worden. Die Kuvalayānandakārikā soll nach Angabe ihres Kommentators Āçādhara ein Auszug aus dem Kuvalayānanda sein, den Appayadīkṣita selbst gemacht habe (fol. 1[a] der Ausgabe Bombay çak. 1808), ist aber in Wahrheit nichts weiter als der angegebene Teil des fünften mayūkha des Candrāloka. In der Ausgabe wird auch das Werk dem Appayadīkṣita zugeschrieben; in der Handschrift Bhandarkar, Report for 1882/83 No. 211 = Shridhar R. Bhandarkar, Catalogue p. 258 (A) und in der Handschrift No. 40 der Lists of Sanskrit Manuscripts collected for the Government of Bombay in 1879—80 and 1881—82 p. 9 = Shridhar R. Bhandarkar p. 197 (B) wird dagegen ein Verfasser der Kārikā nicht genannt. A hat hinter Strophe 172 der Ausgabe aber noch die beiden Schlussstrophen des Kuvalayānanda selbst fol. 94[b] der Ausgabe Benares saṁvat 1928 und schliesst ‖ iti Kuvalayānandālaṁkāraḥ saṁpūrṇo 'yam ‖, B hat die Unterschrift ‖ iti çrīCandralokoktā alaṁkārakhyāpikāḥ Kuvalayānandakārikāḥ saṁpūrṇāḥ ‖. Im Anfang stellt B die Strophen *paraspara*⁰ und *amarīkabarī*⁰ um, A hat nur die zweite, die die Teluguausgabe des Candrāloka am Anfange des Kommentars hat. Da die Teluguausgabe des Candrāloka im übrigen mit der Vulgata übereinstimmt, so könnte man geneigt sein, sie nur für unvollständig zu halten. Aber aus Burnell's Angaben (A Classified Index to the Sanskrit MSS. in the Palace at Tanjore p. 55 No. XVI) wird klar, dass die südindischen MSS. in der That das Werk erst wie die Ausgabe beginnen lassen. Burnell bemerkt auch, dass das Werk zuweilen Appayadīkṣita zugeteilt werde; das ist dann eben die Kuvalayānandakārikā. Ganz ausserordentlich abweichend sind in mayūkha 5 die kaschmirischen MSS., von denen ich vier benutzt habe, Bühler, Detailed Report No. 249 (A), 251 (B), 252 (C) und 250 (D) = Shridhar R. Bhandarkar, Catalogue p. 86, alle vier in Devanāgarī geschrieben, aber von einem Çāradāoriginale kopiert. A ist korrekt, BCD dagegen sind sehr verderbt und weichen mitunter in Einzelheiten von A ab. Von mayūkha 5 fehlt der ganze Abschnitt p. 9, 18—p. 11, 10 incl. der Vulgata, ebenso Strophe 4. 5. 6, in BC auch 8, auf p. 11, in A Strophe 20—22, 24 auf p. 12. 13. Die Lesarten sind, wie die ganze Anordnung des Textes, oft völlig abweichend von der Vulgata, so dass eine Herausgabe dieser Recension sehr erwünscht wäre. Erwähnt sei noch, dass in A Jayadeva genannt wird *pīyūṣapaṇḍita* und *pīyūṣavarṣapaṇḍita*, was sich aus den beiden Strophen erklärt, die alle vier MSS. nach 10, 4 der Vulgata haben:

> pīyūṣavarṣaprabhavaṁ Candrālokaṁ manoharam |
> sudhānidhānam āsvādya çrayadhvaṁ vibudhā mudam ‖
> jayanti yājñikaçrīmanMahādevāṅgajanmanaḥ |
> sūktipīyūṣavarṣasya Jayadevakaver giraḥ ‖

Jayadeva, der Hofdichter des Lakṣmaṇasena, ist am bekanntesten als Verfasser des Gītagovinda. Wir erfahren von ihm selbst, dass er ein Sohn des Bhojadeva und der Rāmādevī (ed. Bombay. Rādhādevī) war (Gītagov. 12, 30). Seine Frau

hiess Padmāvatī (Gītagov. 1, 2. 10, 9. 11, 21); sein Geburtsort war Kindubilva (Gītagov. 3, 10), das heutige Kendulī, ein Dorf am Ufer des Flusses Ajaya im Distrikt Vīrabhūmi in Bengalen. Mehr von ihm weiss die Bhakt Mālā (Wilson, Select Works 1, 9 f. Grierson, The Modern Vernacular Literature of Hindustan, Calcutta 1889, § 51) zu erzählen [1]). Danach führte er ein asketisches Leben und war wegen seiner dichterischen Befähigung und seiner glühenden Verehrung des Viṣṇu berühmt. Ein Brahmane, der seine Tochter dem Jagannātha weihen wollte, brachte dieselbe auf Befehl des Gottes zu Jayadeva und nötigte sie ihm trotz seines Protestes zur Frau auf. Als Haushalter verfasste er den Gītagovinda. Als er einst nicht wusste, wie er die Reize der Rādhā geziemend beschreiben sollte und baden ging, um einen günstigeren Augenblick abzuwarten, nahm Kṛṣṇa seine Gestalt an und schrieb selbst den betreffenden Teil des Gedichtes. Später begann Jayadeva ein Wanderleben, da er für Jagannātha einen bestimmten Brauch einrichten wollte und es gelang ihm für diesen Zweck eine bedeutende Geldsumme aufzubringen. Unterwegs wurde er aber von Ṭhags angefallen und beraubt, und ihm Hände und Füsse abgeschnitten. In diesem Zustande fand ihn ein Rājā, der ihn mit sich nahm und seine Wunden heilen liess. Bald darauf kamen auch die Räuber, als fromme Bettler verkleidet, an den Hof des Rājā. Jayadeva erkannte sie und überhäufte sie mit Wohlthaten. Nach dem Grunde befragt, sagten sie, sie hätten zusammen mit Jayadeva einem Rājā gedient, der ihnen befohlen hätte, den Jayadeva zu töten; sie hätten ihn aber nur verstümmelt und aus Dankbarkeit dafür hätte er sie jetzt so freundlich behandelt. Sie hatten dies kaum gesprochen, als die Erde sich öffnete und sie verschlang, während dem Jayadeva die abgehauenen Glieder wieder wuchsen. Dem erstaunten Rājā erzählte der Dichter den wahren Sachverhalt. Der Rājā liess auch Padmāvatī an den Hof kommen, die, von der Königin schwer gekränkt, freiwillig in den Tod ging, von Jayadeva aber durch Recitation einer Strophe aus seinem Gedichte wieder ins Leben zurückgerufen wurde. Der Dichter verliess nun den Hof und ging nach Kindubilva zurück Damals floss der Ganges 18 Kos von dem Dorfe entfernt; trotzdem ging Jayadeva täglich dahin, um zu baden. Als er alt wurde, riet ihm der Fluss, er solle nicht mehr kommen, sondern im Geiste baden. Aber Jayadeva wollte das nicht. Da kam der Ganges zu ihm und seit dieser Zeit fliesst er nahe an Kindubilva vorbei (Wilson, Select Works 1, 65 ff.; Trumpp, Sitzungsberichte der königl. bayer. Akademie der Wissenschaften 1879, p. 6 ff.). Trumpp bemerkt, dass die Ṭhags vielleicht nicht so unwahr gesprochen hätten, wie die Bhakt Mālā es darzustellen bemüht sei. Es sei nicht unwahrscheinlich, dass der erotische Dichter den Verdacht eines Rājā auf sich gezogen habe, der ihm Hände und Füsse habe abhauen lassen. Wie weit die Erzählung in der

---

1) Die von Borooah (Bhavabhūti p. 9) erwähnte Schrift von Rajani Kānta Gupta, das Jayadevacarita, ist mir nicht zugänglich.

Bhakt Mālā auf älteren Berichten in Prabandhas u. dgl. beruht, kann ich nicht sagen.

Der Gītagovinda zerfällt in 12 sarga, die in der Ausgabe von Lassen je einzeln durchgezählt sind. Die Bombayer Ausgabe saṁvat 1940 (B) dagegen giebt Strophe 1—4 als Einleitung und ausser in 12 sarga zerlegt sie das Gedicht noch in 24 prabandha; die Strophen 12, 26—30 bei Lassen werden als Schluss besonders gezählt. Ebenso stehen am Anfange und Schlusse jedes prabandha ein oder mehrere Strophen, die als çloka bezeichnet und für sich gezählt sind. Diese Einteilung erschwert das Citieren, ist aber gewiss die ältere. Sie liegt auch vor in der Teluguausgabe Madras 1861 (M) und war auch Lassen bekannt (Prolegomena p. IX f. und vgl. die Ueberschriften). Sie gründet sich auf den musikalischen Vortrag des Gedichtes. Jeder prabandha bildet ein Lied für sich; er hat seine bestimmte Melodie (*rāga*) und seinen bestimmten Takt (*tāla*); die als çloka bezeichneten Strophen wurden nicht gesungen, sondern recitiert. Die Richtigkeit dieser Einteilung ergiebt sich ganz von selbst schon durch das Metrum. So wird der zwölfte sarga in der Bombayer und Madraser Ausgabe folgendermassen zerlegt. 12, 1 (Lassen), in Hariṇī geschrieben, wird in BM als çloka bezeichnet und bildet den erläuternden Uebergang zu dem Liede des Hari 12, 2—9, das den dreiundzwanzigsten prabandha ausmacht und im rāga *Vibhāsa* und im tāla *Ekatālī* gesungen wird. Der Abschluss ergiebt sich deutlich durch das Aufhören des Refrains: *kṣaṇam adhunā Nārāyaṇam anugatam anusara bho* (*om.* Lassen) *Rādhike*, sowie aus dem ganzen Inhalt von Strophe 9, die hier, wie auch sonst ähnlich, den Abgesang bildet mit Erwähnung von Jayadeva selbst. 12, 10—14 in Çārdūlavikrīḍita, 15 in Sragdharā, 16 in Çārdūlavikrīḍita, 17 in Āryā, sind in BM wieder als çloka bezeichnet; vor 17 hat B noch eine Strophe, die sehr abweichend Lassen p. 66 aufführt, mit dessen Text M nahe zusammentrifft, die, wie B, die Strophe im Texte hat (. . *maṇḍana*⁰, *jagāda Mādhavaṁ Rādhā mugdhā svā*⁰). Diese Strophen sind in B besonders als 1—9 gezählt; ihr Inhalt ist eine Schilderung des Liebesgenusses von Kṛṣṇa und Rādhā. Daran schliesst sich ein Lied, das die Worte der Rādhā enthält (*yad Rādhā nijagāda tad eva gītenāha* sagt der Scholiast Nārāyaṇa). Es umfasst Strophe 18—25, bildet den vierundzwanzigsten prabandha, ist im rāga *Rāmakarī* und im tāla *Yati* geschrieben und als Strophe 1—8 gezählt. Die Strophen 26—30 sind wieder als çloka bezeichnet und in B als 1—5 gezählt. Sie bilden den Schluss des ganzen Gedichtes. Strophe 26 ist in Hariṇī, 27 und 28 in Çārdūlavikrīḍita geschrieben. Strophe 29 in Sragdharā steht in B hinter Strophe 30 in Indravajrā. In M fehlen Strophen 27. 29. 30 ganz; das Gedicht schliesst mit Strophe 28. Nur die Bombayer und Madraser Ausgaben geben ein treues Bild des Gedichtes, das man aus Lassens Ausgabe nicht gewinnen kann. Die Handschrift der DMG. hat dieselbe Zählung wie B, nennt aber die einzelnen Abschnitte nicht prabandha, sondern, wie die Madraser Ausgabe, *aṣṭapadī*. Das ergiebt sich aus den Unterschriften zu 1, 34 (Lassen) fol. 10[b]: ‖ iti tṛtīyāṣṭapadī samāptaḥ ‖ zu 1, 45 (Lassen) fol. 14[a] ‖ iti caturtha aṣṭapadī samāptaḥ ‖ zu 2, 18 (Lassen) fol. 20[a] ‖ iti aṣṭapadi

ṣaṣṭhama samāptaḥ || u. s. w. Ueberall, wo eine Unterschrift steht und ausgeschrieben ist, ist aṣṭapadī hier als Masculinum behandelt. Es bedeutet nicht, wie Böhtlingk in seinen Wörterbüchern annimmt „eine Strophe mit acht Caesuren", sondern „ein aus acht Strophen bestehendes Lied". In M steht vor 1, 5 die Ueberschrift: *aṣṭapadīprārambhaḥ*, vor 1, 17 *dvitīyāṣṭapadīprārambhaḥ*, vor 1, 27 *tṛtīyāṣṭapadīprārambhaḥ* u. s. w. Wie schon Lassen (Prolegomena p. VII) gesehn hat, bestehen die Lieder fast ausschliesslich aus acht Strophen. Eine Ausnahme bildet nur das erste Lied 1, 5—15, wo der Inhalt, wie Lassen richtig bemerkt, eine grössere Zahl Strophen erforderte, das zweite Lied 1, 17—24 in B und der Handschrift der DMG. mit 9 Strophen (bei Lassen und in M nur 8; es fehlt *tava caraṇe praṇatā vayam* u. s. w.) und das zehnte Lied 5, 2—6 mit nur 5 Strophen. M aber hat auch in diesem Liede 8 Strophen. Hinter 5, 5 fügt diese Ausgabe hinzu:

|| 5 || raṇati pikasamavāhe pratidiçam anuyāti |
hasati manujanicaye viraham apalapati neti ||
tava virahe vanamālī ||
|| 6 || sphurati kalaravarāve smarati maṇitam eva |
tava ratisukhavibhave gaṇayati suguṇam atīva ||
tava virahe vanamālī ||
|| 7 || tvadabhidhaçubhadamāsaṁ vadati nari çṛṇoti |
tam api japati sarasaṁ yuvatiṣu na ratim upaiti ||
tava virahe vanamālī ||

Dann folgt Strophe 6 bei Lassen. Der Refrain, der in M auch sonst von den andern Texten etwas abweicht, lautet zur ersten Strophe: *tava virahe vanamālī* | *sakhi sīdati Rādhe tava virahe vanamālī* ||, zu allen übrigen Strophen nur: *tava virahe vanamālī*. Vgl. Lassen, p. 60.

Lassen bemerkt p. 91: „cantilenam non mancam esse, licet ceterae omnes octonis constent distichis, nulla idonea est ratio suspicandi". Das ist ganz richtig. So werden ja auch die Daçati des Sāmaveda und die Çataka in runder Zahl genannt, obwohl sie lange nicht alle 10 oder 100 Strophen umfassen. Aber bei einem für die Musik bestimmten Gedichte ist es nicht gerade wahrscheinlich, dass ein Lied in der Mitte von allen andern abweichen sollte und ich wage nicht zu behaupten, dass die Strophen interpoliert sind, um die Zahl 8 voll zu machen, vielmehr dürften sie echt sein. Die Einteilung in *aṣṭapadīprabandha* setzt auch Kalyāṇa in seinem Gītagaṅgādhara, einer Nachahmung des Gītagovinda, voraus, wie Strophe 3 der Einleitung zeigt: *yady apy aṣṭapadīprabandharacane nānyo 'sti kutrāpy aho vidvān çrīJayadevapaṇḍitakaveḥ* (Catalogus Cod. Oxon. p. 129[b]), und danach ist in den Unterschriften der Handschrift der DMG. das Masculinum wohl so zu erklären, dass zu *aṣṭapadī* überall, wie hier bei Kalyāṇa, zu ergänzen ist *prabandhaḥ*, was B allein hat. In M wird das Gedicht in 12 sarga mit 24 aṣṭapadī zerlegt, die in sich von 1—8, die erste von 1—11, gezählt werden. In dieser Ausgabe sind die als çloka bezeichneten Strophen durchgezählt. Ihre Zahl ist 72. Als Kern des Gedichtes sind die aṣṭapadī angesehn. Daraus erklärt

es sich, dass der Gītagovinda selbst zuweilen *Aṣṭapadī* genannt wird. So sagt William Taylor (Catalogue Raisonné 1, p. 345 No. 1694: „Ashta pati, the octaviad, a familiar term for the gîta govinda"; p. 419 No. 994, 7: „Ashtapati, slócas . . . By Jaya dévi cavi. Otherwise known as the Gîta Govinda"; cfr. p. 434. 2, 53. 54. 56. 367. 3, 741. Richtiger sagt er 1, 224: „the *stanzas* are ashta pati or (Ottava rima) eight lines". Unter dem Namen *Aṣṭapadī* wird das Gedicht auch mehrfach von Oppert in seinen Lists of Sanskrit Manuscripts 2 voll., Madras 1880. 85, aufgeführt, und es scheint, dass dieser Name, wie Aufrecht angiebt (Catal. Catalog. p. 35. 153) auf den Süden Indiens beschränkt ist.

Unter den Komponisten der Lieder ist der bekannteste Soma, der Sohn des Mudgala, aus dessen Rāgavibodha Sir William Jones das dritte Lied des Gītagovinda, in Musik gesetzt, mitgeteilt hat (Works I, p. 443 der 4⁰ Ausgabe, London 1799, abgedruckt von Sourindro Mohun Tagore, Hindu Music from Various Authors, Part I, Calcutta 1875, p. 159). Soma scheint aber nicht alle Lieder des Gītagovinda komponiert zu haben, vielleicht überhaupt nur ältere Melodieen zu überliefern (Aufrecht, Catalog. Cod. Oxon. p. 200). Einige Lieder hat Tagore selbst komponiert (Six Principal Rágas, Calcutta 1877, Appendix).

Den Inhalt des Gītagovinda hat im einzelnen Lassen angegeben (Prolegomena p. IX f.; vgl. L. von Schroeder, Indiens Literatur und Cultur p. 581 ff.). Lassen hat auch nach dem Vorgange von Jones den dramatischen Charakter des Gedichtes hervorgehoben. In der That ist der Gītagovinda dramatisch gehalten, wenn man ihn auch nicht mit Jones „a little Pastoral Drama" oder mit Lassen ein „drama lyricum" oder mit L. v. Schroeder (p. 580) eine „verfeinerte Yātrā" nennen kann. Er steht, wie Lévi bemerkt (Le Théatre Indien, Paris 1890, p. 235), in der Mitte zwischen Lied und Drama. Den ersten Anfängen des Dramas liegt er schon deswegen ferner, weil der Improvisation kein Raum gelassen ist, sondern auch die Uebergangsstrophen vom Dichter selbst in feste Gestalt gebracht worden sind[1]. Ich zweifle nicht, dass er einem Originale in Prākrit, richtiger Apabhraṁça, nachgebildet ist, worauf nicht sowohl der Name *govinda* hinweist, wenn er auch, wie zuerst Gildemeister gesehn hat, die Prākritform von Sanskrit *gopendra* ist, sondern vor allem der Reim. Dann fiele von selbst die Ansicht fort, dass der Gītagovinda mystisch zu deuten sei, wie dies schon ein Teil der indischen Scholiasten gethan hat, Jones (Works I, 462) und Benfey (Indien p. 287) unbedenklich, Colebrooke (Miscellaneous Essays, 1. Aufl. 2, 95) zweifelnd, Lassen (Prolegomena p. XV ff., Ind. Alterthumskunde 4, 816) wenigstens für einen Teil der Strophen als wahrscheinlich

1) Zu den volkstümlichen dramatischen Aufführungen kommt jetzt die sehr beachtenswerte Abhandlung hinzu, die S. von Oldenburg aus Minajevs Nachlass herausgegeben hat: Narodnyja dramatičeskija predstavlenija v prazdnik Choli v Almorě, Sanktpeterburg 1891, und das Werk von Friedrich Rosen, Die Indarsabhā des Amānat, Leipzig 1892.

annimmt und Arnold (The Indian Song of Songs, London 1875, auch in Indian Poetry, 5th Edition, London 1890) in seiner Uebersetzung durchgeführt hat. So wenig heut noch jemand in dem Hohenliede Salomonis, das Benfey zum Vergleich heranzieht, einen Doppelsinn finden wird, ebenso wenig wird man ihn im Gītagovinda suchen (Verf., Göttingische Gelehrte Anzeigen 1876, p. 1022 ff.). Jayadeva hat ihn sicher nirgends beabsichtigt.

Die Bhakt Mālā erzählt, dass der Rājā von Nīlācal (Orissa) auch einen Gītagovinda verfasst habe und Brahmanen kommen liess, um das Buch bekannt zu machen. Diese erkannten aber das Buch nicht an, weil sie schon ein solches besässen, und als dem Gotte Jagannātha die Entscheidung überlassen wurde, schmückte dieser mit dem Werke des Jayadeva seinen Hals wie mit einem Halsbande, warf dagegen das des Rājā zum Tempel hinaus (Wilson, l. c. p. 66; Trumpp, l. c. p. 6). Das Schicksal des Rājā von Nīlācal hat aber andere nicht abgehalten, ihr Glück zu versuchen. Wie der Meghadūta, so ist auch der Gītagovinda oft nachgeahmt worden, wie Aufrecht ausgeführt hat (ZDMG. 41, 489 ff.). Aufrecht erwähnt den Gītagaṅgādhara des Kalyāṇa, den Gītagiriça des Rāmabhaṭṭa, den Gītagaurīça des Bhānudatta, den Gītarāghava des Prabhākara, die Gītagaurī des Tirumala, den Rāmagītagovinda des Gayādīna und das Plagiat des Pseudo-Jayadeva, den Rāmagītagovinda, über deren handschriftliches Vorkommen jetzt der Catalogus Catalogorum Aufschluss giebt[1]). Eine Nachahmung in Hindī ist die öfter gedruckte Pañcādhyāyī oder Rās Pañcādhyāyī des Nand Dās (blühte 1567) (Garcin de Tassy, Histoire de la littérature hindouie et hindoustanie 2^2, 445; Grierson, The Modern Vernacular Literature of Hindustan § 42), eine Uebersetzung das Gītgobindādarṣan des Rāy Cand (Grierson § 912). Von der Beliebtheit des Gedichtes legt auch die grosse Zahl der Scholiasten Zeugnis ab. Aufrecht verzeichnet (Catal. Catalog. p. 153 f.) 30 verschiedene Kommentare, von denen bisher, so viel ich weiss, nur zwei gedruckt sind. Der eine ist die Padadyotinī (Aufrecht, Pādadyotanikā nach Lassen, Proleg. p. XIII) des Nārāyaṇa, gedruckt in der erwähnten Bombayer und in mehreren Calcuttaer Ausgaben. Der Name des Kommentars ist aus der Bombayer Ausgabe nicht ersichtlich, sein Wert, wie schon Aufrecht bemerkt hat (Catalog. Cod. Oxon. p. 126b), gering. Der zweite ist die Bālabodhinī des Caitanyadāsa, gedruckt wiederholt in Calcutta 1861. 64. 72 und sonst. Aeltere Ausgaben des Textes und Uebersetzungen verzeichnet Gildemeister, Bibliothecae Sanskritae specimen, Bonn 1847, No. 279—285 und Haas, Catalogue of Sanskrit and Pali Books in the British Museum, London 1876, der u. a. eine Ausgabe mit Marāṭhīkommentar und zwei Teluguausgaben erwähnt, eine davon mit Kommentar in Telugu. Eine Ausgabe mit Bengālīübersetzung in

---

1) Aufrecht trennt im Catal. Catalog. den Rāmagītagovinda des Jayadeva und des Gayādīna, und das ist wohl richtig. Die Angaben in den Katalogen lassen sich auf ein Werk nicht vereinigen und in den Auszügen ZDMG. 41, 490 ist Gayādīna in Strophe 4 metrisch unmöglich.

Prosa, Calcutta 1861, führen Haas l. c. und Blumhardt auf: Catalogue of Bengal Printed Books in the Library of the British Museum, London 1886, p. 41, eine andere mit Hindīübersetzung Jyeshtharam Mukundjee, Catalogue of Sanskrit Books, Bombay 1892, p. 31 No. 773, der dort und in seinem Sūcīpatram, Bombay 1887/88, p. 25 f. auch noch andere indische Ausgaben verzeichnet. Eine dritte Ausgabe mit Telugukommentar in Telugudruck, besitzt die Kgl. Bibliothek in Berlin (Klatt, ZDMG. 35, 193). Diese habe ich benutzt und mit M bezeichnet. Sie weicht auch in Lesarten vielfach von den andern Ausgaben ab. In den Unterschriften der einzelnen sarga wird der Gītagovinda hier als *mahākāvya*, Jayadeva als *çrīKṛṣṇadāsa-Jayadeva* bezeichnet. Einen Abdruck des Textes giebt auch Haeberlin, Kávya-Sangraha, Calcutta 1847, p. 69 ff. und Jibananda in seiner gleichnamigen Sammlung.

Ausser dem Gītagovinda ist von Jayadeva nur noch ein kurzes Gedicht in 5 Strophen bekannt, das, in Hindī geschrieben, im Ādi Granth steht und Hari-Govind preist. Es ist herausgegeben und übersetzt worden von Trumpp, l. c. p. 8 ff. Auch der Padakalpataru, den Aruṇodaya Ghosha, Calcutta 1866, herausgegeben hat (Blumhardt l. c. p. 6), enthält wohl dieses Gedicht.

Jayadeva rühmt von sich selbst, dass er es verstehe tadellos Worte zusammenzufügen (*saṁdarbhaçuddhiṁ girāṁ jānīte Jayadeva eva* Gītagov. 1, 4), er nennt seine Muse reich an reizenden, zarten und lieblichen Wortreihen (*madhurakomalakāntapadāvalīṁ çṛṇu Jayadevasarasvatīm* 1, 3) und in den Abgesängen der einzelnen Lieder giebt er seinem Gedichte lobende Beiworte wie *udāra*, *sukhada*, *çubhada* (1, 15), *ujjvala* (1, 24), *adhika* (4, 9), ja er nennt sich selbst *kavirājarāja* (11, 21). Wie sehr er von seinen Landsleuten geschätzt wird, geht daraus hervor, dass zu seinen Ehren in Kindubilva jährlich ein Fest gefeiert wird, an dem während der ganzen Nacht der Gītagovinda aufgeführt und die Lieder gesungen werden (Jones, l. c. p. 462; Borooah, Bhavabhūti p. 9). Auch die europäische Kritik ist darin einig, dass kein anderer indischer Dichter Jayadeva an Glut der Empfindung, Beherrschung des Metrums und Wohlklang der Sprache übertrifft. Bei seiner Beurteilung darf man aber nie vergessen, dass der Gītagovinda seinem Hauptteile nach zum Gesange bestimmt ist. Eine meisterhafte Nachdichtung eines Teiles des Gedichtes hat Rückert gegeben: Zeitschrift für die Kunde des Morgenlandes 1, 129 ff.

Der nächste Zeitgenosse, den Jayadeva 1, 4 erwähnt, ist *Çaraṇa*. Von ihm heisst es *Çaraṇaḥ çlāghyo durūhadrute*, ein Lob, dessen Sinn nicht leicht zu verstehen ist. Das Çāradā-MS. in Wien, in dem Bühler für mich die Strophe 4 freundlichst verglichen hat, liest *Caraṇaḥ* (sic!) *çlāghyo durūhādbhute*, eine Lesart, die durch alle andern Handschriften und die bekannten Scholiasten als falsch erwiesen wird. D bei Lassen, das MS. der DMG. und die Bombayer Ausgabe lesen *durūhadruteḥ*. Der Scholiast A erklärt: *Çaraṇanāmā kaviḥ durūhasya durbodhasya kāvyasya drute çīghravacane çlāghyaḥ na tu prasādādiguṇayukte* || C: *tathā Çaraṇaḥ kaviḥ çlāghyaḥ praçastaḥ* | *kasmin viṣaye* | *durūhadrute* | *duḥkhenātyūhituṁ çakyate iti durūhaḥ* | *durūhaṁ drutaṁ ca tat tasmin* | *atiçīghraṁ vaktuṁ samarthaḥ ity arthaḥ* || D: *Çaraṇaḥ*

kavir durūhadruteḥ gūḍhakāvyasya granthasya çīghroccāraṇataḥ çlāghyaḥ stutyaḥ ‖. Das MS. der DMG. liest *viṣamasya granthasya*, die Bombayer Ausgabe (b) *viṣamagranthasya* für *gūḍha*° *granthasya*, b ausserdem noch *çīghroccārataḥ*, sonst wie bei Lassen. E: *Çaraṇanāmā kavir durūhasya duḥphala* (sic) *ūhanīyasya prabandhasya drute çīghratāyāṁ çlāghyaḥ* ‖. Diese Erklärungen fördern das Verständnis nicht wesentlich. Dass Çaraṇa wegen der schnellen Aussprache oder Recitation schwieriger Texte gelobt wird, ist nicht anzunehmen. Ebenso wenig befriedigt Böhtlingks Erklärung (s. v. *dru*) „eine schwer verständliche und rasch gesprochene Rede" und Lassens Uebersetzung: „Çaranas laudatur ob facilitatem obscure dicendi".

Was wir von Çaraṇa bis jetzt kennen, ist wenig. Die Padyāvalī enthält von ihm folgende fünf Strophen:

1) K. fol. 18ª = T fol. 21ᵇ:

Murāriṁ paçyantyāḥ sakhi sakalam aṅgaṁ na nayanaṁ
kṛtaṁ yac chṛṇvatyā [1]) Hariguṇagaṇaṁ çrotranicitam |
samaṁ tenālāpaṁ sapadi racayantyā mukhamayaṁ
vidhātur naivāyaṁ ghaṭanaparipāṭīmadhurimā [2]) ‖

„Dass, o Freundin, mein ganzer Leib, als ich den Murāri sah, nicht zum Auge gemacht wurde, als ich die Menge der Tugenden des Hari hörte, nicht zu einer Masse von Ohren, als ich mit ihm sprach, nicht sofort zum Munde wurde — das ist keine angenehme Schöpfungsart des Schöpfers".

Die Strophe steht in der Padyāvalī unmittelbar hinter der Strophe:

na jāne saṁmukhāyāte priyāṇi vadati priye |
sarvāṇy aṅgāni kiṁ yānti netratām uta karṇatām ‖

„Ich weiss nicht, wenn der Geliebte (mir) entgegenkommt und Liebes spricht, ob alle Glieder zu Augen oder Ohren werden". Diese wird hier wie in der Çārṅgadharapaddhati 3522 und Subhāṣitāvali 2038 anonym (*kasya cit*, *kasyāpi*) aufgeführt, sonst auch unter die Strophen des Amaru gerechnet (Simon, Das Amaruçataka, Kiel 1893, p. 128). Die Strophe des Çaraṇa ist deutlich eine Variation dieser älteren Strophe.

2) K. fol. 20ᵇ = T fol. 23ᵇ:

aṅguṣṭhāgrimayantritāṅgulir asau pādārdhanīruddhabhūr
ārdrīkṛtya payodharāñcalam alaṁ sadyaḥ payobindubhiḥ |
nyagjānudvayamadhyayantritaghaṭī vaktrāntarālaskhalad-
dhārādhvānamanoharaṁ sakhi payo gāṁ dogdhi Dāmodaraḥ ‖

„O Freundin, indem er mit der Spitze des Daumens die Finger schliesst, mit dem halben Fusse die Erde presst, den Brustlatz plötzlich reichlich mit Milchtropfen benetzt, den Eimer zwischen die abwärts gebogenen Kniee presst, melkt Dāmodara dort aus der Kuh Milch, was reizend ist durch das Tönen der Perlenkette, die auf den Wangen hin und her schwankt".

1) T chṛṇvantyā. 2) K sughanapari°.

3) K. fol. 20[b] = T fol. 24[a]:

ekenaiva cirāya Kṛṣṇa bhavatā Govardhano 'yaṁ dhṛtaḥ
çrānto 'si kṣaṇam āssva sāmpratam amī sarve vayaṁ dadhmahe |
ity ullāsitadoṣṇi gopanivahe kiṁ cid bhujākuñcana-
nyañcacchailabharārdite viruvati smero Hariḥ pātu vaḥ ||

„„O Kṛṣṇa, von dir ist lange allein dieser Govardhana gehalten worden. Du bist ermüdet; setze dich einen Augenblick; wir alle hier werden ihn jetzt halten". Hari, der lachte, als die Hirtenschar mit diesen Worten die Arme schwang und von der Last des Felsens, der durch das Biegen der Arme ein wenig sich neigte, gequält aufschrie, schütze euch!"

Diese Strophe ist eine Nachbildung der Strophe von Subandhu, Vāsavadattā p. 2, 3. 4, die in der Padyāvalī unmittelbar dahinter folgt.

4) K fol. 29[a] = T fol. 33[a]:

Kālindīm anukūlakomalarayām indīvaraçyāmalāḥ
çailopāntabhuvaḥ kadambakusumair āmodinaḥ kandarān |
Rādhāṁ ca prathamābhisāramadhurāṁ jātānutāpaḥ smarann
astu Dvāravatīpatis tribhuvanāmodāya Dāmodaraḥ ||

„Dāmodara, der Herr von Dvāravatī, gereiche der Dreiwelt zur Freude, der voll Reue sich erinnert an die Kālindī mit ihrem angenehmen Wasserstrom, an die Gegenden am Fusse der Felsen, die wie Lotosblumen dunkelfarbig sind, an die Hölen die von Kadambablüten duften, und an Rādhā, die reizend war beim ersten Stelldichein".

5) K. fol. 29[a] = T fol. 33[a]:

kāmaṁ kāmayate na kelinalinīṁ nāmodate kaumudīṁ
niṣpandair na samīhate mṛgadṛçām ālāpalīlām api |
sīdann eṣa niçāsu niḥsahatanur bhogābhilāṣālasair
aṅgais tāmyati cetasi vrajavadhūm ādhāya mugdho Hariḥ ||

„Er verlangt nicht voll Lust nach dem Spiellotos, er freut sich nicht über den Mondschein, unbeweglich begehrt er auch nicht nach dem lieblichen Geplauder mit den Gazellenäugigen; in den Nächten sitzt er da mit kraftlosem Körper und schwindet dahin mit seinen Gliedern, die müde sind von dem Verlangen nach Genuss, indem er, der reizende Hari, an die Hirtin denkt".

Ausserdem finden sich Strophen von Çaraṇa nach Aufrecht (Catal. Catalog. p. 637) im Saduktikarṇāmṛta. Zwei unter den fünf Strophen, und zwar die am meisten charakteristischen, sind also nachweislich älteren Vorbildern nachgeahmt. Das galt in Indien nicht nur für erlaubt, sondern für eine Kunst, die in den sabhās sportmässig betrieben wurde und von den Rhetorikern gelehrt wird. Kṣemendra, Kavikaṇṭhābharaṇa 1, 20 giebt dem angehenden Dichter den Rat, er solle sich oft beeifern bei Worten und Versen fehlende Teile zu ergänzen und 2, 1 unterscheidet er vier Arten, wie der Dichter ältere Vorbilder benutzen solle, nämlich, er solle entweder das Kolorit nachahmen (*chāyopajīvin*, vgl. Vāmana 3, 2, 7 und Verf., Festgruss an Otto von Böhtlingk p. 92), oder einzelne Worte herübernehmen (*padakopajīvin*), oder einzelne Stollen (*pādopajīvin*), oder alles entlehnen

(*sakalopajīvin*), wie dies Bāṇa bei Āryabhaṭṭa gethan hat (vgl. Verf., Götting. Gel. Anzeigen 1891, 367). Darüber handelt auch Vāgbhaṭa, Alaṁkāratilaka (MS. Kielhorn, Report for 1880/81, p. 71 No. 300 fol. 6a f.), der unterscheidet chāyopajīvanam, padapādadvayatrayopajīvanam (so!), uktyupajīvanam. Für das pādopajīvanam giebt er eine Strophe *jāto mārge surabhikusumaḥ . . . pādapendraḥ* . . ., deren letzter Vers gleich dem letzten Verse von Meghadūta 53 ist. Durch *ādi* der Regel (steht im MS. aber nicht) werde es auch erlaubt zwei und drei Stollen herüberzunehmen; das sei aber gemeiner Diebstahl und deswegen lehre er es nicht (*ādiçabdāt pādadvayatrayopajīvanam api yujyate | paraṁ tat prakaṭacauryam iti nopadiṣṭam*)[1]). Diese Herübernahme eines Verses wurde gelegentlich auch kunstmässig durch ein ganzes Gedicht durchgeführt. So hat Vikrama, der Sohn des Sāṅgaṇa, ein Nemidūtam in 125 Strophen verfasst, von denen jede mit einem Verse aus Kālidāsas Meghadūta schliesst. (Herausgegeben in der Kāvyamālā, Part II, p. 85 ff.). In der Schlussstrophe 126 giebt er dies selbst an (*pravarakāvituḥ Kālidāsasya kāvyād antyaṁ pādaṁ supadaracitān Meghadūtād gṛhītvā*) und erklärt, dass er es zur Freude für das Herz verständiger Menschen gethan habe (*budhajanamanaḥprītaye*). Die Zeit des Vikrama ist nicht zu bestimmen. Immerhin muss das Gedicht bei der Textkritik des Meghadūta in Betracht gezogen werden, da unter den Schlussversen, die sich an die Reihenfolge des Originals halten, auch solche erscheinen, die schon von Mallinātha als unecht bezeichneten Strophen angehören. So endet Nemidūta 23 mit dem Verse *sotkaṇṭhāni priyasahacarīsaṁbhramāliṅgitāni.* Das ist der Schlussvers einer Strophe, die gewöhnlich hinter Strophe 21 des Meghadūta erscheint, in der Teluguausgabe (Madras 1859) Strophe 23, wie bei Vikrama, ist und von Mallinātha als unecht (*prakṣipta*) erklärt wird. Ebenso bei Strophe 34. 35 = Teluguausgabe 1, 34. 35 = Stenzler III. IV., während Stenzler V = Telugu 1, 36 bei Vikrama 69 ist; alle drei werden von Mallinātha verworfen. Strophe VI St. = Tel. 2, 4 ist = Vikrama 77, Strophe VII St. = Tel. 2, 5 ist = Vikrama 70 u. s. w. Die Strophen 67. 68. 69 St. entsprechen Vikrama 75. 74. 73 = Telugu 2, 8. 10. 9; die Reihenfolge war also offenbar schwankend; ebenso 86. 87 St. = Vikr. 99. 98 = Tel. 29. 30 u. s. w. Da Vikrama die Reihenfolge des Originals sonst streng innehält, so ist es nicht wahrscheinlich, dass er willkürlich in diesen Fällen von ihr abgewichen ist. Vielmehr müssen wir annehmen, dass er eine stark interpolierte Recension vor sich hatte, die die Strophen teilweise anders anordnete, z. B. auch die Strophe 89 St. auf Strophe 84 St. folgen liess. Auch der Text selbst zeigt manche nicht unerhebliche Abweichung. Aus dem Namen des Vaters des Vikrama, Sāṅgaṇa, kann man schliessen, dass er Südinder war. Wie weit die von Wilson (Select Works 1, 283 Anm.) erwähnte Meghadūtapādasamasyā mit dem Nemidūtam zusammenhängt, kann ich nicht sagen. Möglicher-

---

1) Literarischer Diebstahl war in Indien nichts ungewöhnliches. Vgl. Someçvara, Surathotsava 1, 37. 39.

weise ist dasselbe Werk gemeint, da auch das Nemidūtam der Jainaliteratur angehört[1]).

Einzelne Verse berühmter Dichter oder bei bestimmten Gelegenheiten extemporierte Verse oder Versglieder wurden mit Vorliebe zur Ergänzung in eine Strophe aufgegeben. Das ist das bekannte *samasyāpūraṇa*. Aufrecht hat bereits bemerkt (ZDMG. 27, 51), dass diese *samasyā*-Dichtung unseren Glossen entspricht, und dass sie wichtig ist, weil der zu glossierende Teil, die *samasyā*, gewöhnlich aus älteren Dichtern entnommen ist. Er hat auch schon hervorgehoben, dass Çārṅgadhara in seiner Paddhati im 32. Kapitel zwanzig Beispiele von *samasyās* giebt (p. 72 ff. ed. Peterson). Werke wie der Bhojaprabandha des Ballāla und der Prabandhácintāmaṇi des Merutuṅga zeigen, wie lebhaft die Fürsten den Sport betrieben, gewiss nicht zum wenigsten deshalb, weil die Dichter bei dieser Gelegenheit ihnen die gröbsten Schmeicheleien sagten. Das *samasyāpūraṇam* erforderte Schlagfertigkeit und umfangreiches Wissen auf allen Gebieten der Poetik und war zugleich einträglich, und so ist es begreiflich, dass die Kunst von den Rhetorikern gelehrt wird, wie von Vāgbhaṭa im Alaṁkāratilaka fol. 6ᵇ, von Amaracandra in der Kāvyakalpalatāvṛtti p. 186 ff. (ed. Benares saṁvat 1923), von Deveçvara in der Kavikalpalatā (Aufrecht, Catalog. cod. Oxon. p. 211ᵇ), von Keçava im Alaṁkāraçekhara p. 27ᵇ f. (ed. Benares saṁvat 1923) u. a. Vātsyāyana, Kāmasūtra p. 33, 5 zählt das *kāvyasamasyāpūraṇam* unter den 64 Künsten auf, die ein Mädchen lernen soll, und der Scholiast bemerkt p. 38, dass es geschehe aus Spielerei und im Wettstreit (*krīḍārthaṁ vādārthaṁ ca*). Manche Rhetoriker geben direkt an, dass sie ihre Werke verfasst haben, um die Schnelldichtung zu lehren und zu erleichtern. So sagt Deveçvara (l. c. p. 211ᵃ v. 5), er habe seine Arbeit verfasst *tvaritaçlokasiddhaye*, und Amaracandra l. c. p. 1 *tvaritakāvyakṛte* und Dharmadāsa erklärt, dass er sein Vidagdhamukhamaṇḍana geschrieben habe, damit es für Gedankenblitze geeignet sei (*pratibhānurūpam*) und fähig, ein schnelles Verständnis zu bewirken (*kṣiprāvabodhakaraṇakṣamam*); wer daher beabsichtige in der sabhā aufzutreten und zu reden, der solle sein Buch wie Betel mit hinein nehmen (1, 7. 8)[2]). Ein Schnelldichter (*āçukavi*, *çīghrakavi*) war ein Schmuck der sabhā (Nalacampū p. 16, 11) und es sind uns Beispiele von Gedichten überliefert, die in kurzer Zeit verfasst wurden. Das bekannteste bietet Someçvaradeva, der Purohita der Rāṇakās von Ḍholkā, dessen Praçasti in Dabhoi vom Jahre 1253 datiert ist (Bühler, Epigraphia Indica 1, 21)[3]). In Strophe 114 sagt er, dass er in einer halben Nacht-

1) Gelegentlich sei bemerkt, dass das Motiv des so viel nachgeahmten Meghadūta sich auch bei den Buddhisten nachweisen lässt. Im Kāmavilāpajātaka (Jātaka II, p. 443) giebt ein Gepfählter einer vorbeifliegenden Krähe einen Auftrag an seine Frau. Vgl. dazu das Puppharattajātaka I, p. 499 f.

2) Betel nahm man in den Mund, weil er den üblen Geruch entfernte. Ind. Sprüche ² 2536.

3) Aufrecht, Catal. Catalog. p. 737 trennt als zwei Werke des Someçvaradeva die Kāvyaprakāçaṭīkā und den Kāvyādarça. Das ist aber ein und dasselbe Werk. Die Unterschriften in dem MS. Kielhorn, Report 1880/81 p. 87 No. 66 lauten: iti bhaṭṭaSomeçvaraviracite Kāvyādarçe Kāvyaprakāçasaṁkete prathama (u. s. w.) ullāsaḥ |.

wache ein grosses Werk verfasst habe (*yāmārdhaniṣpannamahāprabandhaḥ*). Bühler bezieht dies der Uebersetzung nach auf die Praçasti selbst, Bhandarkar auf das Rāmaçatakam, dessen letzte Strophe dieselbe Angabe enthält wie die Praçasti (Report for 1882–83 p. 10). Aber aus der eigenen Angabe des Someçvara im Surathotsava 15, 49 (Bhandarkar, Report for 1883—84 p. 340) geht hervor, dass dieses Kunststück vielmehr ein Schauspiel war (*yāmārdhamātraghaṭitena nāṭakena*). Ich vermute, dass es das Rāmāyaṇanāṭaka ist, das Peterson, Third Report p. 396 No. 343 als von Someçvaradeva verfasst, erwähnt und dessen Verfasser Oppert, Lists 1, 6175 nicht angiebt. Aufrecht, Catal. Catalog. p. 737 nimmt einen andern Someçvaradeva an. Der Stoff des Rāmāyaṇa war für eine Schnelldichtung besonders geeignet.

Ein anderes Beispiel ist der Svāhāsudhākara des im Süden hochberühmten Nārāyaṇabhaṭṭapāda, der sein Nārāyaṇīyastotra im Jahre 1590 verfasst hat, wie die Herausgeber der Kāvyamālā gezeigt haben (Part IV, p. 53, Anm. 1). Nārāyaṇa sagt Svāhāsudhākara 26 selbst, dass er dieses Gedicht in ganz kurzer Zeit (*acireṇaiva*) verfasst habe. Der Legende nach, die die Herausgeber mitteilen, wurde er einst von Brahmanen, die sich beim Anblick des Neumondes wunderten, warum der Mond von allen Leuten verehrt werde, nachdem sie vorher ihr Gewand geschwenkt hatten, aufgefordert, den Grund in Form eines literarischen Werkes (*prabandharūpeṇaiva*) anzugeben. Darauf verfasste er schnell (*drutam eva*) den Svāhāsudhākara, eine Art kleiner Campū, die in sehr ansprechender Weise die Liebesgeschichte des Mondes mit Svāhā, der Frau des Agni, erzählt, wobei man unwillkürlich an Homers Schilderung der Liebe des Ares und der Aphrodite (Odyssee 8, 266 ff.) erinnert wird. Das kleine Gedicht sei daher allen empfohlen, die Homer in Indien bekannt sein lassen.

Auch in der Gegenwart wird die Schnelldichtung noch ausgeübt, wie Hultzsch, Progress Report 29. January 1889, No. 99, p. 2 zeigt.

So, glaube ich, sind nun auch die für Çaraṇa von Jayadeva gebrauchten Worte: *Çaraṇaḥ çlāghyo durūhadrute* zu verstehn: „Çaraṇa ist rühmenswert in der schwerverständlichen Schnelldichtung“. Wie oben gezeigt, sind von den fünf bekannten Strophen des Çaraṇa zwei ganz deutlich älteren Vorbildern nachgeahmt und darin lag zum Teil gewiss die Stärke der Schnelldichter. *durūha* „schwer zu verstehen“, ist an und für sich kein Lob für ein Gedicht, wenigstens nach unseren Anschauungen; im Falle der Schnelldichtung ist das Beiwort aber verständlich und für indische Auffassung ganz begreiflich. Hat doch auch die Vorliebe der Inder für die Mahākāvya teilweise ihren Grund in der Schwierigkeit des Verständnisses, das umfassende Kenntnis aller rhetorischen Kunstgriffe, der Grammatik, des Lexikons und der Metrik nicht nur beim Dichter selbst, sondern auch beim Leser erfordert. Um so grösser musste die Bewunderung sein, wenn es dem Schnelldichter gelang, ohne Vorbereitung das zu leisten, was sonst nur durch mühevolle Arbeit zu stande gebracht wurde. Die Scholiasten (bei Lassen p. 71 f.) beziehen die Worte, wie vorher p. 24 f. erwähnt worden ist,

lediglich auf die Recitation. Dass diese Erklärung falsch ist, liegt auf der Hand; Çaraṇa war Dichter, nicht Recitator.

Der nächste Dichter, den Jayadeva erwähnt, ist *Govardhana*. Von ihm sagt er: *çr̥ṅgārottarasatprameyaracanair*[1]) *ācāryaGovardhanaspardhī ko 'pi na* „niemand kann mit dem ācārya Govardhana wetteifern im Verfassen von trefflichen Schilderungen, die von Liebe voll sind".

Govardhana, dessen Bezeichnung als ācārya ihn von vielen andern Männern gleichen Namens unterscheidet, ist allbekannt als Verfasser der Āryāsaptaçatī. In den Einleitungsstrophen 30—37 preist er die Dichter Vālmīki, Vyāsa, Guṇāḍhya, Kālidāsa, Bhavabhūti, Bāṇa; die vier letzten erwähnt er auch in Strophe 697. In Strophe 38 rühmt er seinen Vater Nīlāmbara, der ein Kompendium des Rechtes verfasst hat (*yasyāste dharmakarma saṁkucitam*), in 39 den Fürsten aus dem Senageschlechte, unter dem er lebte, also wohl Lakṣmaṇasena (oben p. 12), in 40—50 und 698 die Dichtkunst überhaupt, in 51—54. 699. 700 sein eigenes Werk die Āryāsaptaçatī, die nach Strophe 701 seine Schüler und Brüder Udayana und Balabhadra[2]) in verbesserter Gestalt herausgegeben haben (*ŪdayanaBalabhadrābhyāṁ Saptaçatī çiṣyasodarābhyāṁ me . . . prakāçitā nirmalīkr̥tya*).

Govardhanācārya hat in die Sanskritliteratur eine neue Dichtungsart eingeführt. Er rühmt sich in Strophe 52 der Einleitung, dass die Muse, die gewohnt sei ihren geschmackvollen Ausdruck im Prākrit zu finden von ihm mit Gewalt ins Sanskrit geführt worden sei und er vergleicht dies damit, dass die Yamunā, deren Wasser für die Ebene geeignet sei, an die Fläche des Himmels versetzt worden sei, d. h. die von ihm gepflegte Art der Dichtkunst war bisher nur im Prākrit vorhanden und ist dadurch veredelt worden, dass er sie ins Sanskrit übertrug. An dieser bestimmten Angabe zu zweifeln, liegt kein Grund vor. Man darf nur nicht glauben, dass Govardhana damit sagen will, er habe überhaupt die erotische Poesie ins Sanskrit eingeführt. Das wäre eine alberne Behauptung. Vielmehr besagen die Worte allein, dass Govardhana die aphoristische, in Āryā gehaltene, also in Singstrophen verfasste, Form der erotischen Dichtung in Gestalt einer Anthologie ins Sanskrit eingeführt hat. Und das ist sehr glaublich. Bisher ist noch nichts zu Tage gekommen, was dagegen spräche. Die Āryāsaptaçatī ist eine deutliche Nachahmung von Hālas Sattasaī, wenn auch nur wenige direkte Anklänge sich nachweisen lassen (Weber, Ueber das Saptaçatakam des Hâla, Leipzig 1870, p. 9), und zwar hat Govardhana die Recension des Sādhāraṇadeva vor sich gehabt, wie daraus hervorgeht, dass seine Āryāsaptaçatī ganz wie die Recension des Sādhāraṇadeva (Weber, Das Saptaçatakam des Hâla, Leipzig 1881, p. XXXVIII f.) in *vrajyās* eingeteilt

1) Das ist die Lesart der Kommentatoren, der besten Handschriften (auch der Handschrift der DMG.), der Ausgaben von Bombay und Madras. Die Wiener Handschrift hat mit andern °*vacanair*.

2) Oder: sein Schüler Udayana und sein Bruder Balabhadra? Aufrecht, ZDMG. 28, 156.

ist[1]). Govardhana ist aber ganz äusserlich dabei vorgegangen, da seine *vrajyās* lediglich auf das Prinzip der alphabetischen Anordnung gegründet sind ohne jeden innern Zusammenhang. Den Anfang macht nach der Einleitung die *akāravrajyā*, vor den Schlussversen steht die *kṣakāravrajyā*. Die einzelnen *vrajyās* sind von ganz verschiedener Länge. Während z. B. die *akāravrajyā* 73 Strophen enthält, hat die *ūkāravrajyā* nur 1; die *sakāravrajyā* hat 98 Strophen, die *kṣakāravrajyā* nur 3. Im Innern der einzelnen *vrajyās* ist keine genauere alphabetische Anordnung vorhanden. Diese Einteilung in *vrajyās* bestärkt übrigens Webers Vermutung (l. c. p. XL), dass die Recension des Sādhāraṇadeva nach Bengalen gehört.

Govardhana hatte sich eine schwere Aufgabe gestellt. Die Sattasaī des Hāla ist ja nicht das dichterische Werk eines einzigen Mannes, sondern eine aus den verschiedensten Dichtungen zusammengestellte Anthologie. Aus den einzelnen Werken ist die eine oder andere Strophe ausgewählt worden, die dem Sammler besonders gut schien und die im Zusammenhang gewiss oft noch passender war als jetzt in ihrer Vereinzelung. Govardhana dagegen machte sich allein daran 700 Stimmungsbilder zu entwerfen, losgerissen von jedem Ganzen und nur verknüpft durch die alphabetische Anordnung! Jede Strophe erforderte, wenn sie wirksam sein sollte, eine Gedankenspitze. Das in 700 Fällen durchzuführen und immer neue Lagen zu erfinden, in denen die Handlung sich abspielt, war wahrlich nicht leicht und es ist nur natürlich, dass der an sich schon spröde Stoff oft versagte. Die einzelnen Strophen sind von ganz ungleichem Werte. Neben vielem Guten und für die Kenntnis indischer Sitten und Anschauungen Wichtigen findet sich sehr vieles Schwache und Witzlose. Govardhana strebt redlich nach Abwechslung und man wird gern zugestehn, dass die Āryāsaptaçatī weit über der ziemlich gleichzeitigen Anyoktimuktālatā des Çambhu und dem der Zeit nach unbestimmten Anyoktiçatakam des Vīreçvara, den ich Çambhu vorziehe, steht. Aber wie diese Werke, so ermüdet auch die Āryāsaptaçatī auf die Dauer den Leser. Der Inhalt ist vorwiegend erotisch, öfter jedoch nur der Hintergrund, nicht die Ausführung, wobei die *anyokti* eine grosse Rolle spielt. Vergleiche wie die in Strophe 344 und 362 sprechen nicht für den Geschmack des Dichters. Govardhana ist ein schwerer Autor, was der Stoff und die Form seiner Dichtung mit sich bringt. Oft genug bleibt der volle Sinn einer Strophe unklar und es ist nicht zweifelhaft, dass die Schuld nicht immer nur an unserem Texte liegt.

Die Āryāsaptaçatī liegt in zwei Ausgaben vor. Die eine ist besorgt von Somanāthaçarman, Ḍhākā saṁvat 1921 in Bengalidruck (D), die andere von Durgāprasāda und Paraba, Bombay 1886, Kāvyamālā 1 (K). Die Ausgaben unterscheiden sich beträchtlich von einander. Somanāthaçarman hatte nur dürf-

---

1) Auch die Çārṅgadharapaddhati führt oft den Namen Çārṅgadharavrajyā: Aufrecht, Catal. Catalog. p. 643, und Catalogue of Sanskrit Manuscripts in the Sanskrit College Library, Benares, Allahabad s. a. p. 317.

tige Materialien zur Verfügung und er hat den Text oft auf eigene Verantwortung hin geändert, nicht immer mit Glück. Die Bombayer Herausgeber hatten bessere Handschriften, ausserdem noch den Kommentar des Ananta Paṇḍita und so ist ihr Text wesentlich besser als der in D, ohne dass man nicht hier und da schwanken kann, welcher Ausgabe man den Vorzug geben soll. D enthält 731 Strophen mit Einleitung und Schluss, die durchgezählt sind, K hat 54 Strophen Einleitung und 702 noch besonders gezählte, im ganzen also 756 Strophen. In D fehlen: K. 70. 559. 560. 666—691; dagegen fehlen in K die Strophen D 81. 603. 727. Ganz verschieden ist K 298 = D 352 (der Reihenfolge nach); hinter K 391 = D 445 hat D die Strophe *paçyātinirdayakulaṭāçoṣita naiverṣyayā na roṣeṇa*, im übrigen = K 393, eine Strophe, die trotzdem noch D 448 steht mit den Abweichungen *°kulaṭāsakha nerṣyayā na çucā na kopena*. In der Reihenfolge finden sich folgende Abweichungen, die ich nur mit den Zahlen von K angeben will: 79. 82. 80. 81. 83; 89. 88; 177. 176; 208. 207; 332. 331; 368. 367; 514. 513; 556. 554. 555; 601. 607. 608. 609. 602. 603. 604. 605. 606. 610; 631. 630. Abweichende Lesarten bald mehr, bald weniger, sind häufig; auffallend ist der Unterschied in der Schlussstrophe, deren erster Vers in K lautet:

Haricaraṇāñjalim amalaṁ kavivaraharṣāya buddhimān satatam

in D dagegen:

viracan vāmanaçīlāṁ vāmana iva kavipadaṁ lipsuḥ,

was so schwerlich richtig ist, selbst wenn man *°çīlaṁ* korrigiert. Gemeint ist ein Vergleich wie bei Kālidāsa, Raghuvaṁça 1, 3. Daṇḍin, Daçakumāracarita 24, 6 ed. Goḍabole-Paraba.

Der Kommentar des Ananta Paṇḍita, die Vyaṅgyārthadīpanā, ist nach der eigenen Angabe des Scholiasten çaka 1702, also 1624 (Aufrecht, Catal. Catalog. p. 13 giebt 1646 an) verfasst (K p. 232). Ananta erwähnt zu Strophe 402 seinen Kommentar zur Rasamañjarī, der nach dem MS. Bhandarkar, Report for 1882/83 No. 215 fol. 122 den Namen Vyaṅgyārthasatkaumudī führt und 1614 (Aufrecht, l. c. giebt 1635 an; *abde locanarandhaṣaḍbhavipulasamastākasaṁlakṣite* liest die sehr verderbte Handschrift, woraus sich *locana*, *randhra*, *ṣaḍ* = 296 also 1692 sicher ergiebt) geschrieben ist. Ausserdem verfasste er nach Aufrecht l. c. eine Mudrārākṣasapūrvapīṭhikā, eine Prosaübersetzung des Dramas. Beide Kommentare sind wenig brauchbar; sie lassen den Leser sehr oft im Stich und bei schwierigen Stellen pflegt Ananta Paṇḍita selbst ganz unsicher zu sein. Wie wenig er alte Quellen hatte, geht aus dem Kommentare zu Āryāsaptaçatī, Einleitung 39 hervor, wo er, wie oben (p. 12) erwähnt, den Senakulatilakabhūpati auf Pravarasena, den angeblichen Verfasser des Setubandha, deutet. Mehrfach erwähnt er verschiedene Lesarten, zu 406 eine, die in D 461 steht.

In der Padyāvalī werden in beiden Handschriften von Govardhanācārya zwei Strophen citiert. Die eine K fol. 19ª = T fol. 22ª ist Āryāsaptaçatī K 649 = D 703, die andere K fol. 29ᵇ = T fol. 33ᵇ lautet:

pāntha Dvāravatīṁ prayāsi yadi he tad Devakīnandano
vaktavyaḥ smaramohamantravivaçā gopyo 'pi nāmojjhitāḥ |
etāḥ kelikadambadhūlipaṭalair ālokaçūnyādiçaḥ
Kālindītaṭabhūmayo 'pi tava bho nāyānti cittāspadam ||

„Wanderer, wenn du nach Dvāravatī gehst, so sage doch dem Sohne der Devakī: „Denkst du denn nicht an die Hirtinnen, die machtlos durch bethörende Liebeszaubersprüche von dir verlassen worden sind, nicht an die Uferlandschaft der Kālindī, wo man die Himmelsgegenden vor der Masse des Blütenstaubes der Spielkadambas nicht sehen konnte?““

Wenn sich die Verfasserschaft Govardhanas bewährt, so hat er ausser der Āryāsaptaçatī noch andere, oder ein anderes Werk verfasst. Die Handschrift T citiert fol. 17ᵇ von ihm noch Āryāsaptaçatī 211 = D 265 und fol. 27ᵇ teilt sie ihm die Strophe *yadavadhi gokulam abhitaḥ samajani* zu, die in K anonym gegeben wird. Ich habe leider nur den Anfang ausgeschrieben und kann daher nicht sagen, ob die Strophe nicht = Āryāsaptaç. 476 = D 531 ist.

Der Schluss von Gītagovinda 1, 4 lautet bei Lassen: *viçrutaḥ çrutidharo Dhoyī kavikṣmāpatiḥ.* Die Bombayer Ausgabe liest ebenso, nur *Dhoī* für *Dhoyī*, und so auch die Handschrift der DMG. Die Wiener Çāradāhandschrift hat *çrutadharo Dhūyī* und *çrutadharo* ist die Lesart des Scholiasten E bei Lassen p. 72, der *çrutidharo* als verschiedene Lesart erwähnt. Die Scholiasten sind darin einig, *çrutidhara* oder *çrutadhara* als Adjektiv und als Beiwort von *Dhoī* zu fassen. A erklärt: *Dhoyīnāmā kavirājaḥ çrutidharaḥ prasiddhaḥ çravaṇamātreṇa granthādidhārī na tu svayaṁkavitayā* | C: *tathā Dhoyīnāmā kavikṣmāpatiḥ kavirājaḥ çrutidharaḥ çrutyā çravaṇena dhārayatīty arthaḥ* | D: *Dhoyīnāmā* (b *Dhoī⁰*) *kavikṣmāpatiḥ kavirājaḥ çrutidharaḥ çrutyā çravaṇamātreṇaiva dhārayati na punar arthādigrahaṇe pravīṇa iti rājapadena mahāhaṁkārakathanam* (so richtig b) | E: *Dhoyī nāma kavikṣmāpatiḥ kavirājaḥ çrutadharaḥ* | *çrutīn eva dharati çrutidhara ity api pāṭhaḥ* | *Dhoyī çrutidharakṣmāpatir Lakṣmaṇasenakavir* (so zu lesen!) *iti vārthaḥ* | Vgl. Lassen p. 71 f.

Entschieden irrig ist in diesen Erklärungen die Annahme, dass *çrutidhara* oder *çrutadhara* einen Tadel ausdrücken soll, was Lassen p. 73 geneigt ist zu glauben. Ich habe mich dagegen schon oben p. 14 ausgesprochen und ich meine die Praedikate *viçruta* „berühmt“ und *kavikṣmāpati* „Dichterkönig“ sprechen hier deutlich. Schwieriger ist die Frage, ob *çrutadhara* substantivisch zu fassen und Eigenname ist. Diese Ansicht vertritt Aufrecht (ZDMG. 27, 94. Catal. Catalog. p. 675), dem Peterson (Subhāṣitāvali p. 131) beistimmt. Ich habe lange dieselbe Meinung gehabt. Eine erneute Prüfung ergiebt mir jedoch die Richtigkeit der Erklärung der Scholiasten.

In der Çārṅgadharapaddhati wird *Çrutadhara* und *Dhoī* citiert, in der Subhāṣitāvali nur *Çrutadhara* nicht *Dhoī.* Die Çārṅgadharap. schreibt dem Çrutadhara die Strophen 1144 und 3910, die Subhāṣitāvali 625. 931. 1680 zu. Die Strophe Ç. 1144 wird in einer Handschrift dem Çukadhara zugewiesen (Peterson, Subhāṣit., Notes p. 31), in der Subhāṣitāvali 930 dem Bhaṭṭavāsudeva. Der

Dichter dieser Strophe bleibt also unsicher. Dem Dhoī teilt die Ç. Strophe 1161 zu. Somit scheidet die Paddhati zwischen Çrutadhara und Dhoī. Das besagt aber nicht viel. Aufrecht hat mit Recht darauf hingewiesen (ZDMG. 27, 3), dass ein und derselbe Schriftsteller uns in vier oder fünf Gestalten begegnen kann; vgl. z. B. oben p. 11 Rūpagosvāmin, Rūpa, Rūpopādhyāya, Rūpadeva und Otto Franke, Die indischen Genuslehren, Kiel 1890, 58 ff.; Götting. Gel. Anzeigen 1892, 487 ff. Ein solcher Fall liegt, wie mir scheint, hier vor. Ich lege wenig Gewicht darauf, dass Dhoī nicht in der Subhāṣitāvali erwähnt wird, obwohl er offenbar ein berühmter Dichter war. Entscheidend aber ist für mich, dass der versus memorialis über die Hofdichter des Lakṣmaṇasena (oben p. 5) nur fünf Dichter kennt und zwar ausser Govardhana, Çaraṇa, Jayadeva, Umāpatidhara nur noch Kavirāja. Dieser Kavirāja kann bei der ganz genauen Uebereinstimmung von Gītagovinda 1, 4 mit dem versus memorialis (p. 6) niemand anders sein als der *kavikṣmāpati* des Jayadeva d. h. Dhoī. Für Çrutadhara als sechsten Dichter bleibt also kein Raum und es ist ganz unwahrscheinlich, dass Jayadeva den anerkannten fünf Perlen eine sechste hinzugefügt haben oder Çrutadhara nicht Hofdichter gewesen sein sollte. Ebensowenig kennt die Padyāvalī Çrutadhara oder Dhoī, obwohl sie ausser Jayadeva, den sie ausdrücklich ausschliesst, die übrigen Dichter dieses Kreises erwähnt (oben p. 11). Dagegen citiert Rūpagosvāmin zwei Strophen des Kavirājamiçra und eine des Kavisārvabhauma und da *rāja*, *kṣmāpati* und *sārvabhauma* Synonyme sind[1]), so liegt die Vermutung nahe, dass Kavirājamiçra und Kavisārvabhauma dieselbe Person sind und zwar der Kavirāja des versus memorialis, der *kavikṣmāpati* des Jayadeva, also Dhoī. Aufrecht, Catal. Catalog. p. 88 trennt Kavirājamiçra und Kavisārvabhauma. Er verweist auf Rice, Catalogue of Sanskrit Manuscripts in Mysore and Coorg, Bangalore 1884, p. 246, wo unter No. 2274 die Smṛtirañjanī des Kavisārvabhauma aufgeführt wird. Das könnte dann ein Werk des Dhoī sein. Aber wenn man auch Kavisārvabhauma ausschliesst, bleibt für Kavirājamiçra die Wahrscheinlichkeit bestehen und nichts wird geändert an dem Verhältnis von Çrutadhara und Dhoī. Ihre Identität würde erwiesen, wenn die Bemerkung von Aufrecht (Catalogus Catalog. p. 273): „Dhoyī or Dhoyīka with the title Çrutidhara lived under a king Gauḍendra. Çp. p. 42. Skm. Quoted by Jayadeva in Gītagovinda" auf anderer Quelle als dem Gītagovinda beruhen sollte, etwa dem Saduktikarṇāmṛta. Sonst widerspräche sich Aufrecht hier und p. 675 unter Çrutadhara, mit dem Çrutidhara identisch ist. *Gauḍendra* wird nicht Eigenname sein, sondern ein Titel des Lakṣmaṇasena. Die Deopara-Inschrift berichtet Strophe 20, dass Vijayasena den Fürsten von Gauḍa angriff (*Gauḍendram adravat* oben p. 7). An diesen würde man naturgemäss zuerst denken, wenn nicht die Tradition so bestimmt Dhoī als Hofdichter

1) So nennt sich Bāṇa, Pārvatīpariṇayanāṭaka p. 6, 23 ed. Glaser *kavisārvabhauma*, Jayadeva, Prasannarāghava 5, 23 *kavīndra*, Vākpatirāja, Gaüḍavaho 797 und Rājaçekhara, Karpūramañjarī 9, 7 ed. Bomb. *kaïrāo*, Jayadeva, Gītagovinda 11, 21 *kavirājarāja*. Ueber *sārvabhauma* vgl. auch Aufrecht, Catalog. Catalog. p. 715.

des Lakṣmaṇasena und Zeitgenossen des Jayadeva angäbe. Gauḍa umfasst nicht nur Bengalen, sondern auch Länder im Süden und Westen davon. Wie im Skandapurāṇa fünf Gauḍastämme genannt werden (B.-R. s. v.), so in der Rājataraṅgiṇī 4, 468 fünf Fürsten der Gauḍa (*Gauḍādhipa*). Ballālasena wird die Gründung der Stadt Gauḍa im Māldāh-Distrikt von Bengalen zugeschrieben und er und seine Nachfolger nahmen den Titel *çaṁkaraGauḍeçvara* an (Cunningham, Archaeological Survey of India XV, 41). Merutuṅga giebt als Hauptstadt des Lakṣmaṇasena an Lakṣaṇāvatī im Gauḍalande (oben p. 8). Das ist Lakhnauti, wie Gauḍa später heisst (Cunningham l. c. p. 43). Lakṣmaṇasena kann daher sehr wohl Gauḍendra genannt werden. Mir scheint also *çrutadhara* „gedächtnisstark" Adjektiv und Beiwort zu Dhoī, Çrutadhara und Dhoī ein und dieselbe Person zu sein. Die unter dem Namen Çrutadhara überlieferten Strophen sind die folgenden: Çārngadharap. 3910:

„Die Herbsttage, in denen die Welt schön ist, weil man die Modulationen des Summens der Bienen hört, die begierig sind nach dem Saft, den die Blüten der Saptacchadas ausströmen, überwältigen das Herz, und die Morgensonne erfreut den Lotosteich, dessen reizendes Antlitz die aufgeblühten Lotos bilden und der Haarflechten hat in Gestalt von herumfliegenden Bienenschwärmen".

Subhāṣitāvali 625:

„Der edle Elefant, dessen Rüssel geehrt wurde durch die Menge des Blütenstaubes, der aus den Blüten der Bäume auf dem Gipfel des Vindhyagebirges fiel und der der Herr von Herden von Elefanten war, wie ist der dazu gekommen, die Befehle der Menschen auszuführen? Aber freilich Herr ist hier das Schicksal".

Subhāṣitāvali 931 = Çārṅgadharap. 1168 (anonym):

„O Kamalā, es passt sich für dich, dass du hier in diesem Lotos wohnst, der die Hitze vertreibt (o Schmerzvertreiberin), der schön und aufgeblüht ist (o schöne und kluge), der sich der Liebe der Sonne erfreut (o du, die sich an der Liebe von Freunden erfreut), der viele treffliche Eigenschaften hat (o du, die du viele treffliche Eigenschaften hast), der die Bienen befriedigt dadurch, dass er seinen Leib ihnen preisgiebt".

Dass die Adjektive zugleich Lokative zu dem zweiten *kamale* und Vokative zu dem ersten *kamale* sind, ist wohl sicher. Auch *svāṅgapradānaparitoṣitaṣaṭpade* wird doppelsinnig sein: „die du die sechs Worte durch Hingabe deines Leibes beschwichtigst". Die „sechs Worte" sind Hunger, Durst, Kummer, Geistesverwirrung, Alter, Tod (B.-R. s. v. *ṣaṭpada* 4). Die Lesart der Çārṅgadharapaddhati ed. Peterson °*paripūritaṣaṭpadaughe* ist falsch, da *asmin* für den Sinn nötig ist, ausserdem auch der vorhergehende Vers auf °*aughe* endet. Einen Kommentar giebt die folgende Strophe Subhāṣit. 932.

Subhāṣitāvali 1680:

„Mit seinen von der Wucht des ungestümen Südwindes geschüttelten Zweigen spricht gleichsam der Baum zu den unruhigen Kokilas, um sie vom Gesange

abzuhalten, „nicht doch, nicht doch!“, als er mitleidig die durch die Trennung betrübten Frauen gesehn hat“.

Sehr wahrscheinlich gehört auch Subhāṣit. 1679 dem Çrutadhara an, wie z. B. 1673. 1674 beide von Kālidāsa sind, obwohl gerade wie bei 1679. 1680 der Name des Dichters nur hinter der zweiten Strophe steht. Es bleibt aber unsicher; vgl. z. B. 7. 8.

„Die Pāṭalā hat ihr Gewand, die Blätter, umgelegt und glänzt blütenbedeckt mit ihrer Rinde. Dennoch verlässt die Biene die Geliebte nicht. Wo ist, o Freundin, bei Verliebten Verstand zu finden?“

puṣpavatī ist natürlich doppelsinnig: die Blüten der Pāṭalā sind rot. Menstruierende müssen ein Gewand umlegen.

Unter dem Namen *Dhoī* wird nur eine Strophe citiert in der Çārṅgadharapaddhati No. 1161, die schon Aufrecht, ZDMG. 27, 42 f. mitgeteilt und übersetzt hat. „Wenn du auch ein Haupt des Brahman abschlägst[1]), mit Gespenstern Freundschaft pflegst, trunken mit den Göttermüttern spielst, an Leichenstätten Gefallen findest, die Geschöpfe, die du geschaffen hast, zerstörst, trotzdem, wen (anders) soll ich mit gläubigem Herzen verehren? Was (anders) soll ich thun? Die Dreiwelt ist leer; du allein bist der Herr“ [2]).

In der Padyāvalī finden sich drei Strophen, von denen die erste und dritte dem *Kavirājamiçra*, die zweite dem *Kavisārvabhauma* zugeteilt wird.

K fol. 8ª = T fol. 8ᵇ (in K ohne Autor):

diçatu svārājyaṁ vā vitaratu tāpatrayaṁ vāpi |
sukhitaṁ duḥkhitam api māṁ na muñcatu Keçavaḥ svāmī ||

„Mag er mir die Allherrschaft verleihen oder alle drei Arten (menschlichen) Elends[3]) schicken, ob ich glücklich oder unglücklich bin, nicht verlasse mich Keçava, der Herr“.

K fol. 10ª = T fol. 12ᵇ:

kvānanaṁ kva nayanaṁ kva nāsikā
kva çrutiḥ kva ca çikheti deçitaḥ[4]) |
tatra tatra nihitāṅgulīdalo
ballavīkulam[5]) anandayat prabhuḥ ||

„Wo ist (mein) Gesicht? Wo das Auge? Wo die Nase? Wo das Ohr? Und wo das Haar? So aufgefordert legte der Herr hierhin und dorthin seine Fingerknospen und erfreute (dadurch) die Hirtinnen“.

K fol. 15ª = T fol. 18ª:

paramānurāgaparayātha Rādhayā
parirambhakauçalavikāçibhāvayā |
sa tayā saha smarasabhājanotsavaṁ
niravāhayac chikhiçikhaṇḍaçekharaḥ ||

1) Brahman hatte früher fünf Köpfe; der fünfte wurde ihm von Çiva abgeschlagen.
2) Vgl. oben p. 9.
3) *ādhyātmika, ādhidaivika, ādhibhautika:* Apte, Dictionary s. v. *tāpa*.
4) T nideçitaḥ. 5) T vallarī°.

„Mit Rādhā, die von der höchsten Leidenschaft voll war und deren Gefühle sich in der Geschicklichkeit der Umarmung äusserten, feierte er, mit Pfauenfedern geschmückt, das Fest zu Ehren des Liebesgottes“.

Dass diese drei Strophen sich auf Kṛṣṇa beziehen, während die Strophe in der Çārṅgadharapaddhati Dhoī als glühenden Verehrer des Çiva erweist, ist kein Grund an der Identität der Verfasser zu zweifeln. Das entspricht den religiösen Verhältnissen der damaligen Zeit. So beginnt ja auch Umāpatidhara seine Praçasti mit dem Preise des Çiva und Pradyumneçvara und doch hat auch er Kṛṣṇa gefeiert. Offenbar war Lakṣmaṇasena eifriger Kṛṣṇait und so ist es begreiflich, dass auch seine Hofdichter dem Kṛṣṇa huldigten.

Unter Kavirāja war man lange gewohnt, nur den Verfasser des Rāghavapāṇḍavīya zu verstehen. Wir wissen aber jetzt, dass *kavirāja* ein Ehrentitel war, den viele Dichter erhielten (Bühler, Die indischen Inschriften und das Alter der indischen Kunstpoesie, Wien 1890, p. 44 f.), andere sich selbst beilegten. Ausser Dhoī und dem Verfasser des Rāghavapāṇḍavīya, ist noch ein dritter Kavirāja, als wäre dies Eigenname, durch Rājaçekhara, Bālarāmāyaṇa 8, 20 bekannt und ein vierter möglicherweise durch die Strophe in Vāmanas Kāvyālaṁkāravṛtti 4, 1, 10. Dass Kavirāja hier Eigenname ist, nicht blosses Appellativum „Dichterfürst“, wie Böhtlingk im kürzeren Wörterbuch annimmt, geht aus der Strophe deutlich hervor. Jacobi, Wiener Zeitschrift für die Kunde des Morgenlandes 3, 140 ist geneigt unter Kavirāja den Verfasser des Gaüḍavaho, Vākpatirāja zu verstehen. Es ist aber sehr unwahrscheinlich, dass Vāmana einen Prākritdichter so auszeichnen sollte. Vākpatirāja nennt sich in Strophe 797 selbst *kaïrāo* und die Angabe der Schlussstrophe in einigen Handschriften, dass Vākpatirāja den Namen *kaïrāo* führte, besagt bei dem so oft vorkommenden Titel (vgl. oben p. 34 Anmerkung) nichts. Der bei Vāmana erwähnte Kavirāja kann derselbe sein, wie der Kavirāja des Rājaçekhara, als dessen Zeit jetzt der Anfang des 10. Jahrhunderts feststeht (Kielhorn, Epigraphia Indica 1, 170 f.), wonach dann die Zeit des Vāmana zu bestimmen wäre, aber er ist sicher nicht der Verfasser des Rāghavapāṇḍavīya, wie ich früher angenommen habe (Götting. Gel. Anzeigen 1883, p. 1223. Rudraṭa's Çṛṅgāratilaka, Introduction p. 25). Dieser heisst richtiger Kavirājapaṇḍita oder Kavirājasūri (1, 35). Er giebt 1, 13 an, dass der König Kāmadeva, unter dem er lebte, aus dem Geschlechte der Kāḍamba stammte und es ist daher sicher, dass dies Kāmadeva von Banavāsi und Hāṅgal war, der 1181 zur Regierung kam (Sewell, A Sketch of the Dynasties of Southern India, Madras 1883, p. 41). In seinem Kommentare zu Rāghavap. 1, 25 bemerkt Premacandra Tarkavāgīça, die Hauptstadt des Kāmadeva sei Jayantīpura, eine Stadt im Osten, gewesen: *Jayantīpuraṁ svarājadhānī prācyo nagaraviçeṣaḥ.* Darauf beruht wohl die Bemerkung von Hall (Vāsavadattā, Preface p. 19 Anmerkung): „Jayantīpura, among the Khasiya Hills, in Eastern Bengal“ und die Annahme von Aufrecht Catal. Catalog. p. 88), Kāmadeva sei König von Jayantīpurī (so!) gewesen. Kavirājasūri sagt Rāghavap. 1, 25 nur, Kāmadeva sei eine „Biene der heiligen

Fusslotose des Çiva von Jayantîpura". Ob dies jemals die Hauptstadt war, weiss ich nicht. Premacandra Tarkavāgīça und Hall haben Jayantîpura mit Jayantapura verwechselt, das der Sage nach von Nimi gegründet worden ist (Vāyupurāṇa 2, 27, 1. 2) und im östlichen Indien lag. Jayantîpura aber liegt im westlichen Dekhan im Gebiete der Kṛṣṇā, genau in dem Landstriche, über den die Kāḍambās geherrscht haben. Es muss dort zur Zeit des Kāmadeva ein berühmter Çivatempel gewesen sein. Sewell erwähnt nur einen Tempel des Āñjaneya d. h. Hanumant (Lists of the Antiquarian Remains in the Presidency of Madras, Madras 1882. 84, Vol. 1 p. 44). Kavirājasūri hat also im Dekhan am Ende des 12. Jahrhunderts gelebt, eine Zeit, die gut zu dem geschmacklosen Machwerke dieses „ingenious trifler" (Hall, Vāsavadattā, Preface p. 18) stimmt. Die besondere Erwähnung, dass Kāmadeva aus Madhyadeça der heiligen Schriften kundige, Soma trinkende Brahmanen eingeführt habe (*ānetā Madhyadeçāt pravacanaviduṣāṁ somapāṁ brāhmaṇānām* Rāghavap. 1, 25), macht es mir wahrscheinlich, dass auch Kavirājasūri dazu gehörte, also nicht Südinder war, sondern aus dem Mittellande stammte.

Aufrecht schreibt (Catal. Catalog. p. 88) diesem Kavirāja auch die Verfasserschaft des Kommentars zum Rākṣasakāvya zu, aus welchen Gründen, ist mir unbekannt. Rājendralāla Mitra, Notices of Sanskrit Manuscripts 8, 264, No. 2821 giebt nur an, dass der Kommentar Subodhinī, sein Verfasser Kavirāja heisse.

Die wenigen Proben, die wir bisher von Dhoī Çrutadhara haben, rechtfertigen die Beiworte „berühmt" und „Dichterfürst", die ihm Jayadeva giebt, jedenfalls dem Geschmacke jener Zeit nach. Eigenartig tritt uns aus dem Dichterkreise des Lakṣmaṇasena Jayadeva entgegen, in viel geringerem Grade Govardhana. Was wir von den übrigen wissen, macht es wünschenswert, dass man in Indien sorgfältiger nach ihren Werken suche. Die Gegend, in der man nachzuforschen hat, ist Bengalen.

Nachtrag zu p. 17.

Die Aufzählung der Dichter ist für die Zeit des Jayadeva nicht sicher bestimmend. Vgl. p. 30.

Namen- und Sachverzeichnis.



Briefe König Friedrich Wilhelms I. von Preussen an Hermann Reinhold Pauli.

Herausgegeben und eingeleitet von

F. Frensdorff.

Vorgelegt in der Sitzung der K. Gesellschaft der Wissenschaften am 7. Mai 1892.

In dem Nachlasse unsers verewigten Collegen, des am 3. Juni 1882 zu früh für die Wissenschaft, seine Angehörigen und seine Freunde verstorbenen Professors der Geschichte, Reinhold Pauli, befindet sich eine Reihe von Briefen König Friedrich Wilhelms I. von Preussen, die, da ihre Publication früher in einer andern Weise beabsichtigt war, erst jetzt an die Oeffentlichkeit gelangen. Ob und wie R. Pauli die aus dem Nachlasse eines Verwandten, des 1874 verstorbenen Landrichters Hermann Pauli in Brandenburg, stammenden Briefe bekannt zu machen gedachte, darüber hat sich weder eine schriftliche noch eine mündliche Aeusserung von ihm erhalten. Der Erwerb der Briefe hatte ihn doppelt erfreut; rührten sie doch von dem preussischen Könige her, dessen Gedächtniss er besonders hoch hielt und wiederholt in Vorträgen zu erneuern gesucht hat, und waren an einen seiner eigenen Vorfahren, seinen Ururgrossvater Hermann Reinhold Pauli, gerichtet.

Die Familie Pauli lässt sich bis ins 16. Jahrh. zurückverfolgen. Sie stammt aus Danzig, und der Vorname Reinhold, der sich in ihr bis zur Gegenwart erhalten hat, ist ein echt Danziger Vorname. Die vornehmste Brüderschaft in der Stadt, die die angesehensten Kaufleute umfasste, war die zu Ende des 15. Jahrh. begründete und eine der Bänke des König-Artus-Hofes bildende St. Reinoldsgilde. Früh erwarb sie von der Familie Kruckemann eine Kapelle der Marienkirche, liess sie reich ausschmücken[1]), und noch heute dauert in den Kunstwerken der Reinoldskapelle die Erinnerung an die Brüder fort, die unter dem Schutze des heiligen Reinold lebten und leben liessen. Da der Aufschwung des

1) Th. Hirsch, die Oberpfarrkirche von St. Marien in Danzig I (1843) S. 163 und 434. Die Gedenkbücher der Gesellschaft beginnen mit 1481. — Das cit. Buch Hirschs ist von viel reicherem Inhalt als sein Titel vermuthen lässt. Es enthält nicht blos eine Kirchengeschichte von Danzig, wie der Verf. es wohl selbst nennt (Allg. deutsche Biogr. VI 628), sondern auch reiche Beiträge zur politischen und Culturgeschichte, und alles das aus ungedrucktem Material. Leider bricht das Buch mitten im 2. Bande unvollendet (Danzig 1847) ab.

Danziger Handels im 15. Jahrh. viele Familien des westlichen Deutschlands nach Danzig gezogen hat, und die Verehrung des heiligen Reinold, eines der vier Haimonskinder, seit alter Zeit eine Stätte in Dortmund hatte, so darf man vermuthen, dass durch Einwanderungen eben von dorther die Annahme des heiligen Reinold zum Schutzpatron der Kaufleute vermittelt worden ist[1]).

Der Geschichte einer bürgerlichen Familie nachzugehen wird nur dann von allgemeinerem Interesse sein, wenn ihre Glieder sich durch besonders merkwürdige Erlebnisse ausgezeichnet haben oder sich in ihren Geschicken grosse Zeitbewegungen wiederspiegeln. Für die Familie Pauli trifft das zweite zu, und die Kämpfe, in denen ihre Glieder mitgestritten und mitgelitten haben, lagen auf dem Gebiete des kirchlichen Lebens.

Ranke hat in der deutschen Geschichte im Reformationszeitalter[2]) einmal darauf hingewiesen, welcher Segen der deutschen Nation aus den evangelischen Pfarrhäusern erwachsen, wie der Stand der verheirateten Pfarrer eine Pflanzschule für Gelehrsamkeit und Staatsdienst, der Kern für einen gebildeten Mittelstand, geworden sei. Der Geschichtschreiber hat bei seiner Bemerkung zunächst an die ländlichen Pfarrhäuser gedacht, deren Ruhe er als ein Mittel sorgfältiger Erziehung preist. Die Bemerkung ist aber nicht weniger zutreffend für die Pfarrhäuser in den Städten, die ihre Söhne mit den Mitteln ausstatteten, in den Kämpfen des Lebens nicht blos ihren Mann zu stehen, sondern auch als Führer voranzuschreiten.

Der Stammvater der Familie Pauli ist Adrianus Pauli (1548—1611). Er ist in Danzig geboren und gestorben und hat den grössten Theil seines Lebens in seiner Vaterstadt gewirkt. Seine Thätigkeit als reformirter Geistlicher ist vorbildlich für ganze Generationen seiner Nachkommenschaft, seine Stellung zu den kirchlichen Dingen Danzigs für seine Söhne und Enkel bestimmend geworden.

I.

Der Gang, den die Reformation in Danzig nahm, ist eigenthümlich genug. Vor allem fällt auf, wie spät sie ihr Ziel erreicht hat. Erst um die Zeit, da Luther starb, fieng man an, das Abendmahl unter beiderlei Gestalt zu reichen; und mehr als 20 Jahre, nachdem der Augsburger Religionsfriede der evangelischen Kirche in Deutschland eine gesicherte Rechtsstellung verschafft hatte, gelang es für die freie Ausübung der Augsburgischen Confession in Danzig die Anerkennung des Landesherrn, des Königs von Polen, zu erwirken. Zwar war schon einmal, fünfzig Jahre früher, der Sieg der evangelischen Bewegung geglückt, aber gerade dieser Sieg gereichte ihr zum Unheil. Er war das Ergebniss eines Aufstandes gewesen, in dem nicht bloss kirchliche, sondern auch politische Ziele und neben einer Aenderung des Regiments auch eine Umgestaltung der

---

1) F. Frensdorff, Dortmunder Statuten und Urtheile (Hans. Gesch.-Qu. III) S. I und LXX. R. Fischer, Zeitschr. des Westpreuss. Geschichtsvereins XXVI (1889) S. 51.

2) Sämmtl. Werke II 316.

socialen Verhältnisse erstrebt war. Mit Jubel innerhalb und ausserhalb Danzigs begrüsst, konnte sich doch die Ordnung von 1525 nur wenig über ein Jahr behaupten und endete mit einer blutigen Wiederherstellung des Alten.

Die Verfassung der Stadt, schon immer reichlich aristokratisch gestaltet, hatte seit der zweiten Hälfte des 15. Jahrh. eine noch stärkere Ausbildung nach dieser Richtung erhalten. Das Regiment ruhte in der Hand einer kleinen Zahl kaufmännischer Familien. Die Schäden, die mit solcher Einrichtung verbunden zu sein pflegen, blieben auch hier nicht aus: die Familienpatronage, die eigennützige Ausbeutung der öffentlichen Aemter, der Hader unter den regierenden Geschlechtern, der nicht selten die ganze Stadt in Mitleidenschaft zog. Die Heimlichkeit, mit der sich die Finanzverwaltung umgab, die Steuererhöhungen, welche die Führung von Kriegen und der unglückliche Ausfall einzelner Kriegsunternehmungen nach sich zog, regten die Menge auf, immer lauter die Frage zu stellen, wohin der Stadt Rente komme. Die hartnäckige Abwehr aller Versuche, die städtische Verfassung zu bessern, die Ueberhebung der regierenden Classe, alle diese lokalen Ursachen trafen zusammen mit der allgemeinen Bewegung, die sich seit einigen Jahren von Deutschland aus diesem Grenzlande mitgetheilt hatte, durch Prädicanten der neuen Lehre, durch reformatorische Schriften, durch die Beziehungen Danzigs zu Wittenberg verbreitet wurde, und an den Missbräuchen, die in Kirche und Geistlichkeit von Danzig herrschten, reiche Nahrung fand. Schon 1522 hatte die Bürgerschaft gebeten: „dieweil in teutschen Landen das Wort Gottes lauter, rein und ohne Menschenzusatz schon über fünf Jahre gepredigt werde, dem gemeinem Manne zum Besten eine Kirche zu haben, darinnen sie mit rechtem Troste göttliches Wortes und nicht mit Menschentand und mit Pfaffenteidingen wie bisher versorgt werden möchte“ [1]). Sahen die herrschenden Kreise darin nichts als Aeusserungen des parteiischen Haufens, der communis plebecula [2]), so erhoffte der gemeine Mann von dem Worte Gottes nicht bloss geistige Befreiung und Erhebung, sondern auch Besserung seiner wirthschaftlichen Lage, eine Ausgleichung der socialen Gegensätze. Arm und Reich, Leg und Hoch standen sich in der mächtigen Handelsstadt in grosser Erbitterung gegenüber. Die schmähenden Bezeichnungen flogen herüber und hinüber. Beliebt es der Aristokratie die untern Classen die „proi“, die Brut zu nennen, so antworten sie den „groten Hansen“ darauf mit „tirannischen Hunden“ [3]). Als es im Januar 1525 zu einem Aufstand kam, standen zum Rathe im Wesentlichen nur die Kaufleute oder, da sich zu allen Gegensätzen des Danziger Bodens noch ein lokaler gesellt, die Rechtstadt d. i. die urbs principalis,

---

1) Hirsch I 266.

2) Chronik Stegmanns (SS. rer. Pruss. V) S. 555, 557. Urk. K. Sigismunds v. 1526 Juli 15 bei Hirsch I Anhang S. 40. Die Diminutivform gilt nicht der Quantität, sondern der Qualität.

3) R. v. Liliencron, histor. Volkslieder III Nr. 401 Str. 10, 13 und 30. Töppen, volksthüml. Dichtungen (Altpreuss. Monatsschr. IX [1872] S. 396).

darin die „Namhaftigsten“ wohnen[1]). Gegen sie waffnen sich die Altstadt und die Vorstadt, der Hauptsache nach die Gewerke. Nur wenige aus ihren Reihen schlagen sich auf die Seite des Raths, so die Fleischer, die Ochsentreiber mit ihrer seidenen Fahne, wie die Gegner höhnen[2]). Aller Feindseligkeit ungeachtet kam es ohne Blutvergiessen zum Ausgleich. Die Parteien verschwuren sich mit einander „by dem worte Gottis lebendig und tod zu bleiben“ und in aller Treue zu dem Erbherrn, dem Könige Sigismund von Polen, zu verharren[3]). So wenig sich die Anzeichen der Umsicht und Mässigung in dem Ausgleich verkennen lassen, so wenig fehlen andererseits die Anläufe zu radikaler und socialer Umgestaltung.

In den revolutionairen Rath werden studirte Leute aufgenommen, Georg Zimmermann, einer der ersten Schüler der neugegründeten Universität Wittenberg; Hans Wendland, Licentiat in beiden Rechten „eyn sere gelarter man“[4]); aus dem bisherigen Rathe der Führer einer der alten Geschlechterparteien, der Bürgermeister Philippus Bischof, ein ehrgeiziger und verschlagener Mann, der sich in die Zeiten zu schicken wusste[5]), und einige seiner bedeutendsten Genossen. Der Artikelbrief vom 25. Januar 1525[6]), der allen Pfarrern bei Strafe der Entsetzung gebot, sich binnen Monatsfrist zu stellen und „yre eygene schafe nach der ordenunge Christi zu weyden und mit dem worte Gotes zu versorgen“, vermied doch, die erste und grösste Kirche der Stadt, die Pfarre zu unser lieben Frauen, daran dem Könige das Patronat zustand, den übrigen Kirchen gleich zu behandeln und stellte vorsichtig alles dem Ermessen des Raths anheim. Zu den frühesten Plänen der neuen Gewalthaber gehörte die Besserung des Schulwesens. Ueberzeugt von der Nothwendigkeit klassischer Bildung, der Kenntniss der „Gezungen“, um die kirchliche Lehre aus ihren Quellen schöpfen und beurtheilen zu können, beschlossen sie neben der Aufhebung der Klöster die Umwandlung des Franziskanerklosters in eine griechische Schule. Auch darin endlich lag ein Beweis der Mässigung, dass es einer der ersten Schritte der neuen Rathsbehörde war, sich mit Wittenberg, „dem andern Jerusalem, von wo der Ursprung und die Lauterkeit des göttlichen Worts in diesen Zeiten erstlich ausgegangen“, in Verbindung zu setzen[7]), um einen geistlichen Leiter zu erhalten.

---

1) Bonholt, ein geborner Danziger, 1522 Student in Wittenberg, nachher Pfarrer zu St. Barbara in Danzig, an Spalatin 1525 März 29 (Kawerau in der Ztschr. des Westpreuss. Geschichtsvereins XI [1884] S. 66).

2) Töppen a. a. O. S. 391 ff.

3) Chronik Ferbers (SS. rer. Pruss. V) S. 542.

4) In der ältesten Immatriculation Wittenbergs v. 1502: Georius Zymmermann de Dantisco (Album acad. Viteberg. ed. Förstemann [Lips. 1841] S. 3). Stegmanns Chron. S. 573.

5) Allg. d. Biogr. II 669 (Hirsch).

6) Abgedruckt bei Hirsch, Oberpfarrkirche, Anhang S. 29.

7) Danzig an den Kurfürsten von Sachsen 1525 Febr. 6. Tschackert UB. z. Reformationsgeschichte des Herzogth. Preussen II (Publ. aus den K. Preuss. Staatsarchiven Bd. 44. [Leipz. 1890] Nr. 322).

Und nicht nur das. Sie baten um einen Mann linden Geistes, der alle Ding zur Bauung, nicht zum Verderb ordnete und ihre Stadt davor bewahrte, den schwermenden und sturmigen Geistern zu verfallen, die an andern Orten regirt haben [1]). So wurde Luther in die Danziger Bewegung gezogen, und sein Auftreten lässt deren beide Seiten deutlich erkennen. In einem Briefe an Spalatin v. 1. April 1525 rühmt er „mira quae in Dantisco operatus est Christus“ und wundert sich über die Abneigung Bugenhagens, dessen Kommen man in Danzig gewünscht hatte, dem Rufe zu folgen: ego sic vocatus non auderem reniti, sed irem statim. [2]) Dem Magister Michael Meurer aus Hainichen in Sachsen [3]), den er ihnen anstatt Bugenhagens schickte, gab er ein Schreiben mit, worin er ermahnt, nicht Schwarmgeister aufkommen zu lassen; Aenderungen nicht durch den gemeinen Mann, sondern durch die ordentliche Gewalt des Raths zu bewirken; insonderheit aber darauf zu sehen, dass man sie nicht lehre nach dem Gesetze Mosis, vielweniger nach dem Evangelio zu regieren. Dem Briefe ist ein Zettel beigefügt, seit langer Zeit rechtshistorisch berühmt durch seine vorsichtige Behandlung des kanonischen Zinsverbots und seine Anfangsworte: das gesetz Mosis ist todt und ganz abe, ja auch allein den Juden gegeben; wir Heiden sollen gehorchen den Landrechten, da wir wohnen, wie St. Petrus in der ersten Epistel am 5. spricht: aller menschlichen Ordnung etc. [4]) Ermahnungen solchen Inhalts nach Danzig zu richten hatte Luther guten Grund. Der Rath war entschlossen, wie er schrieb [5]), nicht blos bürgerlich, sondern auch christlich zu leben. Es kam darauf an, wie solcher Vorsatz verstanden wurde. In den Artikelbrief, die Vertragsurkunde des Aufstandes, waren die Forderungen aufgenommen: Fischerei und Vogelfang im

---

1) Instruction des Raths für Bonholt (ob. S. 4). Tschackert UB. Nr. 323.

2) Luthers Briefe hg. v. de Wette II 641.

3) Den richtigen Namen hat Tschackert I 137 ff. erst wieder ermittelt und vollständige Nachrichten über den verdienten, selbst von den Gegnern nicht ganz verkannten Mann gesammelt. Nachzutragen ist sein Name aus der Wittenberger Matrikel, die ihn zum 28. April 1524 als Michael Meurer ex Henekein (Förstemann S. 124) verzeichnet. Dass man schon einmal das Richtige über ihn gewusst, aber wieder vergessen hat, zeigt Löschin, Gesch. Danzigs I (1822) S. 180 vergl. mit den irrigen Angaben bei Hirsch I 298 ff. und Schnaase, Gesch. der evang. Kirche Danzigs (1863) S. 16 ff.

4) Schreiben Luthers v. 1525 Mai 5 (Werke hg. v. Jrmischer Bd. 53 Nr. 124). Neumann, Gesch. des Wuchers in Deutschland (Halle 1865) S. 618 irrte vollständig, wenn er den „Zettel“ für bisher ungedruckt hielt. Er ist überall mit dem Briefe Luthers verbunden abgedruckt, so in den Acta Boruss. II (1731) S. 301, in Walchs Ausg. v. Luthers Werken Bd. XXI, bei de Wette, Luthers Briefe II 656. Das Original des Briefes ist nicht erhalten. Die älteste Ueberlieferung desselben findet sich in der 1548 zum Abschluss gekommenen Chronik des Schöffen Georg Melmann († 1558), (Hirsch SS. V 545), die in der Bibliothek des Danziger Stadtarchivs aufbewahvt wird. (Mitthlg. von Herrn Stadtschulrath Dr. Damus). Eine spätere Abschrift der Chronik verzeichnet Bertling, Katalog der die Stadt betr. Hss. der Danziger Stadtbibliothek (Danzig 1892) Nr. 58. Auch andere Chroniken haben den Brief Luthers aufgenommen. Aus dieser Art der Ueberlieferung erklären sich die mancherlei kleinen Abweichungen der Drucke, insbesondere auch die variirenden und falschen Citate der Bibelstelle. Gemeint ist doch offenbar I. Petri 2, 13.

5) Danzig an Bugenhagen, 1525 Febr. 6 (Balt. Studien 1888 n. 12).

Stadtgebiete sollen frei, die „grossen Gesellschaften“ der Kaufleute aus der Stadt ausgeschlossen, aller Wucher d. h. Zinsennehmen abgethan sein und die Willkür der Stadt und die Rollen der Gemeinde nach dem Worte Gottes revidirt werden. Man hatte dies Programm auch zu verwirklichen versucht, so schwer das auch gefallen sein mag. Der Rath versicherte nach einigen Monaten, die von ihm verordneten verständigen und erfahrnen Personen seien bereits am Werke, das Stadtrecht in allen Artikeln dem göttlichen Worte gemäss aufzurichten.[1]) Auch das Kaiserrecht tastete man an, wie sich ein Chronist ausdrückt, indem man den Dieb nicht mehr mit dem Galgen bestrafte, sondern in Fesseln auf den Feldern arbeiten liess[2]). Wir wissen nicht genug über die einzelnen Vorgänge des J. 1525, und was wir wissen, grösstentheils aus Berichten der Gegner. Aber soviel scheint doch richtig, dass sich eine theologisch radikale Ordnung der Dinge ausbreitete, oder, wie es die Stegmannsche Chronik zutreffend bezeichnet: is quam so weyt, das dy prediger woren radt und recht, geystlich und wertlich[3]).

Die Reaction gegen das, was in Danzig vorgegangen war, blieb nicht lange aus. Die Unzufriedenheit der Kaufleute in der Stadt mit dem neuen Regiment, dem Regiment der „Prädicanten“, das Verlangen der vertriebenen Geschlechter, ihre Herrschaft wiederzugewinnen, traf zusammen mit der Erbitterung der Geistlichkeit und der Anhänger des Alten über alles, was der Kirche und ihnen angethan war. Der Hof in Krakau wurde der natürliche Sammelpunkt all des Missvergnügens, dem der Unwille des Königs über die Verletzung seiner Rechte neue Nahrung gab und entnahm. Die Ladebriefe, die der König in deutscher und lateinischer Sprache zu Weihnachten an die Stadt richtete[4]), stellten zwar den Umsturz der kirchlichen Ordnung voran und ergiengen sich darüber in detaillirten Anklagen, aber die politische Seite wog deshalb nicht minder schwer. Nicht blos dass die Bürger aus eigenem Vorwitz gehandelt und Regiment und Recht geändert hatten, es fehlte nicht an Anzeichen, dass in dem Danziger Aufruhr an einen Abfall von Polen gedacht war, entweder um unter die Herrschaft des deutschen Ordens zurückzukehren, dessen Hochmeister Herzog Albrecht[5]) eben damals auf Luthers Rath das Ordensland in ein weltliches Fürstenthum umgewandelt hatte, oder um sich unter die Herrschaft des Kaisers zu stellen und zum Reiche zu schlagen. Um so strenger war das Einschreiten des Königs, dem man sonst Milde nachrühmt. Im April 1526 erschien er selbst in Danzig[6]). Der alte Rath wurde wieder eingesetzt, eine grosse Anzahl Einwohner verbannt oder ins Gefängniss geworfen, vierzehn Bürger zur Hinrichtung durch das Schwert begnadigt, an ihrer Spitze der Bürgermeister Wendland (ob. S. 4). Der elbingische Chronist, Christoph Falk († 1572), meint als Ursache seines Todes

---

1) Liber intimationum des Danziger Stadtarchivs bei Hirsch SS. V 559.
2) Stegmann SS. V 563. 3) SS. V 563. 4) SS. V 566.
5) Liliencron Nr. 400 v. 378. Herzog Albrecht an den König 1526 Mai 23 (Tschackert Nr. 485).
6) Stegmann S. 572 ff.

zu wissen: das der rit, das man den keser solde anruffen zu einem heren[1]). Glücklich pries sich, wer wie der Student, der das Lied von den Danskern sang[2]), der wiginge (Weihe) entronnen war,

de man to Danske geven deit,
de duvel mach se begeren,
er olie dat is rod.

Gottesdienst und Kirchenverfassung wurden wiederhergestellt. Nachdem am 25. Juli 1526 die Kirche von St. Marien neu geweiht war, konnte die alte Ordnung als zurückgekehrt gelten[3]).

Dass es nicht Anhänglichkeit an die alte Kirche war, was die Danziger Erhebung zu Falle brachte, zeigt die Geschichte der nächsten Jahrzehnte. „Der alte Rath und die Bürgerschaft auf dem Markte waren nie nicht und wollten auch nicht wesen wider der wort Gottes"[4]), aber sie wollten es nicht durch den gemeinen Mann noch wie es der gemeine Mann verstand. Von der Unmöglichkeit, die lutherische Lehre zu unterdrücken überzeugt, schlug die wiederhergestellte Aristokratie den Weg ein, die kirchliche Reform im Innern zuzulassen und zu leiten, zugleich aber nach aussen hin, dem polnischen Hofe gegenüber die Formen des katholischen Gottesdienstes möglichst aufrecht zu erhalten[5]). Gestützt auf eine Bestimmung der von König Sigismund gegebenen Statuten, wonach ein zum Predigen und Lehren ungeeigneter Pfarrer mit Zustimmung des Raths und des bischöflichen Officials einen Prediger (concionator) annehmen solle, gelang es an einer Reihe von Danziger Kirchen Geistliche zu bestellen, die der Ausbreitung des Evangeliums dienten. Keiner unter ihnen wirkte bedeutender als Pancratius Klemm, ein Danziger Dominicaner, der 1529 Prediger zu St. Marien wurde. Behutsam giengen er und der Rath mit Reformen vor. Erst 1537 legte Pancratius sein Ordenskleid ab; noch 1546 trat der Rath denen mit Verboten entgegen, die das Abendmahl in beiderlei Gestalt reichten. Der Rath hatte einen schweren Stand, und wenn er das in der Sprache der Zeit mit den Worten ausdrückte: unsere Schultern wollen der schweren Last, die sie mit atlantischen Kräften bisher trugen, bereits erliegen[6]), so war das keine Uebertreibung. Von der einen Seite drängten das Volk und die Prediger, unrechten Gottesdienst abzuschaffen und das reine Wort Gottes zu verkündigen; von der anderen Seite die kirchlichen Oberbehörden, jede Neuerung durch Strafen zu unterdrücken. Der Rath berief sich der Unzufriedenheit des Königs gegenüber schon auf die äussere Unmöglichkeit, in einer volkreichen Stadt wie Danzig die Herzen der Menschen gegen den Einfluss so mannichfaltiger von allen Seiten zusammenströmender Meinungen zu verschliessen[7]), und wäre selbst beim besten Willen ausser Stande

---

1) Töppen, Preussische Geschichtsschreiber des 16. und 17. Jahrh. (1879) S. 144.
2) Liliencron, Nr. 402 Str. 43. 3) Hirsch I 308.
4) Bericht Jakob Melmanns († 1528) in SS. V 590.
5) Zum folgenden: Hirsch I 308 ff. Schnaase S. 19 ff.
6) 1540 April 29. Hirsch I 323. 7) Hirsch I 319, 331, 342; II 4.

gewesen, die alten Ordnungen aufrechtzuerhalten. Um wieviel weniger bei seiner innern Uebereinstimmung mit der neuen Lehre, die nur staatskluge Vorsicht zurückzudrängen gebot. Aber dem Volke liess sich nicht auferlegen, was seinem Glauben fremd geworden war. Der Rath musste Rücksicht nehmen auf das, was dem Volke noch zugemuthet werden konnte und was nicht. Wenn Strafen vom geistlichen Richter ausgesprochen wurden, so versagte sich der weltliche Arm ihrer Vollstreckung. Der Rath war es zufrieden, wenn dem Bischof, der zu Leslau an der Weichsel residirte, und den Geistlichen noch ihre Einkünfte gereicht wurden, und solange noch nicht kirchliche Eiferer wie Stanislaus Hosius ins Regiment zurückgekehrt waren, liess sich auch der Clerus an dieser Rolle genügen. So starben die Institute, in denen das alte kirchliche Leben sich bewegt hatte, ab; alte Stiftungen wurden neuen Zwecken zugewandt. Hatten so die katholischen Ordnungen aufgehört anwendbar zu sein — um 1564 erscheint den Beobachtern das katholische Leben in Danzig als erloschen [1]) — so sorgte man nun auch dafür, die Rechtsformen für das, was thatsächlich geworden war, zu schaffen. Unter der Leitung kluger Juristen, die keinen Schritt thaten, ohne das Errungene durch Brief und Siegel zu sichern, und am Hofe zu Krakau erfuhren, dass durch Gaben Menschen und Götter zu bewegen seien, kam man vorwärts. Das grösste Verdienst erwarb sich der Bürgermeister Georg Klefelt [2]): er verschaffte der Stadt das ihre Religionsfreiheit sichernde Privileg. Am 4. Juli 1557 gestattete der König, in allen Danziger Kirchen das Abendmahl unter beiderlei Gestalt zu reichen — bis zum nächsten Reichstage [3]). Anfangs nur zum heimlichen Consens geneigt, bevorwortete er bei der öffentlichen Gewährung, dass der Rath keinerlei Bildersturm gestatte, oder wie der Kanzler den Unterhändlern ans Herz legte, die Ebenbilder unserer lieben Alten, an die sie ja nicht zu glauben brauchten, als Erinnerungszeichen an die zu bewahren, die um des Glaubens willen viel gethan und gelitten hatten [4]). Den Abschluss der Entwicklung bildet das unter der Gunst der politischen Verhältnisse nach dem Aussterben der Jagellonen von dem Wahlkönige Stephan Bathory, Grossfürsten v. Siebenbürgen, dem sich Danzig erst nach schwerer Belagerung unterworfen hatte, erlangte Privilegium vom 16. Dec. 1577, das die freie Ausübung der Augsburgischen Confession in und ausserhalb Danzigs in allen Kirchen, Klöstern und Hospitälern gewährte [5]).

---

1) Hirsch II 82.

2) Hirsch in d. Neuen Preuss. Provinzialbl. II (1846) S. 161 ff. und 241 ff.

3) Lengnich, Gesch. der Preuss. Lande Kgl. Preuss. Antheils II (Danzig 1723) docum. n. 22: permittimus et admittimus senatui populoque civitatis nostrae Gedanensis liberam administrationem et liberum usum coenae Dominicae sub utraque specie in ecclesiis quibusvis . . . infra hinc et futura regni generalia comitia.

4) Lengnich II 157.

5) Lengnich IV S. 20 Anm. [in der Nachr. v. d. Relig.-Aenderung in Preussen]: ut religionis Augustanae confessionis tam in civitate Gedanensi quam extra muros in ejus districtu et jurisdictione templis monasteriis xenodochiis, ut sub adventum nostrum in regnum utebantur et in ejus possessione fuerunt, pacifice et quiete libera professio fiat.

Die Reformation der Stadt Danzig ist ausser durch ihren späten Abschluss noch durch einen zweiten Umstand ausgezeichnet. Während die evangelische Kirche noch um ihre äussere Anerkennung ringen muss, streiten sich schon im Innern die Anhänger der neuen Lehre, wer von ihnen den rechten Gottesdienst übe. Der nahe Zusammenhang der beiden Erscheinungen ist klar genug. Der innere Hader lähmte die Kraft der Stadt und schmälerte die Achtung, die der Gegner einem einheitlich auftretenden Gemeinwesen von solcher Bedeutung nicht hätte versagen können, zumal auch jetzt wieder der Kampf kirchlicher Parteien zugleich ein Kampf ständischer Gegensätze wurde. Der Rath führte das Kirchenregiment, das ihm mit dem Zurückweichen der katholischen Kirchenbehörden angefallen war, mit Festigkeit, ohne der Geistlichkeit oder der Gemeinde einen Antheil zu gewähren. Wo er in dogmatischen oder liturgischen Fragen Raths bedurfte, wandte er sich nach Wittenberg, wo die mildere Richtung der Schüler Melanchthons, der Philippisten, herrschte. Für das Lehrformular, das der Rath 1562 durch den gelehrten Juristen Jacob von Barten ausarbeiten liess, erlangte er die Anerkennung der Wittenberger. Die Notula oder Formula concordiae oder Formula consensionis [1]), bestimmt die Streitigkeiten unter den Geistlichen der Stadt zu beseitigen, wurde recht eigentlich der Mittelpunkt des Kampfes. Sie gab die lutherische Lehre vom Abendmahl wieder, stellte sie den papistischen Irrthümern, nicht minder bestimmt aber dem Zwinglio und Calvino und allen andern entgegen, die die Einsetzungsworte figurate oder verblümter Weise zu deuten unternahmen, war aber sonst ein Werk der Mässigung, schon dadurch dass sie den Geistlichen alles Kanzelgezänk bei Strafe der Absetzung untersagte. Den lutherischen Eiferern that die Notel nicht genug und den Calvinisten zu viel. Mathias Flacius nannte sie mit einem der Zeit sehr geläufigen Bilde einen Schuh zu beiden Füssen, einen Cothurnus sowohl linkisch als rechtisch zu gebrauchen, und schalt die Geistlichen, die sich ihr unterwarfen, stumme schläfrige Hunde [2]). Calvinisch gesinnte Geistliche unterliessen es, die Notel zu unterschreiben oder machten, wenn sie unterschrieben, Vorbehalte, und der Geschichtschreiber der Notula, Jacob Fabricius, meinte die Verwerfung Zwinglis und Calvins in der Notel schon nicht anders als aus einem unberechtigten Zusatze späterer Zeit erklären zu können [3]). Der Rath bemühte sich eine vermittelnde Stellung festzuhalten, weshalb er denn auch der von Lübeck übersandten und mit Rücksicht auf die unter den Hansestädten zu erhaltende Eintracht zur An-

---

1) Die „Danziger Notel", deren Verfasser auch Warten genannt wird, ist gedruckt bei Reinhold Curicke, Beschreibung der Stadt Danzig (s. u.) S. 302 ff. und bei Hartknoch, Preussische Kirchenhistorie (1686) S. 690 ff. Zur Geschichte der Notel vgl. Schnaase S. 50 ff; zur Biographie Bartens Hirsch II 19.

2) Hirsch II 37; Schnaase S. 574, 586.

3) Hirsch hat seine anfängliche Zustimmung zu der Ansicht des Fabricius (II 33), nachdem er das Original der 1562 den Geistlichen zur Unterschrift vorgelegten Urkunde kennen gelernt hat, zurückgenommen (S. 223). Ueber Fabricius s. unten S. 12 und seine Historia notulae, eine in mehreren Hss. erhaltene Geschichte der Kirchenstreitigkeiten in Danzig von 1560—1603, Hirsch II 16.

nahme empfohlenen Concordienformel, um neue Störung des Kirchenfriedens zu verhüten, seine Zustimmung versagte [1]).

Indessen sammelten sich um Geistliche, die der streng lutherischen Doctrin folgten, Parteigänger aus den untern Schichten des Volkes. Zu Anfang der sechziger Jahre tauchte wieder der alte Name des kleinen Haufens auf (oben S. 3), jetzt gebraucht als Selbstbezeichnung derer, die sich in geheimen Zusammenkünften gegen den Calvinismus zusammenfanden [2]). Die zweideutige Behandlung der Notel durch die calvinisch gesinnten Geistlichen, die Vermehrung ihrer Richtung trotz der Notel gab der Opposition Nahrung. Zu den kirchlichen Beschwerden gesellten sich materielle. Die Religionsverfolgungen des Auslandes hatten der grossen Handelsstadt einen starken Zuzug von Niederländern, darunter viel vermögende, geschäftsgewandte, durch Kunstfleiss ausgezeichnete Leute zugeführt. Schon 1571 konnten die Fremden sich darauf berufen, wie sehr sie diese Stadt und Lande mit Gebäuden und Nutzungen geweitert hatten [3]). So bereitwillig sie der Rath aufnahm, so scheel sah dazu der Stand der Handwerker: die Fremden vertheuerten den Lebensunterhalt, die Wohnungen, verkürzten ihm die Nahrung, zwangen Bürgersöhne zur Ehelosigkeit und manches guten Mannes Tochter zum Sitzenbleiben [4]). Die dritte Ordnung der Bürgerschaft, von dieser Stimmung erfüllt, drang auf strenge Handhabung des Gesetzes, das den Fremden eigenen Rauch verbot und Gewerbebetrieb nur unter Bürgschaft und Vertretung eines Eingesessenen gestattete. Der Kampf um das Fremdenrecht entging nicht dem Geschick aller Kämpfe der Zeit, zugleich ein religiöser zu werden. Die Fremden waren überwiegend Calvinisten. Grund genug für die lutherischen Geistlichen, die Abneigung ihrer Anhänger gegen die „Gäste" zu nähren, während der Rath sich begnügte, den Hanserecessen und den Geboten des Königs gemäss Wiedertäufern die Aufnahme zu versagen [5]). Die kirchlichen und socialen Gegensätze zwischen den Kreisen der Bevölkerung mochten eine Weile zurücktreten, durch andere Strömungen zurückgedrängt werden. Es musste aber eine Zeit kommen, da der angesammelte Vorrath von Missvergnügen losbrach und sich Gehör verschaffte.

II.

Unter kirchlichen Zuständen solcher Art wuchs Adrian Pauli [6]) in seiner Vaterstadt auf. Früh seiner Eltern beraubt, war er von seinen Vormündern zum Handel bestimmt, aber bald seiner Neigung entsprechend zum Studium übergegangen. In seine Schülerzeit fiel die Eröffnung des Danziger Particulare, wie man damals die Gymnasien im Gegensatz zur Universität bezeichnete. Der Versuch von 1525, eine griechische Schule zu errichten (ob. S. 4), hatte keinen Bestand gehabt; aber dreissig Jahre später waren der Bürgermeister Georg

---

1) Hirsch II 180. 2) Hirsch II 46. 3) Hirsch II 191.
4) Hirsch II 196. 5) Hirsch II 18.
6) Melchior Adami, vitae theolog. Germanicor. (1663) S. 808.

Klefelt und sein College Constantin Ferber auf die alten Pläne zurückgekommen und hatten durch Verhandlungen mit dem Custos der Franciskaner und den letzten noch übrigen Mönchen gegen Gewährung lebenslänglichen Unterhalts die Abtretung des Klosters erlangt, „jedoch zu keiner anderen Meinung oder Nutzung zu haben und zu gebrauchen denn zur Zuchtschulen, dieweil vor Alters, ehe und zuvor einige Universitäten aufgerichtet, die Klöster anstatt der Universitäten und Zuchtschulen gewesen“ [1]). Am 13. Juni 1558 war das Particular unter dem Rector Hoppe eröffnet worden. Sein Nachfolger, Hendricus Moller, war Paulis Lehrer. Moller, aus Hessen gebürtig, war jung nach Schweden als Informator der Söhne Gustav Wasas berufen, zugleich als Historiograph und Hofpoet beschäftigt, nach mancherlei Fahrten als öffentlicher Lehrer nach Kulm gekommen und nach Erwerbung der Magisterwürde in Wittenberg 1560 Rector in Danzig geworden. Ein fruchtbarer lateinischer Dichter, hat er sich doch auch in der Muttersprache versucht. Unter den Schulkomödien, deren er jährlich zwei, eine aus dem Terenz und eine aus der biblischen Geschichte, aufführen liess, befand sich auch ein von Moller in deutsche Reime übertragenes Drama des Züricher Geistlichen, Rudolf Walther, das die Erzählung von Nabal und Abigail in 1 Sam. 25 behandelte. Moller starb, noch nicht 40 Jahre alt, 1567 [2]). Unter seinem Nachfolger, Frankenberger aus Meiningen, verliess Pauli die Schule und zog, getreu der alten Tradition seiner Landsleute, nach Wittenberg. Er hat hier vier Jahre zugebracht, als Hauslehrer bei dem Rathsherrn und Buchhändler Samuel Selfisch lebend. Es war die Zeit, da die Schüler Melanchthons, Cruciger Pezel Moller Widebram auf den Lehrstühlen Wittenbergs sassen und geleitet von Peucer, dem Schwiegersohne Melanchthons, zwischen dem strengen Lutherthum und dem Calvinismus zu vermitteln suchten. In seinem letzten Studienjahre sah Pauli noch die Reaction hereinbrechen, die seine Lehrer ihrer Aemter entsetzte und des Landes verwies und Peucer ins Gefängniss warf. Als Magister der Philosophie heimgekehrt, bekleidete er ein paar Jahre die Stelle eines Conrectors in Thorn, bis ihn der Danziger Rath 1578 zum Rector einer der Latein- oder Trivialschulen, deren die Stadt je eine für die sechs Pfarreien besass, der zu der Vorstadtkirche S. Petri und Pauli gehörigen Schule und zugleich zum Gehülfen des an dieser Kirche wirkenden Pastors Holst (Holtzius) berief.

Es war eine Zeit grossen wirthschaftlichen Aufschwunges, als Pauli nach Danzig zurückkehrte, eines Aufschwunges, der zugleich allen Gebieten geistiger

---

1) Urkunde v. 1555 aus der Matrikel des Gymnasiums (Hirsch, Gesch. des akad. Gymnasiums, Programm v. 1837, S. 60). Zum Unterschied von dem Programm desselben Vfs. von 1858, das die Geschichte der Schule seit 1814 behandelt, ist die ältere Schrift als Gymn. I, die jüngere als Gymn. II bezeichnet.

2) Löschin, Gesch. Danzigs I (1822) S. 275. Hirsch, Gymnas. I 10. Gödeke, Grundriss II 105, 393. Als Geburtsort Mollers wird bald Frankenstein, bald Witzenhausen angegeben; sein Epitaph in der Trinitatiskirche b. Curicke, Histor. Beschreibg. v. Danzig S. 335.

Cultur zu Gute kam. Vor allem dem Schulwesen. Das Gymnasium, unter den letzten Kriegsläuften verfallen, wurde 1580 wiederhergestellt und neu dotirt. Der Rath mit einhelliger Beliebung der beiden andern Ordnungen bestimmte die Einkünfte aus dem Vermögen der Altäre und Kapellen der Stadtkirchen zum Unterhalt des Gymnasiums und veranlasste Zünfte und Familien, die im Besitze solcher Einkünfte waren, zu Verwilligungen „an das Particolar“. Vogt und Brüder der Reinoldsbank giengen mit einer Jahresgabe von 30 Mark voran[1]). Zugleich gab man der Anstalt einen höhern wissenschaftlichen Character nach Art der um die gleiche Zeit in so vielen deutschen Städten entstehenden Zwischenanstalten zwischen Schule und Universität, der gymnasia academica oder illustria, wenn auch dieser Name in Danzig erst etwa sechzig Jahre später den des Gymnasiums zur heil. Dreifaltigkeit aus dem Gebrauch verdrängte[2]). An der Spitze der Anstalt stand ein Doctor der Theologie, der die Professur der Theologie bekleidete und zugleich als Prediger in der Gymnasialkirche thätig war. Neben ihm gab es einen Professor für Astronomie und Mathematik, für Beredsamkeit und Poesie, für griechische und orientalische Sprachen; zugleich aber auch Professoren der Facultätswissenschaften: der Jurisprudenz und Geschichte, der Medicin und Physik und der Philosophie, um den nicht Studirenden einen Ersatz zu bieten und die übrigen Schüler um so besser für die Universität vorzubereiten. Den Inhabern der Facultätsprofessuren, in der Regel Doctoren, erkannte man den Vorrang vor den übrigen, die blos Magister der freien Künste waren, zu. Alle aber waren hochgeehrt, gut besoldet; und die Anstalt, die auch aus der Ferne zahlreiche Schüler anzog, bildete in der Stadt eine Führerin in den kirchlichen Kämpfen der Zeit. In der Geschichte des Gymnasiums spiegelt sich die Geschichte der Stadt wieder. Der Wechsel in der Persönlichkeit seiner Leiter lässt die wechselnden Richtungen erkennen, die in Staat und Kirche zur Herrschaft gelangen.

An die Spitze der reorganisirten Anstalt trat ein junger Danziger aus einer der Rathsfamilien, der seinen deutschen Namen Schmidt dem Zeitgeschmack entsprechend latinisirt hatte, Jacob Fabricius[3]), ein Schüler Wittenbergs, insbesondere Christoph Pezels, den man in Danzig vergebens von Bremen her für das Rectorat zu gewinnen versucht hatte. Unter seiner Leitung erlangte die Schule einen grossen Namen. Es glückte einen Philosophen von dem Rufe Bartholomäus Keckermanns, der in Heidelberg lehrte[4]) und wie Fabricius ein Danziger Kind war, an das Gymnasium zu ziehen. Waren dem kränklichen Manne auch nur wenige Jahre hier zu lehren beschieden — er starb 1609 — so hat er doch in dieser Zeit den Ruhm der Schule auf langehin begründet. Balthasar Schupp, der durch Wort und Schrift mächtig wirkende Pastor zu St. Jacobi in Hamburg, hält von der Erziehung durch die Universitäten nicht allzuviel, stellt dagegen

1) Hirsch, Gymn. I 13 und 61.
2) Hirsch, Gymn. I 16 ff. und II 7 ff. Tholuck, das acad. Leben des 17. Jahrh. II (1854) 147.
3) Oben S. 9 und Schnaase S. 549 ff. 4) Unten S. 17 und Schnaase S. 552.

einige Gymnasien sehr hoch: wie manch edles Ingenium — ruft er aus — hat Keckermann im Gymnasio zu Danzig so treulich informirt! Die besten Professoren, die Schupp auf seiner akademischen Reise in Königsberg um 1630 kennen lernte, waren in Danzig auferzogen, und der vorzüglichste Orator dort, Samuel Fuchs, war des Keckermann Amanuensis gewesen und bekannte, all sein Wissen nächst Gott dem Danziger Gymnasium zu verdanken[1]). Auch in andern Fächern hatte die Anstalt verdiente Männer aufzuweisen. Dem Professor der Mathematik und Poesie, Peter Crüger († 1639), den A. Gryphius und Opitz besungen haben[2]), verdankte es der junge Hevelius, dass er der Mathematik und Astronomie trotz vielfacher Abziehung sein Leben hindurch treu blieb. Die Professoren Mochinger und Tietz (Titius) werden in den poetischen Annalen der Zeit genannt[3]). Die Schriften eines der Danziger Juristen, Joachim Hoppe, haben sich lange Zeit hindurch als beliebte Lehrbücher behauptet. Aus seinem Institutionen-Commentar lernte noch der Philosoph Christian Wolff das Jus kennen, und der sg. kleine Hoppe, ein juristischer Katechismus in kurzen Fragen und Antworten, wie: quid est hereditas? Resp.: est successio in universum jus quod defunctus habuit l. 24 de V(erborum) S(ignificatione) et l. 62 de R(egulis J(uris), hatte dem jungen Goethe die ersten Kenntnisse der Jurisprudenz beigebracht, und dankbar erinnerte er sich des Büchleins, als er sich der Doctorprüfung in Strassburg unterzog[4]). Ungeachtet der Vertretung der Facultätswissenschaften an der Anstalt hatte sie doch einen vorwiegend theologischen Character, wie denn ihre Lehrer durchgehends theologisch gebildet waren. Der Philosoph Keckermann, der die philosophischen Studien auszudehnen suchte, fand einen entschiedenen Gegner an dem Rector Fabricius, der es als die Hauptaufgabe der Schule ansah, die Schüler mit dem nöthigen polemischen Rüstzeug non modo contra Pontificiorum sed et haereticorum errores et praestigias auszustatten[5]). Daraus erklärt sich auch Methode und Gegenstand des Unterrichts: es wird die disputatorische Form bevorzugt, und das eine der beiden Hauptcollegia, welche der Rector in Prima liest, besteht darin, dass er seinen Zuhörern die neuesten Ketzereien vorträgt und widerlegt[6]). Wie an den Universitäten werden öffentliche Disputationen unter dem Vorsitz eines der Professoren, der ein Einladungsprogramm mit wissenschaftlicher Abhandlung erlässt, mit Respondent und Opponenten gehalten. Diese periodisch sich wiederholenden Redeturniere, die ihren Gegenstand regelmässig einem Abschnitt der Dogmatik entnahmen, wurden so ernsthaft be-

---

1) Unterrichteter Student in Schupps Schriften II 408. Vgl. auch Schupp, vom Schulwesen hg. v. Stötzner in den Neudrucken pädagog. Schriften VII (Leipz. 1891) S. 70.

2) Palm, Gryphius Lyr. Gedichte (Litt. Verein Nr. 171) S. 108 und 150. Schück in Wagners Archiv f. d. Gesch. der deutschen Sprache I (1874) S. 523.

3) Gödeke, Grundriss III 138. A. D. B. XXII 43.

4) Wolffs Selbstbiographie hg. v. Wuttke S. 132. Goethe, Dichtung u. Wahrheit B. IV und IX (Ausg. v. Loepers I 135, 337; II 135). Ueber Hoppe, der später Syndicus und Bürgermeister von Danzig wurde († 1712), vgl. Bertling, Katalog S. 653; Stintzing, Gesch. der Rechtswiss. II 103.

5) Hirsch, Gymn. I 17. 6) Das. S. 48 ff.

trieben, dass den Schülern, welche die Dissertationen ihrer Professoren vertheidigten, Opponenten aus den entgegengesetzten Glaubenslagern, Katholiken den Evangelischen, Reformirte den Lutheranern, entgegentraten. Wie die Schule selbst den Stolz der Stadt ausmachte, so nahm an solchen Höhepunkten des Schullebens Rath und Bürgerschaft lebhaften Antheil, und angesehene Fremde wurden wie zu einem Schauspiele hingeführt. Der Secretair des französischen Gesandten d'Avaux, Charles Ogier, der 1635 mit seinem Herrn längere Zeit in Danzig verweilte, hat in seinem Tagebuche die Erinnerung an eine solche Disputation aufbewahrt[1]), in der über die Abhandlung eines für unsern Zusammenhang wichtigen Mannes, des nachher zu erwähnenden Dr. Georg Pauli, debattirt wurde. Leider nennt der Berichterstatter nicht mehr als seinen Namen; ihn hat ausschliesslich der junge Lutheraner interessirt, der im Kampf mit sechs Dominikanern und unbekümmert um die Anwesenheit von Mönchen und Gesandschaftssecretairen Sr. allerchristlichen Majestät in die Worte ausbrach: papam nihil aliud quam monstrum esse.

Fabricius war nicht bloss Schulhaupt. Die Trinitatiskirche, in der er predigte, wurde zum Sammelpunkte der Reformirten Danzigs und er ihr geistiger Leiter. Die Bildung einer in sich geschlossenen reformirten Gemeinde vollzog sich langsam und wird nicht vor 1580 anzusetzen sein. Ausser der Niederlassung von Niederländern in Danzig, der Ausbreitung des Calvinismus in Polen, kam ihr zu Statten die Anwerbung von Schotten für den Krieg, in den die Stadt 1577 durch die Stephan Bathory versagte Anerkennung gerieth. Mehr als diese äussern Umstände bewirkte das Wachsthum der reformirten Gemeinde das lange Festhalten katholischer Einrichtungen im evangelischen Gottesdienst. Wer sich durch den fortdauernden Gebrauch der lateinischen Sprache, die Beibehaltung der Bilder, der Privatbeichte, der katholischen Feiertage verletzt fühlte, wandte sich Predigern zu, die energischer mit diesen Ueberresten aufräumten. Dr. Fabricius, der nicht ordinirter Geistlicher war und deshalb die Unterschrift der Danziger Notel verweigerte, gieng in der Trinitatiskirche mit Befreiung des Gottesdienstes von papistischen Ceremonien voran. Räumlich und geistig standen sich die Peter- und Paulkirche und Trinitatiskirche sehr nahe. Was in St. Trinitatis eingeführt war, ward einige Monate später nach St. Petri verpflanzt[2]). Beide Kirchen liegen in der Vorstadt, der Südspitze des heutigen Danzig, die eine noch jetzt als vorstädtischer Graben bezeichnete Strasse von der Rechtstadt trennt. Die Petrikirche, deren Bau nach neunzigjährigem Stocken erst kurz vor der Reformation vollendet war, war die Pfarrkirche der Vorstadt; die Trinitatiskirche zu Ende des 15. Jahrh. erbaut, unter den kirchlichen Bauwerken Danzigs durch ihren reich ausgebildeten dreifachen Westgiebel hervorragend und

1) Caroli Ogerii Ephemerides sive Iter Danicum Suecicum Polonicum (Lut. Paris 1656) S. 420. Uebersetzung des Danzig betreffenden Theils in Löschin, Beitr. z. Gesch. Danzigs Heft 2 (Danzig 1837) S. 17 ff. Das Buch Ogiers ist selten (Brunet, Manuel du libraire IV 170). Göttingen Itiner. 143a.

2) Hirsch, Oberpfarrkirche II 238.

mitsammt den Klostergebäuden den Kunstsinn und Reichthum seiner Erbauer, des fürnehmsten Klosters der Franciskaner, verkündend[1]), diente seit der Abtretung des Klosters (oben S. 11) an die Stadt als Gymnasialkirche, hiess aber noch immer die Graumünchenkirche, ein Name, der sich bis heute im Volksgebrauch erhalten hat. Wie in derselben Vorstadt die frühesten Erscheinungen der evangelischen Bewegung hervorgetreten waren, so jetzt auch die Bestrebungen zur Einführung eines reformirten Gottesdienstes. Mit Fabricius wirkten die Geistlichen der Petrikirche, die die Parochialhandlungen an der Trinitatiskirche vollzogen, in gleichem Geiste zusammen. Der Pastor Holtze wurde darin von seinen Diaconen Adrian Pauli und Copius eifrig unterstützt. Als Holtze 1591 starb, wurde Pauli sein Nachfolger und bekleidete das Amt bis zu seinem Tode 1611. Es war die Zeit, da die Anhänger des reformirten Lehrbegriffs in Danzig in Staat und Kirche dominirten. Wie Pauli aber einst in Wittenberg die Herrschaft und den Sturz der Anhänger Melanchthons erlebt hatte, so sah er in Danzig eine Bewegung einsetzen, die sich mit wachsender Heftigkeit dem Uebergewicht der Reformirten opponirte. Unangefochten war ihre Herrschaft nie gewesen. Der „kleine Haufe" (ob. S. 10), der anfangs nur untergeordnete Persönlichkeiten an seiner Spitze hatte, wurde von weltlichen und kirchlichen Führern geleitet, die nicht bloss Parteieifer als Rüstzeug aufzuweisen hatten. Es ist doch sehr bezeichnend, dass der erste Pfarrer der Marienkirche, der ecclesia major, der Oberpfarrkirche, wie man sie schon damals nannte, also der höchststehende Geistliche der Stadt, Dr. Kittel († 1590), und in noch stärkerem Maasse sein Nachfolger Michael Coletus sehr entschiedene Widersacher der herrschenden Partei waren, dass nach dem Ausscheiden des Peter Prätorius von Zeitz, der 1576 in die zweite Pfarrstelle bei St. Marien berufen war, nie wieder auch nur in diese Stelle andere als Lutheraner gelangten. Dem 1586 zum Diaconus der Katharinenkirche berufenen Samuel Lindemann verweigerte Kittel die Ordination, weil er in Heidelberg studirt hatte. Als Dr. Prätorius die Handlung im Auftrage des Raths vollzog, assistirten ihm zehn andere Geistliche der Stadt, während Kittel und sechs Genossen sich fernhielten[2]). Aber die Minderheit war nichts weniger als verzagt. Mit den schärfsten Angriffen giengen sie gegen Fabricius vor; wie sie ihn den Kindermörder schalten, so seine Schule das calvinische Raupennest und seine Bücher die rechte calvinische Grundsuppe. Calvinisten und Wiedertäufer — so lehrten sie oft genug — gehören zum sacramentirerischen Schwarm, sind Bilderstürmer, und Bilderstürmer sind nicht bloss kirchlich, sondern auch politisch jedes Umsturzes fähig[3]). Je weiter die Reformirten in der Säuberung des Gottesdienstes giengen, desto fester klammerten sich die Lutheraner an die alten Ordnungen und erinnerten an das Verbot des königlichen Privilegs von 1577, die Ceremonien zu ändern. Gleich den Lutheranern im Reiche be-

---

1) Strehlke, Kirche und Kloster zur heil. Dreifaltigkeit in Danzig (Organ f. christl. Kunst hg. v. Baudri Jg. V [1855] Nr. 12—14).

2) Schnaase S. 548.

3) Hirsch II 41, 234, 246, 253.

stritten sie den Reformirten das Recht, sich auf die Freiheiten zu berufen, die allein den Augsburgischen Confessionsverwandten gewährt waren [1]). Die Stellung des Rathes zwischen den Parteien war schwieriger geworden, seitdem in seiner eigenen Mitte der Anhang der Reformirten gewachsen war. Der Tod des Bürgermeisters Constantin Ferber (1588) hatte einen ihrer heftigsten Gegner beseitigt. In den höhern Classen der Bevölkerung, in den gelehrten Kreisen überwogen die Reformirten. Der rege Handelsverkehr mit England und den Niederlanden, die Reisen der Danziger Kaufleute, ihr Aufenthalt im Auslande brachte sie in vielfache Beziehung zu Calvinisten, deren Religion sich als vornehm, weltmännisch, international empfahl [2]). Sie bewahrte vor dem Rigorismus des Lutherthums und seinen Consequenzen und machte toleranter gegen Andersgläubige. Der Danziger Rath stand nicht an, den verbesserten Kalender Papst Gregor XIII anzunehmen, der in andern Communen so vielen confessionellen Widerstand fand; und die Patricier besannen sich nicht, in gesellschaftlichen Verkehr mit den Katholiken und Jesuiten der polnischen Nachbarschaft zu treten.

Aber der politische, wissenschaftliche, mercantile Einfluss, der den reformirten Kreisen der Danziger Einwohnerschaft beiwohnte, konnte nicht täuschen über ihre geringe Zahl im Verhältniss zu der Masse der Bevölkerung, die geschaart um die lutherischen Prediger in wachsender Feindschaft dem Rathe gegenüber trat, der sich zum Organ der höhern Kreise machte. War in der ersten Ordnung — man nannte in Danzig wie in Polen Ordnung, was man in Deutschland Stand genannt haben würde — dem Rathe etwa die Hälfte der Mitglieder reformirt, so zählte die Richtung in der zweiten Ordnung, dem Gerichte oder den Schöffen, doch nur wenige Anhänger, und die dritte Ordnung, die Vertretung des Handwerkerstandes, war ihr entschiedener Gegner. Sie wirft dem Rathe vor, er benutze sein angebliches Recht die städtischen Pfarreien zu besetzen allein zu Gunsten der Reformirten, und höhnt, es könne in Danzig niemand ein geistliches Amt erlangen, der nicht dem Abgrund der höllischen Calvinisterei zu Heidelberg entstiegen sei. Erbittert weist die Opposition auf den Widerspruch zwischen den gesetzlichen Vorschriften und ihrer Befolgung hin und beschäftigt sich immer ernstlicher mit der Untersuchung der Gründe, die das ausschliessliche Patronatsrecht des Raths rechtfertigen sollen. Endlich verlangt die dritte Ordnung drastisch, dass die calvinischen Lehrer aus Kirchen und Schulen ausgefegt werden und droht, wenn der Rath sich länger ihrem gerechten Ansinnen versage, die Hülfe dessen anzurufen, von dem die Religionsprivilegien herrührten. Als sie ohne den warnenden Hinweis des Raths auf die Papisten zu beachten, die sich schon ein Fenster geöffnet sähen, ihre Drohung wahr machten, enthielt sich zwar der polnische Hof einer Entscheidung zwischen den streitenden Parteien,

---

1) Es folgen den oben S. 8 Anm. 5 abgedruckten Worten noch die Sätze: omnesque in libero usu religionis Augustanae confessionis conservabimus . . . . nec volumus, ut in templis ritus ceremoniarum ullo pacto immutentur.

2) Hirsch II 229; Scherer, Gesch. der deutschen Literatur S. 290.

aber sein Verhalten reichte doch hin, den Rath, der seine Stellung von zwei Seiten, den Jesuiten am polnischen Hofe und den lutherischen Rechtgläubigen, bedroht und neben der kirchlichen Gefahr zugleich eine politische heraufziehen sah, zum Einlenken zu bewegen [1]). Mit dem J. 1607 endet die Herrschaft des Calvinismus in Danzig, und es tritt eine rückläufige Bewegung ein, die nicht eher stillsteht, als bis das exclusive Lutherthum zum Regiment in Staat und Kirche gelangt ist.

Selbstverständlich war diese ganze Zeit von aufgeregtester Kanzelpolemik erfüllt, und die nächste Sorge des Raths auf Wahrung des äussern Friedens gerichtet. Von Adrian Pauli, so lebhaft er für Besserung und Reinigung des Gottesdienstes eintrat, hören wir nicht, dass er sich an dem Streit mit Wort oder Feder betheiligt habe. Er hat keine Bücher geschrieben, so in öffentlichen Druck gekommen sind, sonst aber acht Kinder gezeuget, berichtet eine alte Familienaufzeichnung mit einer stilistischen Wendung, der man im vorigen Jahrhundert häufiger begegnet. Umgeben von gelehrten Söhnen und Schwiegersöhnen ist Adrian Pauli 1611 gestorben.

Schon vor dem Tode des Vaters hatten seine beiden Söhne, Adrian und Georg, wenn auch noch nicht Aemter und Würden erlangt, so doch ihre Stellung im Leben genommen. Beide hatten zunächst ihre Studien auf dem vaterstädtischen Gymnasium gemacht; der jüngere im Februar 1606 unter Keckermanns Vorsitz de felicitate civili et morali disputirt [2]). Nach einander hatten sie Heidelberg aufgesucht, das damals die Hochschule der reformirten Theologie und zugleich der Sammelpunkt der ausgezeichnetsten Männer aller Wissenszweige war [3]). Neben den Theologen David Pareus, Daniel Tossanus und seinem Sohne Paul glänzten der Jurist Dionysius Gothofredus, der Philologe Janus Gruter. Und wie unter diesen Lehrern, mischten sich auch unter den Studierenden die Nationalitäten, so dass der Festredner bei der fünfhundertjährigen Jubelfeier Heidelberg um die Wende des 16. und 17. Jahrh. mit Recht eine weithin leuchtende europäische Hochschule, eine deutsche Universität von internationalem Charakter nennen konnte [4]). Adrianus Pauli Dantiscanus wurde 1602 Mai 9, Georgius Pauli 1606 Nov. 4 immatriculirt [5]). Auf denselben Blättern der Heidelberger Matrikel mit Georg Pauli stehen ausser den Deutschen: Rudolf und Abundius von Salis, nobiles Rheti, und ihrem Hofmeister Baptista Malleray aus Antwerpen, Peter Teschenmacher aus Elberfeld in der Grafschaft Berg, fünf Herren von Reibnitz aus Schlesien, Daniel Otto Pfitzingensis Hoënloicus, später litterarisch bekannt

1) Zum Vorstehenden Hirsch II 173, 228, 265, 271.

2) Keckermann, Opera II 629.

3) Häusser, Gesch. der rhein. Pfalz II (1845) S. 201. Tholuck, d. akad. Leben des 17. Jahrh. II S. 266.

4) K. Fischer, Festrede zur 500-jähr. Jubelfeier der Ruprecht-Karls-Univ. (Hdlbg. 1886) S. 6 und 38.

5) Töpke, die Matrikel der Univ. Heidelberg II (Heidelbg. 1886) S. 213 und 232.

als Verfasser des ersten Compendiums des deutschen Staatsrechts [1]), Reinoldus und Wilhelmus ab Oldenbärnevelz, die Söhne des grossen niederländischen Staatsmannes, mit ihrem Praeceptor Johannes Meursius, der Schotte Alexander Ramsay, der Engländer Bampfyld, der Ungar Albert Molnar, und um wenige Zeilen von Pauli getrennt: Claudius Salmasius, Divionensis Burgundo-Gallus, der junge Claude Saumaise aus Dijon, den der grosse französische Philologe Isaak Casaubonus um das Glück beneidete, die Schätze der Palatina geniessen zu können [2]). Die jungen Danziger führten sich in die Heidelberger Kreise vortheilhaft ein durch die Berufung auf ihren Landsmann und Lehrer Barthol. Keckermann, der, ein Schüler Heidelbergs, der Universität bis vor wenig Jahren als sacrae linguae professor und dritter Ephorus des unter dem Namen der Sapienz bekannten theologischen Alumnats [3]) angehört und sich schweren Herzens von einem Lande getrennt hatte, das seinem Oheim, als er „um des wahren Bekenntnisses willen" aus der Vaterstadt vertrieben war [4]), gleich manchem andern wegen seines Glaubens Verfolgten Aufnahme gewährt hatte. Beide Pauli erlangten in Heidelberg den Grad des optimarum (liberalium) artium magister, Adrian 1605 unter Simon Sten, Georg 1608 unter Wolfgang Loss [5]). Die Brüder machten sich früh litterarisch bekannt durch die Herausgabe von Vorlesungen und Schriften Barth. Keckermanns: Adrian Pauli edirte 1605 das einst von dem Philosophen in Heidelberg vorgetragene Gymnasium logicum, Georg 1607 die Praecognita philosophica und das Systema disciplinae politicae, beides für die Vorlesungen Keckermanns am Danziger Gymnasium bestimmt [6]). In dieser litterarischen Leistung lag zugleich ein kirchlich-politisches Glaubensbekenntniss. „Des groben Calvinisten Keckermanns Logica" galt noch langehin als das Merkmal der Reformirten und stand in dieser Beziehung auf einer Stufe mit den Lobwasserschen Psalmen. Die vierstimmigen Psalmenmelodien, die der juristische Professor von Königsberg, Ambrosius Lobwasser, bei den Hugenotten kennen gelernt, hatten mit seiner Uebertragung der französischen Texte bei den Reformirten in Deutsch-

1) Bei den wenigen Daten, die man über ihn hat (A. D. B. XXIV S. 746), sei noch bemerkt, dass er 1610 in Heidelberg mag. liberal. artium wurde: Töpke S. 474, hier als Oeringensis bezeichnet.

2) K. Fischer S. 44.

3) Oben S. 12. Töpke S. 163, 470 ff., 603. Danach berichtigt sich Schnaases Angabe S. 552 dahin, dass er vor dem Abgange von Heidelberg die theologische Licentiatenwürde erwarb. Vgl. auch Curicke, Beschreibung S. 342.

4) Nach einem von Tholuck II 267 mitgetheilten Briefe Keckermanns von 1602 war das vor 10 Jahren geschehen. Die Angabe bezieht sich auf den Diaconen Joachim Keckermann von St. Johann, der in die durch Friccius verursachten Händel verwickelt, um seiner calvinisirenden Richtung willen oder, wie der Rath es ausdrückte, weil ihm die Bürgerschaft allzusehr aufsässig wäre, 1587 entlassen worden war. Hirsch, Gymnas. I 21; Oberpfarrkirche II 215, 226.

5) Töpke S. 472 und 473.

6) Die Vorreden beider Brüder sind von Heidelberg datirt und mit den Schriften Keckermanns in die Ausgabe der Opera omnia (Genf 1614) übergegangen. Systema Ethicae (Hanov. 1610) hg. v. G. Pauli. Die Angabe des Druckortes dieser und anderer Einzelausgaben bedeutet aber nicht Hannover (Schnaase S. 553), sondern Hanau.

land überall Aufnahme gefunden[1]). In Danzig erhielten sich Keckermanns Philosophie und Lobwassers Psalmen im Gebrauch der Schule bis tief ins 17. Jahrhundert[2]), und die Glocken von St. Marien spielten noch die alten Melodieen, als die Prediger der Danziger Kirchen das calvinische Gift längst ausgestossen hatten.

Von den Brüdern Pauli hatte der ältere nach Heidelberg noch Montpellier besucht, war als Dr. med. heimgekehrt und seit 1613 als professor physices et medicinae am Gymnasium thätig. Der jüngere, Georg, trat in die Fusstapfen seines Vaters. War der Danziger Rath seit der Wendung des J. 1607 auch vorsichtiger geworden, so stand er doch nicht an, als Jacob Fabricius das Predigtamt an der Trinitatiskirche und das Rectorat des Gymnasiums wegen Leibesschwachheit niederlegte, ihm Georg Pauli, der 1612 in Basel unter Joh. Jacob Grynäus, einem abgesagten Feinde der lutherischen Eiferer[3]), Doctor der Theologie geworden war, erst zum Substituten (1613) und dann zum Nachfolger im Predigtamt (1626) zu bestellen. War es aber schon ein Zeichen der geänderten Zeit, wenn der Rath ihm einen Vertreter der unveränderten Augsburgischen Confession als Diaconen beiordnete, um wie viel mehr noch der Schritt, nach dem Tode des Fabricius (1631) an dem Gymnasium, an dem G. Pauli die Stelle des Professors der Ethik und Politik bekleidete, das Rectorat dem Dr. Botsack von Wittenberg, einem Anhänger der strengen nach dem Sturz der Philippisten zur Herrschaft gekommenen Richtung, zu übertragen und die Predigt in der Trinitatiskirche zwischen Pauli und ihm wechseln zu lassen. Sofort nach Antritt seines Amts eröffnete Botsack den Kampf gegen die Danziger Reformirten. Mit seinem Collegen Pauli entbrannte der Streit über die kirchenpolitische Frage jener Zeit: haben die Reformirten Anspruch auf die Wohlthaten des Augsburger Religionsfriedens? Pauli hatte das in seinen Vorträgen über die synopsis politicae doctrinae des Christoph Besold, des vielgenannten und vielgewandten Staatsgelehrten, und in den seinen Schülern mitgetheilten Dictaten behauptet. „Dieses hat Dr. Botsaccus als Rector Gymnasii nicht verdauen können", sagt der alte Hartknoch[4]). Er setzte den Dictaten Paulis eine Schrift mit griechischem, lateinischem und deutschem Titel entgegen, die alle darauf hinauslaufen, den Reformirten für einen falschen Bruder zu erklären[5]). Pauli antwortete in dem Reformatus Augustanus seu apologia pro dictatis scholasticis (Bremae 1637.4), worauf Botsack wieder mit einem Reformatus Pseudo-Augustanus oder einer Antapologia replicirte. In Summa, so fasst Hartknoch sein Urtheil zusammen, des Doctor Botsacks fast gantzes Leben in Danzig ist ein steter Streit wider die Reformirte gewesen. Mit seinem Nachfolger verglichen, war Botsack noch eine milde Persönlichkeit. Als er 1643 zum ersten Prediger der Oberpfarrkirche berufen wurde, erhielt

1) Gödeke, Grundriss II 173; Scherer, Gesch. der deutschen Litteratur S. 290.
2) Schnaase S. 454. 3) Tholuck II 323.
4) Preussische Kirchen-Historie (1686) S. 882.
5) Schnaase S. 580.

seine Stelle als Pastor zu St. Trinitatis und Rector des Gymnasiums kein Geringerer als der berühmte Streittheologe Abraham Calov[1]). Unter seinem und seines Vorgängers Botsack Rectorat nahm das Danziger Gymnasium einen Aufschwung wie nie zuvor[2]). Denn die Lutheraner, die die Schule früher gemieden hatten, wandten sich jetzt ihr zu. Die Zahl ihrer Schüler soll zu Zeiten bis auf 600 gestiegen sein. Nicht wenig berühmte Namen sind aus ihr hervorgegangen. Des Samuel Fuchs ist schon vorhin (S. 13) gedacht. Ob Philipp Clüver (geb. 1580), der Begründer der historischen Geographie[3]), die Schule seiner Vaterstadt besucht hat, ist nicht sicher. Johann Hevelius (geb. 1611), eigentlich Höwelcke, der nachher in seiner Vaterstadt als Bierbrauer, als Rathsherr und als Astronom, Erbauer und Besitzer einer der besteingerichteten Sternwarten lebte[4]), ist schon oben S. 13 als Schüler Peter Crügers genannt. 1634—1636 besuchte Andreas Gryphius, 18 Jahre alt, von der Schule in Fraustadt kommend, das Danziger Gymnasium, in das Haus und an den Tisch des Rectors Botsack aufgenommen. Um dieselbe Zeit war Christian Hoffmann aus Breslau (von Hoffmannswaldau) ein Zögling der Anstalt[5]).

Breitete sich das Lutherthum unter streitbaren Vorkämpfern nun auch mehr und mehr über die Stadt aus, so fehlte es doch auch der reformirten Gemeinde nicht an rüstigen und rührigen Vertretern ihrer Sache. Unter ihnen ist hier einer hervorhebenswerth, dem seine litterarischen Verdienste einen ehrenvollen Platz in der Geschichte Danzigs verschafft haben und seine Beziehungen zur Familie Pauli für unsere Betrachtung besonderen Werth verleihen. Reinhold Curicke, 1638—1667 Secretair der Stadt Danzig, ist bekannt als Verfasser der „historischen Beschreibung“ Danzigs[6]), die erst nach seinem Tode von seinem Sohne, Georg Reinhold, 1688 in Amsterdam veröffentlicht werden durfte. Dem Autor widerfuhr das gleiche Geschick, wie es die Geschichtschreiber der grossen süddeutschen Städte um dieselbe Zeit erlebten. Die Heimlichkeit, mit der sich alles städtische Wesen damals umgab, verbot in Augsburg die Veröffentlichung der Annalen von Gasser, in Nürnberg die von Johann Müllner[7]). Als Reinhold Curicke 1642 die Erlaubniss vom Rathe erbat, seine Geschichte Danzigs herauszugeben, erhielt er zwar ein Honorar von zweihundert Thalern, zugleich aber den Befehl, sein Manuscript und die zugehörigen Documente an das städtische Archiv abzuliefern. Vierzig Jahre später wurde seinem Sohne die Publication erlaubt, jedoch nur unter Weglassung der Kapitel des 4. Buches, die von den

1) Tholuck, Geist der lutherischen Theologen Wittenbergs im 17. Jahrh. (Hambg. 1852) S. 187ff.
2) Tholuck, akad. Leben II 149; Hirsch, Gymnasium II 7.
3) A. D. B. IV 353; Charitius Spicilegium de viris eruditis Gedani ortis (Gedani 1729) S. 6.
4) A. D. B. XII 341 (Bruhns).
5) A. Gryphius Lyrische Gedichte (Bibl. des Litter. Vereins in Stuttgart Nr. 171) hg. v. Palm S. 595. A. D. B. XII 639 (Palm).
6) Bertling, Katalog I 636.
7) Chroniken der deutschen Städte IV S. XLV; I S. XXXVI.

Religionsstreitigkeiten handelten. Ausser diesem bekanntesten Werke Curickes giebt es noch eine Anzahl juristischer Arbeiten von ihm, unter anderm eine lateinische Uebersetzung des Hansischen Seerechts von 1614 mit einem Commentar und einer Abhandlung de assecurationibus, und eine Reihe polemischer Schriften, die in die kirchlichen Streitfragen jener Tage eingriffen. Er galt als Autor der satyrischen Schrift: „Sackpfeife der Reformirten" (1646), die das evangelische Ministerium Danzigs, wie es heisst, ungerechter Weise beschuldigte, bei Oxenstierna Schritte gethan zu haben, um die Reformirten von den Wohlthaten des künftigen Friedens auszuschliessen [1]). An einer Schrift des Extraordinarius der Petrikirche Christian Pauli [2]), Oedipus, einem Versuch das Räthsel zu lösen, wie die Reformirten Danzigs mit gutem Gewissen die Notul (oben S. 9) hätten unterschreiben können, war Curicke Mitarbeiter. Ueber die Lobwasserschen Psalmen kämpfte er mit Botsack in einer Reihe von Schriften, die mit einem Projectum anfangen und sich durch ein Rejectum projectum, Projectum protectum, Rejectus protector u. s. w. in der anmuthigen Abwechselung fortsetzen [3]), wie sie die unermüdlichen Federkämpfe jener streitsüchtigen Tage liebten. Die Familie Pauli und die Curickes waren durch doppelte Schwägerschaft verbunden. 1627 heiratete Georg Pauli in zweiter Ehe Anna Curicke, die Tochter des Stadt-Unterrichters Georg Curicke, die Schwester des Chronisten; und dieser selbst schloss 1638 eine Ehe mit Catharina, der Tochter Georg Paulis aus erster Ehe [4]).

Georg Pauli starb 1650. Mit seinem Tode gieng die Thätigkeit der Reformirten an der Trinitatiskirche und Schule zu Ende. Der Rath hatte in den letzten Jahrzehnten nicht bloss seine calvinisirende Mehrheit verloren, sondern sich, wie schon die letzterwähnten Berufungen beweisen, einer streng lutherischen Richtung zugewandt. Wäre es allein auf ihn angekommen, er hätte den Reformirten kaum mehr als eine de facto tolerirte Stellung zugestanden. Sie hatten es dem Könige zu danken, wenn sie eine in bestimmte Grenzen gefasste Rechtsstellung eingeräumt erhielten und als augsburgische Reformirte den augsburgischen Lutheranern Danzigs gegenüber anerkannt wurden. Trinitatiskirche und Gymnasium übergab der Rath nach Paulis Tode Anhängern der ungeänderten

---

1) Schnaase S. 582; Bertling S. 637.

2) Bertling S. 673. Er ist schwerlich ein Mitglied der Danziger Familie Pauli: sein Geburtsort Klein Gafron in Schlesien spricht dagegen und der Umstand, dass Curicke, Histor. Beschrbg. S. 337, ihn im Verzeichniss der Geistlichen von St. Peter als Christianus Pauel aufführt im Gegensatz des gleich darauf folgenden Adrian Pauli.

3) Die Göttinger Bibliothek besitzt den Schriftenwechsel in einem Bande: Scripta eristica wegen des Lobwassers Lieder, der aus Gebauers Sammlung von Gesangbüchern (Pütter, Gött. Gel. Gesch. II 225; Gödeke, Grundriss III 148) stammt.

4) Mittheilungen aus den Kirchenbüchern von St. Petri und Pauli zu Danzig, die ich dem verstorbenen Archidiakonus Bertling, Herrn Schulrath Dr. Damus und Herrn Pastor Hoffmann verdanke. Ueber die erste Ehe Georg Paulis hat sich nichts weiter ermitteln lassen, als dass die Frau mit Vornamen Ursula hiess und die Eheschliessung, die ausserhalb Danzigs stattgefunden haben wird, vor 1615 erfolgt ist. Catharina Pauli ist 1618 geboren, ein älterer Bruder Georg 1615.

Augustana; die Petrikirche und die Elisabethkirche — eine in der Altstadt gelegene Hospitalkirche — verblieben den Reformirten[1]).

Die Wandlung, die sich in Danzigs confessionellen Verhältnissen vollzogen hatte, und ihre Einwirkung auf eine einzelne Familie wird durch nichts so grell beleuchtet als durch den Umstand, dass die Söhne Georg Paulis ihre Schulstudien ausserhalb ihrer Vaterstadt zu machen genöthigt waren. Der ältere von ihnen, Adrian, kehrte, nachdem er 1661—74 an der vom grossen Kurfürsten für seine westfälischen Unterthanen reformirten Bekenntnisses 1650 errichteten hohen Schule zu Hamm gelehrt hatte, noch in die Heimat zur Uebernahme der Pfarre bei St. Petri zurück[2]), der jüngere, Reinhold, musste sein Heil draussen versuchen. Ihm, dem ersten Träger dieses Vornamens, der vermuthlich von seinem Verwandten, Reinhold Curicke, herstammt, war es beschieden, der Stammhalter der Familie zu werden; mit ihm beginnt ihr Wanderleben und zugleich ihr Uebergang nach dem Westen Deutschlands. In den Erlebnissen der Familie lässt sich zugleich Ausbreitung und Schicksal des reformirten Bekenntnisses verfolgen. Die Orte, an denen ihre Glieder für kürzere oder längere Zeit verweilen, sind zugleich die Städte, an denen das Bekenntniss, dem sie treu und opfermuthig anhangen, eine wenn auch nicht immer gesicherte Aufnahme gefunden hat.

Erst nach langen Studien- und Wanderjahren gelangte Reinhold Pauli[3]) an eine Stätte dauernder Wirksamkeit. Zwölf Jahre alt, als sein Vater starb, empfieng er seine erste Ausbildung in Danzig, dann in Bremen, dessen gymnasium illustre seit den Tagen des Rectors Martini (1610) und des Johannes Coccejus (Koch), 1629—1636 Professor der biblischen Philologie in seiner Vaterstadt, zu einer berühmten Pflanzschule des reformirten Bekenntnisses geworden war und stets eine mildere Richtung in der wichtigsten Streitfrage der Zeit, der Praedestinationslehre, vertreten hatte. Den üblichen Weg der Zöglinge Bremens verfolgend, suchte Pauli 1657 die Universität Marburg auf, die erst seit wenig Jahren, der Rückgabe Oberhessens an die casselsche Linie, wiederhergestellt war, und kam noch eben rechtzeitig, um den Unterricht des ersten Theologen der Hochschule, Johannes Crocius († 1659), zu geniessen. Neben ihm war ein hervorragender Lehrer Sebastian Curtius. Wie sein älterer Bruder Adrian ein Jahr vor ihm, so ist Reinhold Pauli, unter Curtius als Respondent bei einer Dissertation 1658 aufgetreten[4]). Die nächsten Jahre führten ihn über eine ganze Reihe von reformirten Schulen und Universitäten Deutschlands und Hollands. Am längsten fesselte ihn Groningen, wo er drei Jahre verweilte und den Kampf zwischen den Anhängern der alten und neuen Theologie erlebte, der in den Niederlanden früher ausbrach als in Deutschland der entsprechende zwischen

---

1) Schnaase S. 585 ff., 231, 590.

2) Tholuck II 303. Von ihm erschien ein „Schriftlicher Aufsatz von der Quaker Glauben und Dienst“ (Marbg. 1681). Vgl. auch Hartknoch S. 856.

3) Strieder, Hess. Gel.-Gesch. (Cassel 1795) S. 265.

4) Strieder, II 479, 482.

Orthodoxie und Pietismus. Bildete das Holland jener Tage nach der Bezeichnung des Georg Calixt ein compendium orbis [1]), so war es für die reformirten Theologen der Brunnquell ihrer Wissenschaft. An den sechs Universitäten, die auf kleinem Raume vereinigt lagen, wirkten neben den grossen Niederländern auch einzelne deutsche Lehrer, und von beiden zusammen giengen die tiefgreifendsten Einwirkungen auf Gottesdienst und Lehre der Reformirten aus. Unter den Lehrern deutscher Abkunft ragt jener Bremer Coccejus [2]) hervor, der 1636 nach Franecker, 1650 nach Leyden berufen, als Professor der Dogmatik so einflussreich wirkte, dass die dem orthodoxen Scholasticismus, der sich an die Decrete der Dordrechter Synode von 1619 klammerte, entgegengesetzte Bewegung, welche religiöses Leben und Lehre zu erneuern suchte, nach ihm zubenannt wurde. Reinhold Pauli hat aus den Niederlanden nicht blos den Coccejanismus, sondern auch den Cartesianismus mitgebracht, den dort reformirte Lehrer, namentlich Coccejus selbst, mit einander verbanden. Grade Leyden ist die zweite holländische Universität, an der Pauli länger verweilte. Er schloss seine Studien in Heidelberg ab, wo er nach dreijährigem Aufenthalt 1666 die theologische Doctorwürde erwarb. Das Heidelberger Universitätsarchiv hat uns alle Details des Acts, der sich der Zeit entsprechend sehr umständlich vollzog, aufbewahrt [3]).

Da der theologische Doctor damals nur an Personen verliehen wurde, die bereits eine höhere kirchliche Würde bekleideten oder zu einer solchen berufen waren, so ist auch bei Paulis Namen bemerkt: designatus professor theologiae in schola Steinfurtensi. Das gymnasium academicum zu Steinfurt, gegen Ende des 16. Jahrh. durch den Grafen von Bentheim begründet und gleich in seinen Anfängen durch berühmte Lehrer, wie den Theologen Vorstus, den Juristen Johannes Althusius, ausgezeichnet [4]), war es, das dem vielgewanderten Manne die erste Stellung praktischer Wirksamkeit verschaffte. Pauli hatte den Ruf der Empfehlung seines Vorgängers, des Zürichers Joh. Heinr. Heidegger, zu danken, der gleich ihm Schüler des Crocius in Marburg gewesen war und sieben Jahre vor ihm die theologische Doctorwürde in Heidelberg ebenfalls im Hinblick auf die Steinfurter Professur erworben hatte [5]). Bevor Pauli seine Stelle antrat, verheiratete er sich mit Marie Elisabeth aus einem berühmten Geschlechte französischer Calvinisten, der Toussaint oder Tossanus de Beaumont, deren Stammvater Peter, ehemals Stiftsherr von Metz, gleich andern seines Glaubens Aufnahme in die würtembergische Grafschaft Mömpelgard gefunden und um deren Reformation grosse Verdienste erworben hatte [6]). Sein Sohn Daniel, der nach Frankreich zurückgekehrt, nach der Bartholomäusnacht geflohen war, hatte den

---

1) Tholuck I 308; II 205.

2) Vater von Heinrich und Grossvater von Samuel von Cocceji.

3) Töpke II 350, 605; dazu vgl. Tholuck I 296 ff.

4) Tholuck II 313; Gierke, Joh. Althusius S. 11.

5) Historia vitae J. H. Heideggeri (abgedr. hinter Heideggers Exercitationes biblicae, Tiguri 1702) c. 71; Töpke II 605.

6) Stälin, Wirtemb. Gesch. IV 406.

Schutz Kurfürst Friedrichs des Frommen und eine sehr angesehene Stellung als dessen Hofprediger gewonnen. Seitdem fasste die Familie festen Fuss in der Pfalz, wenn auch der Wechsel der kirchlichen Schicksale dieses Landes sie wiederholt vertrieb und wieder zurückrief. Der Schwiegervater Paulis war Daniel Tossanus, Prediger der französisch-reformirten Gemeinde in Heidelberg und Ephorus des Collegium Sapientiä, das im Kriege zu Grunde gegangen 1662 wieder aufgerichtet wurde [1]). Die Wirksamkeit Paulis in Steinfurt währte nur kurze Zeit, denn bald nach Paulis Ankunft trat der Landesherr, Graf Ernst Wilhelm, zur katholischen Kirche über, und die Jesuiten seines Hofes, unter denen der Pater Ludwig Korn genannt wird, machten dem jungen Professor das Leben so sauer, dass der Ruf zu einer ausserordentlichen Professur der Theologie in Marburg ihn — um mit dem alten Strieder zu reden — von manchen ohne Zweifel künftig bevorgestandenen unangenehmen Auftritten befreite. 1674 erhielt er die ordentliche Professur, nachdem er schon 1671 zum Prediger bestellt war. Zwölf Jahre hat er Marburg angehört, „in Lehre und Leben, auf der Kanzel und dem Katheder hervorleuchtend". Jung, nicht viel über 44 Jahre alt, ist er gestorben. Sein Lehrer, Sebast. Curtius, hat ihm die Leichenrede gehalten. Deutlicher als durch eine reichliche Zahl von Disputationen und Predigten ist seine Spur in der gelehrten Geschichte dadurch bezeichnet, dass er in Marburg, dessen Statuten noch im J. 1653 bei der Wiederherstellung der Universität „jene Philosophie, die von Cartesius den Namen hat und an allem zu zweifeln befiehlt", zu lehren verboten hatten, diese Philosophie einbürgerte [2]). Pauli stand in dieser Beziehung nicht allein. Ausser ihm war Johann Jacob Waldschmidt, seit 1674 erster Professor der Medicin, eifriger Cartesianer und ebenso der für unsern Zusammenhang wichtigere Samuel Andreae [3]), der gleich Pauli aus Danzig, wenn auch aus einer erst neuerdings eingewanderten Familie, stammend, gleich ihm seine Studien in den Niederlanden gemacht hatte, und 1674 von Herborn nach Marburg kam. Durch seine Verheiratung mit einer Tochter aus der Heidelberger Familie der Mieg, die wieder mit den Tossanus verschwägert war, knüpften sich auch verwandtschaftliche Beziehungen zu der Familie Pauli an. Ein so massvoller Freund des Cartesianismus auch Andreae war, weder er noch seine Genossen entgiengen den gehässigen Angriffen des Collegen Cyriacus Lenz (Lentulus), der 1656 bis 1678 Professor in Marburg war. Nicht weniger lebhaft waren die Anfeindungen, welche die Marburger von der Nachbaruniversität er-

1) Tholuck I 212.

2) Tholuck II 9, 293. Doch ist dabei eine Verwechslung untergelaufen, indem an letzter Stelle Pauli als Schüler von Heinrich Hulsius zu Duisburg bezeichnet wird, während letzterer vorher S. 249 umgekehrt als durch Pauli dem Cartesianismus zugeführt bezeichnet wird. Dass die erste Angabe nicht richtig sein kann, geht schon aus der S. 247 angegebenen Wirkungszeit des Hülse in Duisburg 1684—1723 hervor.

3) Strieder XVI 429; I 44. Die Angabe, dass Andreae 1649 geboren sei, ist unrichtig, da er schon 1656 in Heidelberg immatriculirt worden ist (Töpke S. 326). Bertling, Katalog I 623.

fuhren. War Giessen von seiner Stiftung im J. 1607 an als ein Trutz-Marburg errichtet, so fochten auch seine Feuerborn und Haberkorn unermüdlich gegen die Reformirten der Schwesteruniversität. Auch ein junger Giessener Docent, der später vielgenannte Pietist Joh. Wilh. Petersen, suchte sich seine Sporen an den Marburgern zu verdienen. Noch als Greis, als er seine Biographie schrieb, gedachte er mit einem gewissen Behagen der jugendlichen Disputationen gegen Reinhold Pauli, mit dem er persönlich im Sauerbrunnen zu Wildungen an einander gekommen war, und der Niederlage, die er dem Magister Baum, einem Schüler Paulis, beigebracht haben wollte [1]).

Wie Pauli selbst durch seine Heirat mit einem berühmten Geschlechte von reformirten Geistlichen in Verbindung gekommen war, so verheirateten sich seine Töchter auch wieder mit hervorragenden Theologen seines Bekenntnisses, die ältere mit Ludwig Christian Mieg, die jüngere mit Joh. Heinrich Hottinger. Die Mieg waren ein altes elsässisches Geschlecht — von einem Sebastian Müeg aus dem Ende des 16. Jahrh. rührt eine Strassburger Familienchronik her [2]) — das im 16. Jahrh. in die Pfalz gekommen war und von Generation zu Generation hervorragende Stellen im Staats- und Kirchendienst eingenommen hatte [3]). Mieg, Sohn des Heidelberger Professors der Theologie Johann Friedrich, der bei der Zerstörung Heidelbergs als Kriegsgefangener nach Frankreich geschleppt und bevor er die Professur in Groningen hatte antreten können, gestorben war (1691), war 1694 über Rinteln nach Marburg gekommen, von wo er 1705 bei Wiederherstellung des reformirten Kirchenwesens in der Pfalz nach Heidelberg als Kirchenrath, Professor der Theologie und erster Prediger der Heiligengeistkirche gerufen wurde. Der zweite Schwiegersohn Reinhold Paulis stammte aus einer in der Geschichte der Wissenschaft rühmlichst bekannten Züricher Familie und war schon der dritte gelehrte Träger des Namens Hottinger [4]). In hebräischen und rabbinischen Studien namentlich in Amsterdam ausgebildet, hatte er seit 1704 in Marburg gelehrt, sich im nächsten Jahre mit Adelheid Ursula Pauli vermählt, es dann aber nach 13jähriger Thätigkeit erleben müssen, dass man ihn wegen angeblichen Pietismus in Untersuchung zog und seines Amtes entsetzte. Entschlossen sich in das Privatleben zurückzuziehen, erhielt er einen Ruf als Prediger an die reformirte Gemeinde zu Frankenthal. 1721 übernahm er eine Professur der Theologie in Heidelberg, wo er erst neben seinem Schwager Mieg, dann als sein Nachfolger noch zehn Jahre, wenn auch nicht derselben theologi-

---

1) Leben J. W. Petersens (1717) S. 14 ff. Ritschl, Gesch. des Pietismus II 230. Strieder, Hess. Gel.-Gesch. X 272; Caspar Baum, Conrector am Pädagogium zu Cassel, hat sich später als eifriger Gegner des Cartesianismus in einer Polemik mit Waldschmidt bemerkbar gemacht. Strieder I 291 ff.

2) Hegel, Strassburger Chron. (Chron. der deutschen Städte VIII) 1, 69.

3) Ein Stammbaum der Familie Mieg bei Strieder IX 45 ff.

4) Strieder VI 204. Heppe, Gesch. der theol. Facultät zu Marburg (Univ.-Programm v. 1873). Dieser Joh. Heinr. Hottinger fehlt in A. D. B.

schen Richtung angehörig, wirkte. Der theologische Gegensatz soll auch von den Frauen getheilt sein, und man erzählte sich, „es sei öfters geschehen, dass die zwei Schwestern zusammen von der Gnade Gottes, Gnadenwahl u. s. w. geredet und eine jede diejenige Meinung eifrig behauptet hätte, der ihr Mann zugethan gewesen, und habe also die Frau D. Mieginn den Particularismum, die Frau D. Hottingerinn aber den Universalismum behauptet“ [1]).

Unter den drei Söhnen, die Reinhold Pauli hinterliess, ist der jüngste Hermann Reinhold der bedeutendste, überhaupt die hervorragendste Persönlichkeit in der ganzen ältern Geschichte der Familie.

III.

Hermann Reinhold Pauli, neben dem angestammten Vornamen einen zweiten nach Hermann Vultejus, dem Mitgliede eines berühmten hessischen Juristengeschlechts, nachmaligem Regierungs-Vicekanzler zu Marburg, führend, wurde im Todesjahr seines Vaters, am 28. Februar 1682 zu Marburg geboren [2]), absolvirte die Schulzeit auf dem Pädagogium seiner Vaterstadt und studirte theils hier, wo sein Schwager Mieg (s. ob. S. 25) Professor der Theologie war [3]), theils auf dem gymnasium illustre in Bremen, das damals berühmte Lehrer besass, die nach Tholucks Ausdruck [4]) auch einer Universität zur Zierde gereicht haben würden. Eben im Begriff nach Danzig, dem alten Sitz seiner Familie, zu reisen und dort sein Glück zu suchen, wurde er nach Schaumburg im Lahnthale berufen, zunächst um während einer Vacanz aushülfsweise zu predigen, gefiel aber so gut, dass er kaum zwanzig Jahr alt zum Hofprediger ernannt, erst nach Marburg zurückkehren musste, um sich examiniren und ordiniren zu lassen. Er trat in den Dienst einer Frau von merkwürdiger Herkunft [5]). Elisabeth Charlotte, seit 1676 Wittwe des Fürsten Adolf von Nassau-Dillenburg, war die Tochter des berühmten Feldherrn Peter Melander, der aus einer westerwälder Bauernfamilie stammend in den Zeiten des dreissigjährigen Krieges zum Reichsgrafen emporgestiegen war. Von beiden Eltern her hatte sie ihrem Manne

---

1) Neubauer, Nachrichten von den jetzt lebenden Evangelisch-lutherischen und Reformirten Theologen (Züllichau 1743) S. 630.

2) Die vollständigsten Nachrichten über ihn enthält Dunkel, Nachr. v. verstorb. Gelehrten u. deren Schriften I 1 (Köthen 1753) S. 281, wo die der Leichenrede angehängten Personalien benutzt sind, die, ziemlich reichhaltig, auf eine reichhaltigere Quelle, die Selbstbiographie H. R. Paulis, zurückverweisen. Leider hat sich diese, trotz meiner Nachfrage in einer grossen Zahl von Bibliotheken und Archiven, wo sie etwa zu erwarten war, nicht wieder auffinden lassen. Ich habe mich deshalb vorzugsweise an die Funeralien gehalten, die ich gleich einigen Familienaufzeichnungen des 18. und 19. Jahrh. Frau Professor Elisabeth Pauli zu danken habe.

3) Thesen und Dissertationen Miegs, bei denen Pauli als Respondent fungirte, verzeichnet Strieder IX 51, 52.

4) Tholuck II 297.

5) Zum Folgenden vgl. v. Stramberg, Rhein. Antiquarius II 3 (Koblenz 1853) S. 290, 305. Allg. deutsche Biogr. XIII 21 (v. Eltester).

reiche Besitzthümer zugebracht: von ihrem Vater die von Nassau-Hadamar erworbene Herrschaft Esterau an der untern Lahn, die der Kaiser zur Reichsgrafschaft Holzappel erhoben hatte; von ihrer Mutter, Agnes von Effern, die von Leiningen-Westerburg erkaufte Herrschaft Schaumburg. Gleich ihrem Vater treu an der reformirten Religion hangend, wohnte Elisabeth Charlotte, deren drei Töchter sich früh verheiratet hatten, allein in dem lange von den Stammesvettern angefochtenen Besitzthum, ihren Mann um mehr als 30 Jahre überlebend. Von 1702 bis Pfingsten 1705 wirkte Pauli als ihr Hofprediger in Schaumburg. Dann vertauschte er diese Stellung mit der eines Geistlichen der neu begründeten reformirten Gemeinde in Braunschweig.

Die Stadt hatte sich bis dahin bei vollständiger Einheit des evangelisch-lutherischen Bekenntnisses erhalten, oder, wie die braunschweigische Geistlichkeit rühmte, sie war für aller frömbden Religion bestmuglich jederzeit verwahrt worden[1]). Die grossen Messen, erst seit 1681 entstanden, da die 170 Jahre ältern landesherrlichen Verordnungen und kaiserlichen Privilegien ohne nachweisbaren Erfolg im Leben geblieben waren[2]), hatten manchen Katholiken nach Braunschweig geführt und zur Abhaltung katholischer Gottesdienste Veranlassung gegeben. Auch Reformirte waren vereinzelt in die Stadt gekommen. Wer aber mit Rücksicht auf den Handel und die Hebung des Verkehrs dauernder Toleranz das Wort redete, hatte die Entgegnung der Geistlichkeit zu gewärtigen, dass die Stadt grade während ihrer kirchlichen Ausschliesslichkeit durch den Segen Gottes also zugenommen habe, dass herrliche Kaufmannschaften darin getrieben und Braunschweig zu seiner jetzigen Grösse angewachsen sei. Kaum aber war Herzog Anton Ulrich im Januar 1704 seinem Bruder Rudolf August in der Regierung gefolgt, so gestattete er den Reformirten Niederlassung und freie Religionsübung, Rechte, die ihnen in dem benachbarten Hannover schon 1685 durch Verwendung der Herzogin Sophie zu Theil geworden waren, während man ihr selbst dreissig Jahre früher noch nicht gestattet hatte, einen Geistlichen ihrer Confession aus der Pfalz mitzubringen, sondern nur drei- oder viermal im Jahre einen reformirter Religion zugethanen Prädicanten von andern Orten her zu sich zu erfordern, um sich mit ihrem adeligen Frauenzimmer und andern würklichen Hofbedienten in ihrem Gemach das heil. Abendmahl reichen zu lassen[3]). Anton Ulrich liess sich durch die Vorstellungen des Stadtministeriums gegen sein Rescript vom 4. Juni 1704 nicht irre machen und berief sich insbesondere auf sein dem Könige von Preussen gegebenes Versprechen und die Nothwendigkeit,

1) Hänselmann, Werkstücke II (1887) S. 91 ff.: Schulmeister und Pfarrer. Beste, Gesch. der Braunschw. Landeskirche (1889) S. 308 ff. Die von Beste benutzte Hs. des Stadtarchivs zu Braunschweig: Acta colloquiorum rev. Ministerii Brunsv. inde ab a. 1607 usque ad a. 1721 ist privater Herkunft, von Pastor Völkerling im vorigen Jahrh. zusammengetragen. (Mitthlg. v. Prof. Hänselmann).

2) Nentwig, die Braunschweiger Messe (Monatsschr. f. Handel u. Industrie, Brschwg. 1891, Nr. 1)

3) Köcher, Gesch. v. Hannover und Braunschweig I (Publicat. aus den K. Preuss. Staatsarchiven Bd. 20, 1884) S. 387 und Mitthlg. des Vfs. aus dem ungedruckten Reverse des Herzogs Georg Wilhelm v. 5. Juni 1658.

für die unter seinen Soldaten vorhandenen Reformirten zu sorgen. Die jungen reformirten Gemeinden hatten finanziell einen schweren Stand. Für die in Hannover gewährte Kurfürstin Sophie Unterstützung, sah sich aber zugleich nach auswärtiger Hülfe um, und als ihr der König von Preussen seine herzliche Freude über das Aufblühen der Gemeinde ausdrückte, meinte sie: es haist hir aber nicht blasen, sundern peiffen [1]). Die kleine Gemeinde in Braunschweig wurde durch Unterstützungen aus Bremen und Holland gefördert, so dass sie 1705 anstatt eines Candidaten aus Bremen, mit dem sie sich bisher hatte begnügen müssen, einen Pastor anstellen konnte. Der Herzog, der sich das Recht vorbehalten hatte ihr den ersten Prediger zu präsentiren, benannte Herm. Reinhold Pauli auf die Empfehlung des Marburger Theologen Tilemann von Schenck, der zuvor allerlei Bedenken, unter andern auch das von Paulis äusserer Erscheinung her entnommene mit den Worten widerlegt hatte: klein von Person und Ansehn macht nicht verächtlich. Moses, David und Paulus sind Exempel, gute Prediger misset man nicht bei Ellen.

Am 14. Juni 1705 hielt Pauli seine Antrittspredigt. Er hat aber selbst noch das Beste dazu beitragen müssen, um die neugepflanzte Gemeinde und seine eigene Stellung zu sichern. Wenige Monate nach Antritt seines Amtes begab er sich, wie das reformirte Prediger des vorigen Jahrhunderts noch oft gethan haben, auf eine Collectenreise zu den reichen Glaubensbrüdern in Holland. Er predigte überall, wo hochdeutsche Kirchen waren, und erzielte nicht nur für seine Gemeinde reichen Ertrag, sondern verschaffte sich auch wichtige Verbindungen mit holländischen Gelehrten. Nach der Heimkehr begründete er seinen Hausstand. Man hatte am Hofe gewünscht, ihn mit „einer reichen Person“ zu verbinden. Er hielt sich an seine Freundschaft und verheiratete sich am 11. Juni 1706 mit der Schwester seines ältesten Schwagers, Elisabeth Mieg, Tochter des Professors Johann Friedrich Mieg (oben S. 25). Die Ehe währte nur drei Jahre. Zu Ende des J. 1709 ging Pauli eine zweite Ehe ein mit der Tochter des Predigers und Professors Gottfried Jüngst, der, nachdem er in Hanau für Schule und Kirche segensreich gewirkt hatte, 1706 in Bremen Pastor an St. Ansgar und Lehrer am Gymnasium illustre geworden war [2]). Paulis Stellung in Braunschweig war anfangs mit vielen Widerwärtigkeiten verbunden. Denn die Predigten des jungen Geistlichen der neuen Gemeinde übten auch über deren Bereich hinaus eine Anziehung. In ihrer Vorstellung gegen die Aufnahme der Reformirten hatte die Braunschweigische Geistlichkeit die Besorgniss geäussert, der reformirte Gottesdienst werde vermöge seiner Devotion mehr in die Augen leuchten und die Bürger den lutherischen Kirchen abwendig machen. Die Befürchtung erhielt noch stärkern Grund, da gleichzeitig mit der Zulassung der

---

1) Briefe der Kurf. Sophie an die Raugräfinnen hg. v. Bodemann (Publ. aus den K. Preuss. Staatsarch. Bd. 37 (Leipz. 1888) Nr. 260 v. J. 1702, vgl. Nr. 259 u. 207.

2) A. D. B. XIV 733 u. XXI 291. Ritschl, Pietismus I 438 u. 376.

Reformirten Einflüsse der pietistischen Richtung von Quedlinburg und Halle her sich in Braunschweig zu zeigen begannen[1]). Der Pietismus fand aber ähnlich wie in Hannover, von wo die Kurfürstin Sophie schreibt: hir im lant werden sie gar nicht gelitten[2]), und G. A. v. Münchhausen noch 30 Jahre später, als es sich um die Berufung Rambachs nach Göttingen handelte, hervorhob: dass allhier auf die Richtigkeit der Lehre vornehmlich gesehen und dasjenige, was Pietisterey heisse, nicht tolerirt werde[3]), eine fast einmüthige Gegnerschaft an der lutherischen Geistlichkeit, und keinerlei Schutz an dem religiös sonst so weitherzigen Landesherrn. Wer sich wegen Pietismus verfolgt sah, schlug sich deshalb zu den Reformirten, zumal man in Paulis Predigten eine Hinneigung zu dieser Richtung zu erkennen glaubte. Auf diesen Zusammenhang werden die Nachrichten zu beziehen sein, die Gegner hätten Pauli beim Hofe verhasst zu machen gesucht. Die Bemühungen blieben aber erfolglos. Der Herzog bewahrte ihm sein Wohlwollen und übernahm die Pathenstelle bei seinem ersten Kinde, Anton Ulrich Pauli[4]), das jedoch gleich einem zweiten Sprössling der ersten Ehe früh wieder verstarb. Auch die reformirte Gemeinde erfreute sich fortgesetzt der Gunst des Landesherrn. Sie nahm an Zahl so zu, dass das ihr anfangs eingeräumte Haus am Ritterbrunnen — zwischen dem Steinweg und dem Terrain des Schlosses — nicht mehr ausreichte. Die Gemeinde baute die ihr überwiesene Bartholomäikapelle in der Schützenstrasse, die schon seit der Reformation nicht mehr zum Gottesdienste verwendet und zuletzt als städtisches Zeughaus gebraucht war[5]), aus, und am 3. Februar 1709 konnte Pauli die Einweihungspredigt halten. Wie alle Predigten Paulis, so lässt auch diese alle persönlichen Beziehungen, alle speciellern Anknüpfungen an Umstände des Orts oder der Zeit vermissen, gewiss nicht zum Nachtheil der Erbauung suchenden Zuhörer, wohl aber des heutigen Lesers, der aus der Rede den Redner und seine Zeit kennen lernen will. Pauli sieht in dem Amt des Predigers vor allem den Beruf zu ermahnen. So benutzt er auch die erste Predigt in der neuen Kirche nicht dazu, die Gemeinde zu beglückwünschen, dass sie es soweit gebracht hat, noch die Mitglieder wegen ihrer Opferwilligkeit zu rühmen, sondern um zur Busse und Bekehrung aufzufordern. Wie heute werde das auch in Zukunft der Hauptinhalt seiner Reden sein. Nur was zur Erbauung dienlich, bemerkt er den etwa in der Versammlung anwesenden Evangelisch-Lutherischen, würden sie zu hören bekommen, nichts von Lästern und Schelten auf ihre Lehre. „So aber jemand Lust zu zanken hat, der wisse, dass wir solche Weise nicht haben". Er bittet deshalb die Andersgläubigen, von den Reformirten in Liebe zu urtheilen und

---

1) Beste S. 301 ff. 2) Briefe Nr. 254 v. J. 1702.

3) Rössler, Gründung der Univ. Göttingen S. 423.

4) Mittheilung aus dem Kirchenbuche der reformirten Gemeinde z. J. 1707 von Prof. Hänselmann.

5) Beste S. 313; Dürre, Gesch. der Stadt Braunschweig S. 543.

ihnen das Gotteshaus in ihrer Mitte nicht zu missgönnen[1]). Konnte auch die Hoffnung, die daraus eine Förderung der Liebe zwischen den getrennten Brüdern, ein templum concordiae erwachsen sah, nicht in Erfüllung gehen, so gelang es doch Paulis Persönlichkeit, die evangelische Geistlichkeit mit seiner Thätigkeit zu versöhnen. Hatte sie früher vor ihm gewarnt und seine Lehre ein heimliches Gift gescholten, so durfte er sich in seiner Abschiedspredigt der Liebe der Braunschweigischen Lutheraner rühmen.

Als 1718 die deutsche reformirte Gemeinde in Hannover Pauli die Stelle ihres sehr geschätzten Predigers Joh. Arnold Nolte (Noltenius) antrug[2]), der zunächst nach Frankfurt a/O. als Professor berufen war, zwei Jahre später als Hofprediger nach Berlin kam, liess er sich durch die beweglichen Bitten seiner Braunschweiger zur Ablehnung bestimmen. Anders als er fünf Jahre später aufgefordert wurde, die Leitung der kleinen Gemeinde zu Frankenthal in der Pfalz zu übernehmen, obschon eine Verschlechterung seiner materiellen Lage damit verbunden war. Was die Stadt in der zweiten Hälfte des 16. Jahrh. durch Einwanderung von Niederländern und die von ihnen angelegten Fabriken gewonnen hatte, war in Folge des dreissigjährigen Krieges längst wieder verloren gegangen. Man berechnete, dass sie von 1800 Bürgern, die meist Künstler und Fabrikanten waren, auf 324 Einwohner zusammengeschmolzen sei[3]). Die Verwüstung der Pfalz durch die Franzosen zu Ende des Jahrhunderts hatte den eben wieder aufkeimenden Wohlstand, der Uebergang der Landesherrschaft an die katholische Linie des Hauses Pfalz-Neuburg die kirchliche Ordnung schwer getroffen, bis durch die Religionsdeclaration von 1705 Lutheranern und Reformirten eine leidlich gesicherte Stellung zu Theil wurde, allerdings fortwährend bedroht durch die Jesuitenherrschaft, die sich in Heidelberg unter den sich folgenden Brüdern, den Kurfürsten Johann Wilhelm († 1716) und Karl Philipp (1716—1742), etablirte. Wenn Pauli sich ungeachtet aller Ungunst der Verhältnisse nach Frankenthal zu gehen entschloss, so mochte der Gedanke an den Geburtsort seiner Mutter, an die Pflicht, den Vorposten seiner Kirche zu behaupten, auf dem schon mehrere seiner Verwandten, zuletzt noch sein Schwager Hottinger (oben S. 25) gestanden hatten, mitwirken; bestimmend aber wurde für ihn, wie so oft für die Männer der pietistischen Gedankenrichtung, ein äusserer Umstand, in dem sie den Ruf Gottes hörten und verehrten. Der Antrag kam ihm zu Handen, als er eben die Worte des 32. Psalms las: ich will dich unterweisen und dir den Weg zeigen, den du wandeln sollst. Drei Jahre blieb Pauli in seinem Amte und versah, vom pfälzischen Kirchenrath beauftragt, auch die Functionen eines Geistlichen in der kleinen Wallonengemeinde des Orts, predigte

1) Pauli, Einweihungspredigt von 1709 (Sammelband der Hauptbibliothek der Franckischen Stiftungen zu Halle a/S.)

2) Briefe der Kurf. Sophie S. 299, 323 und danach zu bessern S. 288. Sie nennt ihn einen admirabeln Prediger (Nr. 334).

3) Pütter, Histor. Entwicklung II 197.

alle Vierteljahr in ihrer Sprache und reichte ihr das Abendmahl, eingedenk seines mütterlichen Grossvaters Daniel Toussaint, der ein Jahrhundert früher derselben Gemeinde als Prediger gedient hatte. Die Stellung in Frankenthal gewährte hinreichende Musse zu litterarischer Thätigkeit. Er sammelte und veröffentlichte eine Anzahl der früher von ihm gehaltenen Predigten unter dem Titel der Pfälzischen Erstlinge (1726), gab den Heidelberger Katechismus heraus und übersetzte das Buch la mort des justes (1695) des Jean la Placette, eines reformirten Theologen, der nach Aufhebung des Edicts von Nantes in Kopenhagen und nachher in Holland seinen Wohnsitz genommen, unter dem Titel: der Tod des Gerechten oder die Weise wol zu sterben (1729). Es hatte ihn in das Land seiner „Freundschaft“ gezogen, als er von Braunschweig nach Frankenthal gieng. Es waren aber offenbar unerfreuliche Jahre, wenn selbst die versöhnliche Stimmung einer Abschiedspredigt die tiefen Schäden dieser Zeit nicht zu verschleiern im Stande war. So bereitwillig er das Gute in Ordnung und Verfassung der Gemeinde, Armenpflege und Kirchenzucht anerkannte, so hatte er doch nicht blos über die geistliche Unfruchtbarkeit in dem so fruchtbaren Thale, sondern auch über grobe Sittenlosigkeit zu klagen. Er hatte gegen das verderbliche Saufen und Spielen, über den Unfrieden in den Häusern predigen müssen, für sich mannigfache Demüthigung erfahren, und weder zu Anfang noch im Fortgang seines Amts gefunden, was er gehofft und gesucht hatte, so dass ihm der Abzug, „da es an solchen Liebesbanden sehr gefehlt hat, die einen sonst vesthalten und anfesseln können“, nicht schwer wurde und er mit Freuden einem Rufe folgte, der ihm eine grosse und doppelte Thür öffnete, um Gott und seinen Nächsten in Kirche und Schule zu dienen. Der Ruf kam aus dem deutschen Norden von einem Könige, der „über Vermuthen“ seinen Blick auf ihn gelenkt hatte [1]).

Der westfälische Friede hatte dem Streit über die Berechtigung der Reformirten, an den Wohlthaten des Augsburger Religionsfriedens theilzunehmen, ein Ende gemacht. Das Reichsrecht hatte ihnen die Rechte der Augsburgischen Confessionsverwandten zuerkannt. Das Verdienst des grossen Kurfürsten um dies Ergebniss war um so höher anzuschlagen, als nicht bloss politische Bedenken katholischer Widersacher, die die Calvinisten als reipublicae pernicios ansahen, sondern auch lutherische Gegner wie Kursachsen zu überwinden waren, die aus kirchlichen Gründen die Reformirten gern zu einer dritten Religionspartei abgesondert hätten: ein Versuch, der von Brandenburg, das sich nicht „gleichsam in ein neues Jus einbetteln“ wollte, entschieden zurückgewiesen war [2]). Von dem Rechte Reformirte aufzunehmen wurde insbesondere in den durch den Frieden neuerworbenen Landestheilen Gebrauch gemacht. Die Regierung des Erzbisthums

---

1) H. R. Pauli, Abschiedspredigt zu Frankenthal gehalten (Halle 1728) S. 45, 51, 55. Diese wie andere seltene Predigten Paulis (oben S. 30) verdanke ich der Bibliothek der Franckischen Stiftungen zu Halle.

2) Pütter, Geist des westfäl. Friedens S. 378 und 177. H. v. Mühler, Gesch. der evang. Kirchenverfassung in der M. Brandenburg (1846) S. 176 ff.

Magdeburg konnte Friedrich Wilhelm nicht eher als 1680 antreten, da dem Administrator, Herzog August von Sachsen, die Fortdauer seines Besitzes für seine Lebenszeit zugesichert war. Der Empfang des Siegers von Fehrbellin in seinen neuen Landen war nichts weniger als freundlich [1]). Misstrauisch nahm der Magdeburger und Hallenser den Brandenburger, nahezu feindselig der Lutheraner den Reformirten auf. Die Erklärungen des neuen Landesherrn waren zwar geeignet, jede Besorgniss vor Eingriffen in die reichsrechtlich verbürgte Stellung der lutherischen Landeskirche zu zerstreuen, aber das Aufhören der bisherigen Ausschliesslichkeit, der Zwang Andersdenkende neben sich zu dulden, kam den Unterthanen schwer an. Vor 1680 hatten Reformirte im Herzogthum Magdeburg weder Bürgerrecht noch Grundeigenthum erwerben können; in Halle existirten zwei reformirte Familien. Einer der ersten Erlasse der neuen Regierung verbot alles Calumniren und Injuriiren der Geistlichen auf den Kanzeln und den Gebrauch des Spottnamens der Calvinisten für die Reformirten. Der Besuch der kursächsischen Universität Wittenberg, die sich durch unduldsames Eifern — durch übermässige vergällete Bitterkeit — gegen die Reformirten auszeichnete, wurde den neuen Landeskindern untersagt, wie er in den alten Landestheilen schon seit 1662 verboten war. Neben den abwehrenden Massregeln giengen positive Anordnungen her, zu denen der westfälische Friede in der freien Auslegung, wie ihn der grosse Kurfürst und andere norddeutsche Landesherrn sofort erfassten, das Recht gab. Durch sein Edict vom 29. October 1685 gewährte Friedrich Wilhelm seinen evangelisch-reformirten Glaubensgenossen französischer Nation, die um des Evangeliums und der Reinheit des Glaubens willen leiden müssen und durch harte Verfolgungen und rigoreuse Proceduren genöthigt werden, ihren Stab zu versetzen, eine sichere und freie Retraite in allen seinen Landen und Provinzien [2]). Den Einwanderern waren in dem Erlass des Kurfürsten insbesondere die Städte Magdeburg Halle und Calbe zur Niederlassung empfohlen, sowohl weil daselbst sehr wohlfeil zu leben als auch wegen der allda sich „befindenden Facilität zur nahrung und gewerk". Schon im J. 1686 wurde in Halle eine Colonie französischer Flüchtlinge als eine eigene politische und kirchliche Gemeinde begründet. Neben die französisch-reformirte Gemeinde trat zwei Jahre später eine deutsch-reformirte, ebenfalls ein für sich bestehendes kirchliches und politisches Gemeinwesen innerhalb der Stadt bildend. Obschon ihm manche Einheimische, namentlich Mitglieder der hohen, nach 1680 in die Stadt verlegten Beamtencollegien, auch Einwanderer aus dem benachbarten Anhalt angehörten, so hiess die deutsche Colonie doch die der Pfälzer nach ihrem Hauptbestandtheil, der seit der Verfolgung der Protestanten in der Pfalz eingewandert war. Wie unter den Franzosen viele aus Metz kamen, so unter den Pfälzern aus Frankenthal. Auch der erste Geistliche, den der Landesherr der jungen Gemeinde gab,

1) Zum Folgenden vgl. G. Hertzberg, Gesch. der Stadt Halle a. S. II (Halle 1891) S. 558, 581, 591 ff.

2) Mylius, Corpus constitut. Marchicarum II n. 65 S. 183 (deutsch); VI Anhang n. 8 S. 43 (französisch).

Joh. Jakob Reich, ein geborner Heidelberger, hatte 1681—87 in Frankenthal gewirkt. Ebendaher kam einer der ältesten und angesehensten Colonisten, Isaak Leveaux, der das Privileg erhielt, Bier nach Mannheimer Art zu brauen. Beide reformirte Gemeinden nahmen rasch zu. Die französische war bis zum J. 1700 auf 700 Seelen gestiegen; und wenn ihr die deutsche Gemeinde damals um etwa hundert nachstand, so wuchs sie im Verlauf des 18. Jahrhunderts auf 1200 Seelen an, während die französische allmählich auf 25 herabsank[1]. Die Benutzung der im landesherrlichen Eigenthum stehenden Domkirche hatte die reformirte deutsche Gemeinde anfangs noch mit andern theilen müssen, dem lutherischen Domprediger Schrader, der französisch-reformirten Gemeinde, seit 1692 aber uneingeschränkt erlangt, nachdem der akademisch-lutherische Gottesdienst, den die Professoren Breithaupt und Francke hier Sonntags früh vor dem reformirten abzuhalten angewiesen waren, in die sg. Schulkirche, die an der Stelle des jetzigen 1832—34 erbauten Universitätsgebäudes stand, verlegt worden war. Ihre Geistlichen, schon seit 1690 zwei, seit 1704 drei, wurden von der Regierung ernannt, wenn auch Presbyterium und Gemeinde Gelegenheit gegeben wurde, sich vorher über den in Aussicht genommenen Candidaten zu äussern[2]. Der erste, oft auch der zweite Geistliche erhielt den Titel Hofprediger. Gemäss der Verfassung der deutsch-reformirten Kirche in Preussen und Brandenburg, deren Ordnung durch „ein ewig währendes pragmatisches Gesetz“ (1713) eine der ersten Regierungshandlungen Friedrich Wilhelms I. war, stand die Hallische Gemeinde mit ihrem Presbyterium unter dem reformirten Kirchendirectorium in Berlin, das die Aufsicht über Gemeinden und Geistliche des Herzogthums Magdeburg durch das mit der Hallischen Domkirche verbundenen Inspectorat führte, und regelmässig hat ihr erster Geistlicher diese Aufsicht wahrgenommen[3]. Besonderheiten in der Stellung der Hallischen Domgeistlichen entsprangen aus ihren engern Beziehungen zum Hofe. Als Nachfolger der früheren lutherischen Hofprediger erhielten die beiden ersten Prediger einen Theil ihres Gehalts aus der königlichen Kammer, der dritte war der Hauptsache nach auf eine Besoldung durch die Gemeinde angewiesen. Der König hat sich deshalb auch wohl verantwortlich gefühlt für ihr Wohlergehen, sich erkundigt, ob sie nicht Mangel litten[4], andererseits aber auch ihre Dienste in Anspruch genommen und einen nach dem andern nach Berlin zu ziehen gesucht[5]. Mit der kirchlichen Einrichtung gieng die der Schule Hand in Hand. Die als Lateinschule begründete

1) Albertz, der Dom und die Domgemeinde zu Halle a/S. (Halle 1888) S. 170. 214.

2) Zahn, Mitthlgn. über die Geistlichen der evang.-reform. Domgemeinde zu Halle (Halle 1863) S. 6 u. 12. Albertz S. 211.

3) v. Mühler S. 218 ff., Albertz S. 235.

4) Zahn S. 12. Albertz S. 222. Der Gehalt des ersten Geistlichen betrug rund 700, der des zweiten 400, wozu die Kammer 600 und 250 Thaler beizutragen hatte; der dritte hatte 270 Thaler. S. unten zu Brief No. 12.

5) So Achenbach, Scharden und Pauli (s. u.). Nur Achenbach gieng nach Berlin.

Unterrichtsanstalt der reformirten Gemeinde wurde 1709 auf Ansuchen des Presbyteriums vom Könige zu einem gymnasium illustre et regium erhoben und 1711 eröffnet. Der Entschluss eine neue höhere Unterrichtsanstalt in dem mit Schulen reichlich versehenen Halle zu schaffen liess sich rechtfertigen theils mit dem starken Gegensatz zwischen den Angehörigen der beiden evangelischen Kirchen in der Stadt, theils mit dem Mangel einer tüchtigen reformirten Lehranstalt in den sächsisch-thüringischen Landen. Dazu kam eine Rücksicht auf die Universität Halle. Durch die Besetzung der neuen Schule wie der gymnasia illustria an andern Orten mit Professoren, die theologische Vorlesungen halten konnten, hoffte man für die Bedürfnisse reformirter Studenten der Theologie zu sorgen und sie in grösserer Zahl der neuen Universität zuzuführen[1]).

Keine der neuen Einrichtungen setzte sich ohne Widerspruch oder Kampf durch. Im Volke spottete man über das armselige Gebimmel der Reformirten, die kleinen Glocken der Domkirche. Der Domorganist weigerte sich die Lobwasserschen Psalmen zu spielen und verzichtete lieber auf die Hälfte seines Gehalts, als dass er den Rath des Kanzlers Gottfried von Jena, er möge auf die Noten, nicht auf die Worte sehen, befolgt hätte. Der lutherische Hofprediger Schrader ertrug es so unwillig, in derselben Kirche mit den Reformirten Gottesdienst halten zu müssen, dass er lieber seine Stelle aufgab und nach Dresden übersiedelte[2]). Die Opposition gieng nicht blos von der lutherischen Orthodoxie aus, nicht minder abwehrend verhielt sich die pietistische Partei, die eben erst an der neugegründeten Universität Schutz gefunden hatte. Dem ersten Professor der Theologie an dem gymnasium illustre, Heyden, der von Weinheim 1710 nach Halle berufen wurde, hatte der König das Recht seine Vorlesungen am schwarzen Brett anzuzeigen und den Rang, „als wenn er ultimus professor ordinarius in facultate theologica“ wäre, beigelegt. Und nicht nur ihm persönlich, sondern auch seinen künftigen Successores[3]). Gegen beides stemmte sich die theologische Facultät, die bei ihrer von der Orthodoxie angefeindeten Stellung um so sorgfältiger bemüht war, sich deutlich von jeder Art von Ketzerei zu unterscheiden. Statt eine Anziehung auf reformirte Studierende der Theologie auszuüben, fürchtete sie für die Universität eine Abnahme der lutherischen Studiosi, wenn sie den Professor theologiae reformatus bei öffentlichen Feierlichkeiten einen Platz in der Mitte der theologischen Facultät einnehmen sähen. Erst ein königlicher Befehl verschaffte dem Anschlag Heydens Platz am schwarzen Brette; dagegen setzte es die Facultät bei dem Nachfolger K. Friedrichs I durch, dass der reformirte Theologe sich mit dem sonst gewöhnlichen Sitze vornehmer hospitum begnügen musste.

Seit 1716 hätte Heyden zu seinem Lehramte noch die Stelle des zweiten

---

1) Hering, neue Beiträge z. Gesch. der evang.-reform. Kirche in den Preussisch-Brandenb. Ländern I (1786) S. 178 ff. Eckstein, Beitr. z. Gesch. der Hallischen Schulen, Stück II (Halle 1851, Progr. der Lat. Hauptschule f. 1850/51) S. 5.

2) Hertzberg II 587 (vgl. S. 531), 606. 3) Eckstein S. 10.

Dompredigers übernommen, da deren bisheriger Inhaber, Kluck, wegen Geistesschwäche hatte pensionirt und dem Armenhause übergeben werden müssen [1]). Als Heyden 1727 starb, wurde in seine Professur wie in sein geistliches Amt Herm. Reinh. Pauli von Frankenthal her berufen. Von dem Hofprediger Nolte (ob. S. 30) empfohlen, war er von dem Presbyterium der Gemeinde, das durch eines seiner Mitglieder persönlich Erkundigungen in Frankenthal eingezogen hatte, dem Könige vorgeschlagen worden, der ihn „als ein frommes und gelehrtes Subjectum von grossen Gaben im Predigen" am 20. Januar 1728 berief. Das Presbyterium empfieng ihn mit hohen Ehren und nahm zur Deckung seiner Reisekosten ein Capital von 300 Thalern auf. Am 23. Mai wurde er von dem ersten Domprediger, Consistorialrath von Scharden, im Dom eingeführt. Am 1. Juli folgte die Uebernahme der Professur am reformirten Gymnasium durch eine in dessen Hörsaal gehaltene Inaugural-Oration de veris verae theologiae fontibus ac finibus [2]). Seine Vorlesungen hatten Moral und Bibelexegese zum Gegenstand, während der zweite Professor des Gymnasiums, Schlichter, Antiquitäten, Geschichte und hebräische Sprache vortrug. Wenn die Beziehungen der Reformirten zu ihren Mitbürgern sich besserten, so war das nicht zum wenigsten sympathischen Persönlichkeiten, wie Scharden und besonders Pauli es waren, zu danken. Die Beziehungen der reformirten Professoren zu der theologischen Facultät gediehen nicht über ein friedliches Nebeneinander hinaus. Auf den Wunsch Friedrich Wilhelms I, die Lutheraner möchten mit den Reformirten gute Harmonie cultiviren, erwiederte der junge Francke, sie würden alles thun, was salva veritate geschehen könnte, benutzte aber zugleich die Gelegenheit, die Versicherung des Königs zu erlangen, dass der theologischen Facultät nicht etwa einmal ein reformatus aufgedrängt werde [3]). Als Scharden 1734 starb, wurde Pauli erster Domprediger und, da in demselben Jahre der Tod des pensionirten Pastors Kluck eintrat, erhielt er nun erst den vollen mit dem Amte verbundenen Gehalt [4]). Die Professur legte er nieder, und eine Vereinigung der Lehrerstellung mit dem geistlichen Amte hat seitdem nicht mehr stattgefunden. 1736 wurde Pauli zum Inspector der reformirten Kirchen und Schulen in Halle wie in Wettin, Calbe und Acken bestellt [5]).

Die Wirksamkeit Paulis in Halle erhält von allen Seiten das wärmste Lob. „Kirche und Schule haben ihm sehr viel zu danken". Mit diesen Worten begleitet der verdiente Geschichtschreiber der reformirten Kirche in Preussen-

---

1) Zahn S. 38.

2) Eckstein S. 13; Zahn S. 16 und 39. Beide haben die Akten des Domarchivs benutzt.

3) Kramer, neue Beitr. z. Gesch. A. H. Franckes (1875) S. 185: aus den Aufzeichnungen, die der Sohn des berühmten Stifters des Waisenhauses über seine Erlebnisse am Berliner Hofe im October 1727 gemacht hat. Die Königin hat in einer Unterredung Francke „auch sonderlich nach Herrn Pauli" gefragt (S. 179), leider hat der Berichterstatter aber weiter nichts notirt.

4) Hering S. 173 u. 184. Unten Brief Nr. 8.

5) Eckstein S. 13. Irrig ist die Angabe bei Hertzberg III 65 und 74 ff., als ob Pauli erst seit 1734 als Geistlicher angestellt worden wäre.

Brandenburg, selbst einer der Nachfolger Paulis am Dom, Hering, die kurzen Notizen die er über sein Leben giebt. Das Urtheil des noch unter den Eindrücken der nächstfolgenden Generation lebenden Beobachters bestätigt hundert Jahre später aus Urkunden und Akten der Geschichtsforscher, der Pauli den ohne Zweifel bedeutendsten und tüchtigsten Geistlichen nennt, den die Domgemeinde gehabt habe [1]). Der Schule verschaffte er die ansehnliche Bibliothek, die sein Verwandter, der Hofprediger Joh. Ernst Andreä in Berlin, 1731 hinterlassen hatte, gegen eine an dessen Schwestern zu zahlende Leibrente und bewog dieselben zur Stiftung eines Stipendiums für Theologie Studierende, das noch besteht [2]). Im Jahre 1745 gab er unter dem Titel: die Psalmen Davids nach Dr. Ambrosii Lobwasser Uebersetzung ein neues Gesangbuch der reformirten Gemeinde heraus, das das 1717 von Heyden veranstaltete mangelhafte aus dem Gebrauche verdrängte und sich vermöge seiner zweckmässigen Anlage und seiner umsichtigen Auswahl weithin Anerkennung verschaffte. Mit den Psalmen, auf die sich die reformirten Gesangbücher zu beschränken pflegten, verband es nicht nur die „geistreichen Bundeslieder" von Joachim Neander, sondern benutzte auch Lieder der evangelisch-lutherischen Kirche, deren reichern Vorrath der Herausgeber gerne anerkannte. Bei aller Treue gegen die Ueberlieferung hatte der Herausgeber fremde Wörter, übelklingende Redearten und Ausdrückungen sowohl im Lobwasser als einigen alten Liedern verbessert [3]). Pauli ist selbst der Dichter eines Lob- und Dankliedes in acht Strophen: Lobe, lobe meine Seele den der heisst Herr Zebaoth, das auch in andere als reformirte Gesangbücher aufgenommen ist und sich in dem Neuen geistreichen Gesangbuche Freylinghausens von 1714 findet [4]), dem Pauli jedoch einige Aenderungen Schuld giebt [5]). Von dem Heidelberger Katechismus veranstaltete er 1740 eine Ausgabe, welche die Kenner für eine der besten Auslegungen erklären [6]). Als ein Zeugniss von Paulis seelsorgerischer Thätigkeit hat sich ein Brief des Fürsten Leopold von Anhalt-Dessau, der das berühmte in Halle garnisonirende Regiment Alt-Anhalt commandirte, im Original erhalten [7]).

---

1) Hering I 71. Zahn, Mittheilungen S. 19.

2) Hering S. 182; Eckstein S. 53. 3) Zahn S. 17; Albertz S. 250.

4) Nr. 570 S. 823 (Göttingen, Gebauersche Sammlg. 73. 8).

5) Grischow-Kirchner, Nachr. v. älteren u. neueren Liederverfassern (Halle 1771) S. 36 Nr. 182 unter Berufung auf Paulis eigenes Zeugniss. Fischer, Kirchenlieder-Lexikon II (1879) 37, wo auch einige Lieder ähnlichen Anfangs, mit denen das Paulis wohl verwechselt ist, citirt sind.

6) Zahn S. 19.

7) Im Nachlasse des Göttinger Prof. Reinh. Pauli. Nur die Namensunterschrift des Fürsten ist eigenhändig.

WohlEhrWürdiger
Sonders Lieber Herr Professor

Da derselbe wohl wird ersehen haben, dass Se. Königliche Mayestät auff dessen Schreiben und Vorbitte, dem Delinquenten begnadiget haben; So dannke Demselben vielmahls, dass Er nicht nur dem gedachten Delinquenten bey dem Leben erhalten, sondern auch von seiner Verdamniss errettet hat, und versichere anbey dass mit vieler Consideration alstets verbleiben werde

Des Herrn Professor
Wohlaffectionirter
Leopold von Anhalt.

Dessau, den
15. Decbr. 1737.

Ein kleiner Zug aus dem Gemeindeleben der Domkirche zeugt von dem edlen und gerechten Sinne Paulis. Als nach seinem Eintritt in die erste Domprediger-Stelle sein bisheriges Amt vom Presbyterium für den die dritte Stelle seit 17 Jahren bekleidenden Dr. Wilmsen erbeten wurde, ordnete das Kirchendirectorium in Berlin die Verhörung der ganzen Gemeinde an. Dem Presbyterium gegenüber, das schwankte, ob blos die vornehmen Gemeindeglieder oder alle selbständigen Hausväter zu befragen seien, machte Pauli geltend, dass keineswegs Schneider, Schuster, Tischler etc. auszuschliessen seien; denn diese guten Leute hätten sowohl das Beste ihrer Seelen zu besorgen als honoratiores, und es gebe unter ihnen auch vernünftige und ehrbare Männer, deren Urtheil keineswegs zu verachten. Auch würde es Gottes Wort widerstreiten, auf den vornehmen Stand zu sehen und Bürger und Handwerker von solcher Handlung, die ihrer Seelen Erbauung betrifft, auszuschliessen [1]).

Von Paulis Predigten ist eine grosse Zahl, theils einzeln, theils in Sammlungen gedruckt worden. Er war nicht umsonst bei den Holländern in die Schule gegangen. Ausgezeichnet durch gründliche Schriftkenntniss, greift er in seinen Kanzelreden auf den Text, seine verschiedenen Auslegungen, das Grundwort und seine Bedeutungen zurück, ohne doch je durch „das Getöse prahlender Gelehrsamkeit" lästig zu werden [2]). Von einer herzlichen Frömmigkeit erfüllt, waren die Predigten im Stande, die Zuhörer zu erbauen und zu dem Leben anzuleiten, von dem der Redner selbst ein Muster gab. Als Pauli nach Halle kam, hatte sich der ehedem so schroffe Gegensatz zwischen Lutheranern und Reformirten, dank der Thätigkeit seiner Vorgänger im Predigeramte, gemildert. Er lobte in seiner Antrittspredigt die Stadt Halle als einen weit und breit bekannten Ort, da der Herr seinem Evangelio eine Thür geöffnet und beiderseits evangelische Brüder einträchtig bei einander wohnen. Er wusste sich frei von vorgefassten Meinungen und Vorurtheilen gegen rechtschaffene Männer „besonders von anderer Confession als der unseren", und forderte seine Zuhörer auf, anstatt

1) Zahn S. 40.

2) Zahn S. 20.

derer die Affecten der Menschen erregenden Streitfragen die Einigkeit im lebendigen und durch die Liebe thätigen Glauben zu suchen. August Wilhelm Francke, der kurze Zeit vor Paulis Ankunft in Halle gestorben war, nennt er das gesegnete Werk- und Rüstzeug Gottes, und seine lectiones paraeneticae bildeten das Muster ermahnender Lehrart, das er in seinen Reden an die Studiosos theologiae (s. u.) befolgte. Der Hallische Theolog, von dem er sich besonders angezogen fühlte, war Rambach. Er hat nur kurze Zeit mit Pauli in Halle zusammen gelebt, da ihm, obschon er nach Franckes Tode ordentlicher Professor geworden war und sich eines ungemeinen Beifalls erfreute, durch die Streitsucht des jüngern Francke und dessen Schwager Freylinghausen die Wirksamkeit in Halle verleidet wurde und er sie 1731 gegen einen Ruf nach Giessen aufgab. In der Vorrede zu der Predigtsammlung: die Kraft des Reichs Gottes (Braunschweig 1731) begleitet Pauli „den berühmten Theologus unserer Zeit“ mit warmen Segenswünschen in den neuen Wirkungskreis. Die Richtung auf das Praktische und Erbauliche, die man Rambach nachrühmt, seine gemässigte Haltung zwischen den Gegensätzen der theologischen Parteien, sind auch das was Paulis Stellung bezeichnet. Nur darf man von seinen Predigten nicht eine Anweisung an die Zuhörer erwarten, wie sie die Glaubenslehren im täglichen Leben zu bethätigen und anzuwenden haben. Frei von allen Beziehungen auf Zeit und Ort, gehen sie zurück auf die heilige Schrift, bewegen sich in deren Vorstellungen und Wendungen und suchen durch sie auf Busse und Besserung der Hörer zu wirken. Diesen Character verleugnen auch die bei öffentlichen Veranlassungen gehaltenen Predigten nicht. Eine Anzahl von ihnen hat Pauli, nachdem sie schon einzeln durch den Druck veröffentlicht waren, in einer Sammlung als: Krieg-, Sieg- und Friedenspredigten (Halle 1746) vereinigt. Acht Predigten, alle 1745 und 1746 entstanden, begleiten sie mit Ausnahme der letzten die Ereignisse des zweiten schlesischen Feldzuges von der Sammlung der Armee um Halle über Hohenfriedberg, Sorr, Kesselsdorf, Dresden bis zum Friedens- und Dankfeste. Unter dem unmittelbarsten Eindruck vaterländischer Sorgen und Freuden gehalten, vermeiden sie doch alles Hereinziehen der politischen Verhältnisse; Zeitbetrachtungen oder patriotische Ansprachen sind in ihnen nicht zu finden. Gleichwohl müssen sie sich, wie die wiederholte Veröffentlichung zeigt, grossen Beifalls erfreut haben. Der Redner rühmt es als eine sonderbare Wohlthat, binnen einer Jahresfrist vier sollenne Danksagungen halten zu können. Die angeordneten Gottesdienste sind ihm eine willkommene Gelegenheit Gottes Werke zu preisen; er vergleicht sie mit den Werken und Wundern Gottes unter seinem Volke, weil sie als lebendige Stimmen allen zurufen: Gott lebet noch! Von einem Lobe des Königs oder seines Heeres ist keine Rede; aus dem Getümmel des Tages führt die Predigt den Hörer zu Psalter und Evangelium. Für den Dankgottesdienst nach Abschluss des Breslauer Friedens waren die Textworte: Herr, der König freuet sich in deiner Kraft, und wie sehr fröhlich ist er über deine Hülfe (Ps. 21, 2 ff.), vorgeschrieben. Pauli hob an dem beendeten Kriege zwar hervor, dass er als ein Gottesgericht sonderlich die Lande getroffen habe, in denen die evangelische

Wahrheit unterdrückt war, und an dem erlangten Frieden, dass dessen Segnungen dem Lande so bald zu Theil geworden seien, aber das Schwergewicht seiner Rede fällt doch auf den Ruhm des himmlischen Königs. Auf ihn bezieht sie die Textworte; erst danach und nur daneben kommt sie auf den Ruhm des irdischen Königs zu sprechen. So treten die weltlichen Dinge durchaus zurück. Er redet nicht den Menschen zu gefallen. Ein ehrlicher, aufrichtiger Mann, hat er seines Amtes gewaltet; in seinem Abschiede von Frankenthal durfte er die Zuhörer zu Zeugen aufrufen, dass er ihnen nie nach dem Munde geredet, auch in den Leichenpredigten sich alles Heuchelns und Schmeichelns enthalten, die Vornehmen und Reichen nicht weniger als die Armen und Geringen ermahnt und erinnert habe. Am wenigsten war es seine Art von sich zu reden, so oft auch sein eigenes wechselvolles Leben zu Vergleichen und Nutzanwendungen hätte dienen können. Er ist ein so abgesagter Feind alles Subjectiven, dass selbst in der Dankpredigt, die er im Frühjahr 1745 für seine Genesung nach schwerer Krankheit hielt, von seiner Person nur ganz vorübergehend die Rede ist.

Die zwölf Lectiones paraeneticae, die Pauli vor Studirenden der Theologie in Halle gehalten (ob. S. 38) und dann veröffentlicht hat (Halle 1733), unterscheiden sich von seinen Predigten nur durch eine stärkere Betonung des lehrhaften Elements. Um nicht zu ermüden, hat er Dinge, die zur Erkenntniss gehören, beigefügt. Der Vorsatz ist aber kaum in einer andern Weise ausgeführt, als dass er häufiger philologische Bemerkungen einflicht und Citate oder Beispiele auch aus nicht-biblischen Schriften anbringt. Aber immer verbleibt er doch innerhalb der theologischen Litteratur und der Kirchengeschichte. Aus der Kirchengeschichte berücksichtigt er mit Vorliebe die neueste Zeit. In der Ermahnung recht zu glauben und recht zu leben gedenkt er des reformirten Geistlichen Pierre Dürand, der am 22. April 1732 zu Montpellier, „einem rechten Gerichtsplatz vor Märtyrer unserer Kirche“, den Tod durch den Strang erlitten hatte, weil er gegen die königlichen Edicte in Frankreich in der Eigenschaft eines Geistlichen betroffen war. Bezeichnend für seinen Standpunkt in der Theologie ist die Auswahl, die er aus der Litteratur trifft. Er verweist seine Zuhörer auf Engländer und Franzosen, die die Fürtrefflichkeit und Nutzbarkeit der Religion dargethan haben, auf die auserlesenen Predigten Tillotsons, auf Jacques Bernard in Leyden. In der Rede, wie die heilige Schrift nützlich und erbaulich zu lesen sei, nennt er als die grössten Theologen seit der Reformation Lutherum, Calvinum und sonderlich auch Johannem Coccejum (oben S. 22), die als gute Scripturarii ihre beste Kraft aus dem Worte Gottes geschöpft haben. Als Beispiele der Demuth führt er den gottseligen und berühmten Dr. Spener, Hermann Witsius, „den grossen Theologen unserer Kirche“, und in seltsamer Zusammenstellung einen Prediger Johann Hartmann Crajus zu Cassel an, dessen Leichenstein mit einer von ihm selbst verfassten Inschrift den Beschauer zur Bekehrung auffordert[1]). Die Rede über die dem Theologen besonders wichtige

1) J. H. Crajus † 1664 als Diaconus an der Freiheiter Gemeinde zu Cassel. Strieder Hess. Gel.-Gesch. II 327, wo gleichfalls die Inschrift mitgetheilt ist. Sie beginnt: „hier lieget das Ge-

Tugend der Demuth warnt die Studirenden, sich für gelehrt und weise zu halten, wenn sie sich aus Journalen, gelehrten Zeitungen, allerlei Collegien einen kleinen Vorrath von Wissenschaft der Bücher oder gelehrter Meinungen gesammelt und eine fertige, zum Disputiren bereite Zunge erworben haben. Die Stelle ist hervorhebenswerth, weil sie eine der wenigen ist, die sich eingehender mit den Uebeln beschäftigen, deren Bekämpfung der Zweck der Reden ist. Pauli will seine Zuhörer von dem untheologischen Leben abmahnen, dem sich die akademische Jugend ergiebt, und zur rechten Erfassung ihres Berufs anleiten. Er citirt aus einer Schrift des Professors J. J. Ulrich in Zürich († 1731) den Satz, dass die Studirenden mit vielen theologischen Irrthümern bekannt gemacht würden, zu deren Widerlegung ihnen ihr ganzes Leben kaum Gelegenheit biete, sintemalen die meisten von ihnen auf das Land zu stehen kommen. Mit den Lastern aber und der täglich zunehmenden Gottlosigkeit würden sie stets und genug zu streiten haben, ohne doch eine Anweisung auf der Universität zu empfangen, wie man mit einem hartnäckigen, sichern oder auch mit einem um sein Heil bekümmerten oder gar verzweifelnden Sünder umgehen und handeln müsse. Wenn Pauli auch der zweiten Hälfte dieser Aeusserung seinen Beifall nicht versagt, so müssen mehr als seine Reden seine persönlichen Unterweisungen die Studierenden auf den richtigen Weg geleitet haben.

Paulis Predigten haben seiner Zeit grossen Beifall gefunden. Manches was der heutige Leser sucht, mag der damalige Zuhörer nicht vermisst haben. Es waren auch nicht blos die Glieder seiner Gemeinde, die sich an seinen Vorträgen erbauten. Der Geograph Büsching, der seit Ostern 1744 in Halle studirte, erzählt von sich: ich gieng auch oft zu dem reformirten Hofprediger und Inspector Herm. Reinhold Pauli, von dessen ungemein lehrreichen und erbaulichen Predigten ich nicht leicht eine verabsäumte [1]). Johann Jacob Moser, der Paulis Predigten nur vom Lesen kannte, lobt den „pfälzischen Erstlingen“ vielen Eifer vor ein thätiges Christenthum nach und citirt zu einer andern Predigtsammlung desselben Autors das Urtheil einer theologischen Zeitschrift: es ist bekannt, dass Herr Pauli jederzeit dahin bedacht ist, die Sache, die er abzuhandeln vorhat, nicht nur gründlich zu erklären, sondern auch die wahre Erbauung der Seelen nach dem ihm mitgetheilten Mass der Gnade ernstlich zu suchen [2]). Beide Männer, Büsching und Moser, fühlten sich unzweifelhaft sympathisch berührt durch die Anklänge an die pietistische Glaubensrichtung, die sie bei Pauli fanden. Dem

---

rüffel eines armen Sünders, der ein Prediger war in der wüsten Welt“ und schliesst: „gehab dich wohl, mache dich fertig zum Sterben“. Gerüffel (bei Pauli: Geröffel) ist abgeleitet von reff, Sparrenwerk, mit dem das menschliche Skelett verglichen wird. Vilmar, Idiotikon v. Kurhessen S. 326; Grimm Wb. VIII 490 (Heyne), IV 1 [2] Sp. 3689 (Hildebrand).

1) Selbstbiographie in seinen Beiträgen zu der Lebensgeschichte denkwürdiger Personen VI (1789) S. 97.

2) Beytrag zu einem Lexico der jetztlebenden Lutherisch- und Reformirten Theologen in und um Deutschland (Züllichau 1740) S. 640.

König Friedrich Wilhelm I. empfahl die Vorliebe für das, was er mit seiner Zeit thätiges Christenthum nannte, den neuen reformirten Prediger in Halle. Da er viel Gutes von ihm gehört, hatte er ihn in sein Land berufen. Dass er zeitlebens ihm wohlgesinnt geblieben ist, zeigen die Briefe, die er an ihn richtete. Sie beginnen wenige Wochen nach der Ankunft Paulis in Halle und enden erst mit dem Todesjahr des Königs.

IV.

Der Briefe sind im Ganzen vierzehn. Der erste ist vom 28. November 1727, der letzte vom 2. Januar 1740 datirt. Die Briefe sind von verschiedenen Händen, meistens in einer schlanken, gut lesbaren Schrift geschrieben; vom Könige rührt in allen nur die Unterschrift her. Sie ist immer verkürzt und füllt den Raum unter den Worten: Ew. wohlaffectionirter König aus. In den elf ersten Briefen ist der Namenszug Fr. Wilh. kräftig und deutlich; in den drei letzten ist die Hand schwer und unsicher geworden, mühsam hat sie die Unterschrift, in der das Wilh. noch zu erkennen, das F. nur eben angedeutet ist, ausgeführt. Am schlechtesten ist die Unterschrift des Briefes vom 9. März 1739 ausgefallen. Jeder Brief besteht nur aus einem Blatt; das Papier ist fest, Quartformat, durchgehends 19 cm. breit, 23 cm. hoch und zeigt als Wasserzeichen einen doppelköpfigen Adler. Datum und Adresse stehen links unter dem Texte, wie der unten folgende Abdruck wiedergiebt. Die Couverts, in denen die vierfach zusammengelegten Briefblätter gesteckt haben, sind nicht erhalten.

Die Briefe vertheilen sich nicht gleichmässig über den Zeitraum von 1727 bis 1740. Am stärksten ist das Jahr 1733 vertreten (4—7), wo Pauli sich Urlaub zu einer Reise nach Berlin erbat und der König sie so eingerichtet zu sehen wünschte, dass er selbst ihn predigen hören könnte. Das ist denn auch, wahrscheinlich Sonntag den 20. September in Wusterhausen, zur Ausführung gekommen (7) [1]. Nach den Funeralien hat Pauli die Predigt unter göttlichem Beistand mit Munterkeit verrichtet und viele Gnadenbezeugungen von dem Könige genossen. Friedrich Wilhelm hatte ihm gleich bei Eintritt in sein Hallisches Amt sein Wohlwollen zu erkennen gegeben. Aber bei einem so eigenartigen Character wie dem Könige kam doch sehr viel auf die unmittelbare Begegnung an, wie er denn von vornherein Werth auf das persönliche Kennenlernen legte (1). Der König hatte eine Abneigung gegen kleine Leute [2]. Pauli glich diesen Mangel seiner Erscheinung (oben S. 28) aus durch eine sehr einnehmende von Klugheit, Entschiedenheit und Wohlwollen zeugende Gesichtsbildung, wie sie ein während seiner Braunschweigischen Amtszeit hergestelltes Schwarzkunstblatt von Peter Schenck überliefert [3]. Zwischen Paulis Uebersiedelung nach Preussen

1) Die eingeklammerten Ziffern des Textes beziehen sich auf die Nummern der Briefe im unten folgenden Abdruck.

2) Stenzel, Gesch. des preuss. Staates III 350.

3) Das Blatt, Amstel. 1711 angefertigt, wird zu den besten des Meisters gezählt. Nagler, Künstlerlexikon XV (1845) S. 188 n. 85. Drugulin, Allg. Portrait-Katalog (Leipz. 1860) n. 15716.

und der Predigt in Wusterhausen lagen Verhandlungen, die möglicherweise beim Könige einen nachtheiligen Eindruck hinterlassen hatten. Nach dem Tode des Hofpredigers Andreä (oben S. 36), des Sohnes von Sam. Andreä (oben S. 24), war Pauli dessen Stelle angetragen, aber „dieser im Zeitlichen sehr vortheilhafte Beruf allerunterthänigst“ von ihm verbeten worden [1]). Die „wichtigen Ursachen“ der Funeralien erläutern die Briefe als die Besorgniss Paulis, durch die Nähe des Hofes an der Ausübung der Kirchenzucht behindert zu sein. Der König versicherte ihn zwar, es würde ihm niemand „in bescheidener Bestrafung des Unrechts“ beschwerlich fallen (3), bestand aber nicht weiter auf seinem Wunsche. Der Verlauf der persönlichen Begegnung und das Verhalten des Königs während der ganzen Folgezeit zeigen, dass er Pauli den Ausgang jener Verhandlung nicht nachgetragen hat.

Leider kennen wir von dem Briefwechsel des Königs mit Pauli nur die eine Hälfte. Die Hoffnung, in dem geheimen Staatsarchiv zu Berlin die Briefe Paulis an den König zu finden, hat sich als vergeblich erwiesen. Aber auch so gewähren die erhaltenen Urkunden ein gutes Bild von dem Verhältniss zwischen diesen beiden festen und klaren Männern. Das Vertrauen, das der König seinem Hofprediger schenkt, tritt überall zu Tage; ebenso aber auch der Freimuth und die Unbefangenheit, mit dem der Unterthan sich seinem Herrn und König nähert. Es sind Beziehungen von einfacher Herzlichkeit. Pauli übersendet dem Könige Predigten, Disputationen, die er in Halle gehalten, Schriften, die er verfasst hat, wünscht ihm Glück zum neuen Jahre, zu der Vermählung seiner Kinder, des Kronprinzen und der bald darauf folgenden der Prinzessin Charlotte (5). Der König dankt ihm für die Uebersendung der zwölf Vermahnungsreden an Studiosos Theologiae, die Pauli in Halle gehalten (ob. S. 39), freut sich seines Eifers die Jugend zum thätigen Christenthum anzuleiten (4) und wünscht von ihm, dessen Predigtweise er persönlich kennen gelernt hatte, Vorschläge, um die herrschende künstliche Predigtweise der Reformirten zu bessern (11).

Ein Theil der Briefe bietet blos ein persönliches Interesse: so wenn der König für die ihm dargebrachten Glückwünsche dankt, auf Urlaubsgesuche Paulis oder auf Anzeigen seine Reise betreffend antwortet oder ihm eine Gehaltserhöhung zu Theil werden lässt. Von Gegenständen eines allgemeinen und sachlichen Interesses sind nur zwei in den Briefen berührt, allerdings grade die, welche dem Könige am nächsten lagen. Man hat Friedrich Wilhelm I. mit dem Schlagwort: Zopf und Schwert characterisiren zu können gemeint. Roscher hat statt dessen

---

Die Unterschrift lautet: H. R. Pauli Marburgi Cattorum natus a°. 1682, Reinholdi filius, Georgii, ex matre autem Danielis Tossani nepos, primus ecclesiae reformatae quae Brunsvigae Christo colligitur pastor. Darunter das Symbolum:

Quid sum? quis qualis quantus quotus? unde? quibusve
Ortus avis, quorsum tendo, quibusve viis?
Vermis, homo malus exiguus postremus ab imo,
Talibus et cretus, nitor ad astra, fide.

1) Funeralien S. 44.

vorgeschlagen: Schwert und Casse[1]). Beide Aufschriften sind unzureichend, denn sie übergehen ein wichtiges Element in dem Leben und Denken des Königs: die Bibel. Militairisches und kirchliches Interesse sind es auch, die in unsern Briefen zum Worte kommen.

Der das Heerwesen betreffende Brief vom 20. Februar 1731 (2) hat es mit der neuen Einrichtung zu thun, die zur Zeit in den Kreisen der Familienväter und Erzieher viel Bewegung verursachte. Die Missbräuche, welche das System der Heeresergänzung durch gewaltsame Werbung, die fortwährend verboten und doch fortwährend geübt wurde, im Gefolge hatte, führten zur Annahme des Cantonsystems. Fällt dessen Einführung auch erst in das J. 1733, so war man doch schon vorher mit vorbereitenden Massregeln beschäftigt. Eine solche war die Enrollirung[2]). Sie verpflichtete die Unterthanen, soweit sie nicht von der Wehrpflicht eximirt waren, ihre Söhne, sobald sie zehn Jahr alt wurden, in die Listen des Regiments eintragen zu lassen, in dessen Recrutirungsbezirk (Canton) sie ihren Wohnsitz hatten. Die Eingetragenen, der „enrollirte Zuwachs", erhielten Pässe, Urkunden über ihre bei einem Regiment erfolgte Einschreibung, ausgefertigt. Auf die von Pauli vorgetragenen Besorgnisse antwortete der König beruhigend, indem er einmal auf die Zweckmässigkeit der neuen Einrichtung gegenüber dem bisherigen System, das grade in Halle so zahlreiche Beschwerden veranlasst hatte, hinwies, und andrerseits dem Argwohn begegnete, als sei der Knabe durch seine Enrollirung unbedingt der Militärpflicht verfallen. Ein etwas späterer Erlass des Königs führte das dahin aus, dass wer 25 Jahr alt geworden sei, ohne das nöthige Wachsthum erreicht zu haben, mithin zum Soldaten nicht tüchtig oder zu klein sei, von dem Commandeur des Regiments, bei dem er eingetragen, auf Anschreiben der Kammern unweigerlich den Abschied erhalten solle[3]). Solange die jungen Leute enrollirt, aber noch nicht einrangirt waren, verblieben sie in ihren civilen Verhältnissen, und eine Störung der den Eltern, Lehrern oder Dienstherren zustehenden Disciplin war untersagt. Wurde diese Verordnung gewissenhaft gehandhabt, so war einer der schwersten Misstände in der früheren Gestalt der Einrichtung, nach welcher der durch seine rothen Halsbinden gekennzeichnete Zuwachs der jungen Burschen nicht mehr unter der Ortsobrigkeit, sondern unter der ihres Regiments stand[4]), beseitigt.

Religiöse Fragen sind in einer grösseren Zahl von Briefen behandelt. Den ersten Anlass bot der Wunsch des Königs, Pauli für Berlin zu gewinnen. Er stellte zweierlei Anforderungen an einen reformirten Prediger: er soll ein thätiges Christenthum lieben und die Lehre von der allgemeinen Gnade Gottes bekennen. Da Geistliche, die dem genügten, unter den Reformirten rar waren und Pauli den König nach beiden Richtungen befriedigte, bedauerte er seine

---

1) Geschichte der Nationalökonomik (1874) S. 360.
2) M. Lehmann, Histor. Zeitschr. Bd. 67 (1891) S. 254 ff.
3) 1738 Octbr. 9. Mylius, Corpus const. March. continuatio I Nr. 43 und 44 S. 217 ff.
4) Stenzel III 348.

Weigerung nach Berlin zu kommen und verlangte von ihm den Vorschlag eines gleichdenkenden Geistlichen (3). Die Abneigung Friedrich Wilhelms gegen die Lehre der reformirten Kirche von dem absolutum decretum, der Prädestination, die die Synode von Dordrecht in schroffer Ausprägung gegen die Universalisten, die Befürworter der allgemeinen Gnade Gottes, formulirt hatte, ist bekannt[1]). Er hielt die heilige Schrift für solider als das Dordrechter Concilium und sah in der Lehre, welche anstatt der allgemeinen jedem gläubigen Christen zu Theil werdenden Gnade Gottes die Auserwählung blos einzelner vortrug, gradezu etwas teuflisches. Schon in den Anfängen seiner Regierung hatte er dem reformirten Kirchendirectorium sein höchstes Missfallen über den litterarischen Streit zwischen Universalisten und Particularisten kund gegeben und die Verbote seiner Vorfahren in Erinnerung gebracht, welche die Autoren aus einer unverantwortlichen Temerität nach ihrem eigenen Gehirn in einem ihren Principiis und Dogmatibus am nächsten kommenden Sinn auslegten, während doch dergleichen Interpretation keiner Privatperson zustehe, zu geschweigen, dass solche Schriften keinen Nutzen haben und nur den Kirchenfrieden stören[2]). War es vor allem auch der Inhalt des Dogmas, der ihn abstiess — der Particularismus widersprach dem Gemeinsinn, der in dem Könige lebte und webte, sagt Ranke[3]) —, so erkannte er doch auch dessen politische Gefährlichkeit nach aussen wie nach innen hin, und so wenig seine Opposition Sache der Staatsklugheit, sondern Gewissenssache war, lebte sie doch in ihm zugleich als ein Vermächtniss seiner Vorfahren. Bei seinem Uebertritt zur reformirten Kirche (1614) hatte sich Johann Sigismund sofort für die Lehre von der allgemeinen Gnade erklärt und „die Opiniones und Reden verworfen, als dass man den Himmel hinauf mit der Vernunft klettern und allda in einem sonderlichen Register oder in Gottes geheimen Cantzley und Rathstuben erforschen müsse, wer da zum ewigen Leben versehen sey oder nicht“[4]). Als man in der Schweiz die formula consensus von 1675, die den Neuerungen in Glaubenssachen steuern sollte, dazu verwendete, um den von Frankreich nach Aufhebung des Edicts von Nantes herüberdringenden Flüchtlingen und ihrem Universalismus zu wehren, forderte der grosse Kurfürst dazu auf „zu jetziger Zeit, wo gute Apparenz zur Vereinigung, diese Differenz nicht rege zu machen, damit nicht die ganze evangelisch-lutherische Partei, deren Hülfe und gutes Einvernehmen man so nöthig habe, irritirt oder vor den Kopf gestossen werde“[5]). Die kirchenpolitische Wichtigkeit des dogmatischen Gegensatzes erkennend hatte Friedrich Wilhelm I. selbst sich 1722 mit dem Könige von England und dem Corpus Evangelicorum zu einer diplomatischen Intervention vereinigt, um die reformirten Cantone davon abzubringen, die Prediger und

1) Fassmann, Leben und Thaten — des K. v. Preussen Frid. Wilhelmi I (1735) S. 907. Stenzel III 472.

2) 1714 Juli 31. Mylius, Corp. const. March. I Abth. 1 Nr. 87 S. 511.

3) Ranke S. 88.

4) Mylius, corp. const. March. I 1 S. 472.

5) 1686 Februar 27. Alex. Schweizer, die protestant. Centraldogmen in ihrer Entwicklg innerh. der reform. Kirche II (Zürich 1856) S. 680.

Professoren neuerdings zur Unterschrift der formula consensus zu verpflichten. So löblich sie sich vor 40 Jahren, als die Formel zuerst aufs Tapit gebracht, auf Ersuchen seines Grossvaters zur Verstattung von Libertät verstanden hatten, so bedauerlich war ihm die erneute Nötigung, die einen Gewissenszwang involvire, weshalb man hie bevor das päpstliche Joch von sich geworfen habe. Wie in andern königlichen Schreiben sind auch hier die Lehrsätze von der Prädestination und Gnadenwahl bezeichnet als sehr dunkel, schwer zu decidiren und in der heiligen Schrift so gar deutlich nicht verfasset. „Sie sind nicht nur bei den Evangelisch-Lutherischen anstössig, sondern wollen auch nicht von allen und jeden Reformirten ohne Unterschied agnoscirt und angenommen werden“ [1]). Gieng die traditionelle Politik des Hauses Brandenburg auf eine Ausgleichung der Gegensätze innerhalb der evangelischen Religionspartei, so musste auch aus diesem Grunde der König sich mehr zu der universalistischen Auffassung, wie man sie in Deutschland verstand [2]), hingezogen fühlen, denn sie enthielt eine Annäherung an die lutherische Kirche, während der Particularismus den Abstand zwischen beiden Confessionen erweiterte. Politische Erwägungen, wie diese, lagen den brandenburgischen Herrschern seit Ende des 17. Jahrhunderts um so näher, als das Fürstenhaus Kursachsens, des führenden Landes der Reformationszeit, damals zum Katholicismus übertrat. Wenn der grosse Kurfürst sich nach der Thronbesteigung Jacob II. in England als das oberste Haupt der Reformirten in Europa hatte bezeichnen lassen, so musste nunmehr auch die evangelische Religionspartei im Reiche in Brandenburg-Preussen ihren Führer erblicken [3]).

Die nächste Sorge des Königs erwuchs allerdings aus der Gefahr des Dogmas für den innern Frieden seines Landes. Friedrich Wilhelm hat seinem Unwillen gegen die Wittenberger und ihre friedhässigen Grundsätze oft Ausdruck gegeben; man versteht danach das Gewicht seiner Aeusserung, es gebe auch unter den Reformirten Wittenberger, mit denen er nichts zu thun haben wolle [4]). Weil die Lehre von der Gnadenwahl unselige Trennung verursache und wohl nach wie vor unausgemacht bleiben werde, hatte er schon 1719 bei schwerer Strafe deren Erörterung auf den Kanzeln untersagt [5]). Des Königs eigenem Bekenntniss über diesen Gegenstand, das er für alle rechtschaffenen Reformirten in Anspruch nimmt, ertheilt der jüngere Francke das Zeugniss eines ziemlich gut lutherischen [6]). Nach alledem begreift man seinen Unwillen, wenn er die ihm widerwärtige Glaubenslehre in seiner unmittelbarsten Umgebung auftauchen sah. Schon als im J. 1724 seine älteste Tochter, Friedrike, die nachherige Markgräfin von Baireuth, confirmirt wurde, erhob sich die Anklage, in das Glaubensbekenntniss der Prinzessin, das in Form eines vollständigen Katechismus und mit den An-

1) 1722 Febr. 21. Schweizer S. 690 ff. vgl. S. 712.
2) Schweizer S. 817.
3) Stenzel II 433 und 492. Ranke S. W. XXV 358. v. Mühler S. 193.
4) Kramer, neue Beitr. S. 180.
5) 1719 März 19. Mylius I 1 n. 103. Stenzel III 472. Ranke S. W. XXVII 180.
6) Kramer S. 185.

sprachen des Geistlichen alsbald veröffentlicht war, sei ungeachtet des königlichen Verbots [1]) von einem reformirten Doctor der Particularismus eingemischt [2]). Der Vorwurf richtete sich gegen den Hofprediger J. E. Andreä (oben S. 36 u. 42), der auch der erste Religionslehrer Friedrichs des Grossen war; und der König scheint jenen Angriff nicht vergessen zu haben. Als der Kronprinz durch seine Lectüre während der Küstriner Haft, namentlich Bossuets gegen die Reformirten gerichtete Histoire des variations des églises protestantes und Basnages zu deren Widerlegung bestimmte Histoire de la religion des églises réformées zum Nachdenken über dogmatische Fragen angeregt wurde und eine Hinneigung zum Particularismus verrieth, entstand ein neuer Conflict zwischen Vater und Sohn, nachdem die Wunde, die der Fluchtversuch dem Herzen des Königs geschlagen, eben zu heilen angefangen hatte [3]). Es ist neuerdings der volle Wortlaut der Schreiben aus dem Ende des Jahres 1730 bekannt geworden, in denen der König seinen Zorn gegen die „Principia des verteufelten und seelengefährlichen Particularismi" entlud und nicht müde wurde, nach denen zu forschen, die seinem Sohne dessen Sätze beigebracht haben könnten [4]). Auch unsere Briefe gewähren einen Beleg für die Abneigung des Königs gegen die Lehre und ihre Lehrer. 1739 war durch Schlichters (ob. S. 35) Abgang, der in seine Vaterstadt Köthen zur Uebernahme einer Pfarrstelle zurückkehrte, eine der theologischen Professuren des hallischen Gymnasiums frei geworden. Als Pauli einen seiner Neffen, Joh. Casimir Mieg in Herborn [5]), zum Nachfolger vorschlug, genügte dem Könige schon dessen Landsmannschaft zur Zurückweisung „da die Pfältzer durchgängig Ertzparticularisten seynd" (13). Auch eine erneute Vorstellung Paulis blieb erfolglos, da der König Landeskindern vor Fremden den Vorzug gab (14). Der Nachfolger Schlichters, Nad war allerdings auch kein geborner Preusse, sondern ein Hesse, aber doch schon länger in Preussen als Schulmann und als Prediger thätig gewesen [6]).

Der König hatte noch eine andere Beschwerde gegen die reformirten Geistlichen, namentlich die jüngern unter ihnen, auf dem Herzen. Es war das, was er als die eitele oder affectirte Methode zu predigen bezeichnete (11. 12). Er meinte damit sowohl die gekünstelte mystische Ausdrucksweise wie die Unübersichtlichkeit des Gedankenganges in den Predigten. Schon früher hatte er nach Predigten verlangt, wie des seligen Francke, simpel, deutlich, vernehmlich, dass

---

1) Die ganze Veröffentlichung ist wiederholt in den Miscell. Tigurina III (1724) S. 503 ff.

2) Untersuchung des — verbotenen, aber nichtsdestoweniger in ein hohes Glaubensbekenntniss — eingemischten Particul. 1725. Die Fortgesetzte Sammlg. von Alten u. Neuen theol. Sachen 1726 (Leipzig) S. 601 bemerkt in der Anzeige, in dem Glaubensbekenntniss habe der Hg. seinen Particularismus grob genug fürgetragen und Bibelstellen unterdrückt, die nicht in seinen Dordracenischen Kopf gewollt.

3) Ranke S. 88. Koser, Friedrich der Grosse als Kronprinz (1886) S. 135 u. 254.

4) M. Lehmann, Histor. Ztschr. Bd. 67 (1891) S. 476 ff.

5) Eckstein S. 19; Strieder IX 49.

6) Hering, Neue Beitr. I 191.

der Gelehrte und Ungelehrte es verstehen und sich zu nutze machen könnte [1]). Die Klagen seines Briefes vom 16. Februar 1739 (11) laufen in die Aufforderung an Pauli aus, einen Vorschlag zur Abstellung dieses Misstandes auszuarbeiten. Pauli hatte selbst solche Mängel schon seit längerer Zeit beobachtet. In einer seiner Vermahnungsreden an die Studirenden der Theologie spricht er seine Betrübniss darüber aus, dass heut zu Tag aus dem Predigen mehr eine theatralische Redekunst gemacht als auf die wahre Erbauung und Besserung zu Gott im Glauben gesehen werde; anstatt die heilsame Lehre zu suchen, wolle man Lehrer, die denen jückenden Ohren ein Genügen leisten (2. Tim. 4, 3) [2]). Pauli war deshalb rasch im Stande, dem Willen des Königs zu entsprechen. Nach wenig Tagen war der König im Besitze eines Entwurfs (12). Leider hat sich die Arbeit Paulis nicht mehr auffinden lassen. Nachforschungen nach etwaigen Vorakten zu der gleich zu erwähnenden Verordnung [3]) im Geh. Staatsarchive sind erfolglos geblieben. Aber man wird in der Annahme nicht irren, dass in der königlichen Cabinetsordre vom 7. März 1739 die Vorschläge Paulis mitbenutzt sind. Sie ist an den Etats-Minister Christian von Brand, den Chef des geistlichen Departements seit dem Ende 1737 erfolgten Aufrücken Coccejis zum chef ministre de justice, und an den Consistorial-Präsidenten von Reichenbach [4]) gerichtet und verlangt von den reformirten Professoren der Theologie an den Universitäten und Gymnasien, dass sie die Studiosi Theologiae zu ungeheuchelter Gottesfurcht und lebendiger Erfahrung der göttlichen Wahrheiten anführen. Sie sollen erst selbst wahre Christen sein, ehe sie andere dazu anleiten. Reine Lehre und unsträflicher Wandel sind die Mittel dazu. Zur gewissenhaften Vorbereitung für ihren künftigen Beruf muss mit dem Studium der Theologie das der Philosophie verbunden werden. „Es sollen dieselben sich bei Zeiten in der Philosophie und einer vernünftigen Logic, als zum Exempel der Professor Wolffens, recht fest setzen“. Die Empfehlung Christian Wolffs geht vermuthlich auf den beim Könige sehr angesehenen und als Prediger hochgeschätzten Propst Reinbeck zurück. Friedrich Wilhelm I. hatte schon wiederholt Anstalten zur Sühnung des Unrechts gemacht, das er begangen, als er 1723 wegen angeblich gottloser Lehren Absetzung und Landesverweisung über Wolff verhieng. Aus der 1733 geplanten Zurückberufung war allerdings nach Friedrich des Grossen Bezeichnung eine zweite Verfolgung geworden [5]), und in einer Cabinetsordre von 7. April 1736 der theologischen Facultät zu Halle das Missfallen des Königs ausgedrückt, dass die Studiosi anstatt sich auf die Theologie und den Grund der heiligen Schrift zu legen sich mehr auf die Philosophie und unnütze Fratzen und Subtilitäten applicirten [6]). Aber schon im Jahre darauf war auf Grund erneuter Gutachten das Halten von Vorlesungen über die Wolffsche Philosophie gestattet

1) 1733 Juli an Jablonski und Noltenius. Baczko, Gesch. Preussens VI (1800) S. 469.
2) Reden an die Studirenden (ob. S. 39) n. VI S. 81.
3) Mylius, continuatio I S. 326 n. IV A.
4) Stölzel, Brandenburg-Preussens Rechtsverwaltung II (1888) S. 123 und 107.
5) Koser S. 141. 6) Eckstein, Gesch. von Halle S. 105.

und 1739 Wolff für die Universität Frankfurt a/O. zu gewinnen versucht worden[1]). Es war insbesondere Reinbeck gelungen, des Königs Ansicht über Wolff zu berichtigen; und als Zeichen der geänderten Stimmung erzählte man sich in Gelehrtenkreisen, der König habe das Bild des Philosophen in Berlin copiren lassen und Reinbeck zum Neujahrstage 1739 geschenkt[2]). In der den Studirenden im vollen Gegensatz gegen früher empfohlenen Logik sieht die königliche Verordnung eines der Mittel zur Reform der Predigt, deren Zweck darein gesetzt wird, in dem Zuhörer klare Begriffe und eine gute Neigung seines Willens zu erwecken. Auch in dieser starken Betonung der verstandesmässigen Aneignung der Religionslehren liegt ein Gegensatz zu ältern Vorschriften des Königs, wonach es allein auf eine glaubensmässige, nicht aber auf eine wissenschaftliche Erfassung der göttlichen Wahrheiten ankam[3]). Der Prediger wird sein Ziel erreichen durch einen reinen kurzen und deutlichen Stylus, durch einen Vortrag, der weder niederträchtig und gemein noch hochtrabend, verblümt, künstlich und gezwungen ist. Auf begriffliche Klarheit und natürlichen Vortrag kommt die Verordnung wiederholt zurück. Die Candidaten sollen eine natürliche und leichte Ordnung beobachten, bei der alles kettenweise zusammenhängt und eines aus dem andern fliesst. Denn der Zuhörer muss die Predigt nicht nur verstehen, sondern auch zu seinem Nutzen behalten können. Mit dem klaren und deutlichen Stylus, wie ihn der König verlangt, ist der eingerissene Gebrauch allegorischer Ausdrücke, mysterischer Redensarten aus den Propheten unverträglich. Unvermeidliche Wendungen der Art sollen durch deutliche Worte und vernünftige Begriffe klar gemacht werden. Die Verordnung dringt auf gehörige Eintheilung der Predigten in ordentliche und wenige Stücke, auf eine massvolle und umsichtige Auswahl der Bibelstellen, auf eine Application, die sich dem verschiedenen Zustande der Zuhörer anpasst und in einer anständigen, rührenden, doch unaffectirten Art geschieht. Alle diese Zwecke lassen sich am sichersten erreichen, wenn die Candidaten zur sorgfältigen Meditirung und schriftlichen Vorbereitung ihrer Predigten angehalten werden. Das wird sie davor bewahren, Unbedachtes öffentlich und ungeordnet vorzutragen. Denn sie sollen nie vergessen, dass sie vor dem Angesicht des grossen Gottes stehen und die Förderung seiner Ehre und der Seligkeit ihrer Zuhörer ihre einzige Aufgabe ist.

Dasselbe was ausführlich für die Candidaten der reformirten Theologie aus einander gesetzt war[4]), wiederholte zusammengedrängt der für die evangelisch-

1) Büsching, Beyträge zu der Lebensgesch. I (1783) S. 13 ff. Stenzel S. 680.

2) Gött. gel. Anzeigen 1739 S. 71 mit der Nebenbemerkung: man kann hieraus allein abnehmen, wie vieles man wage, wenn man seine eigenen widrigen Affecten einem grossen Herrn, so zu reden, unterzuschieben sich nicht entblödet.

3) Stenzel S. 477.

4) Der Umstand, dass der König sich zuerst mit den Schäden des reformirten Gottesdienstes befasst hat, im Zusammenhalt mit den Briefen 11 und 12 beweist m. E. für den Einfluss Paulis auf die Verordnung vom 7. März 1739, die sonst gewöhnlich auf Reinbeck zurückgeführt wird. (Sack, Gesch. der Predigt S. 19 ff.). Auffallend ist das Bedauern L. Geigers, Berlin 1688—1840 Bd. I (1893) S. 190, dass die Vorschriften über die Predigt nicht von einem Fachmanne herrühren.

lutherische Kirche bestimmte Erlass des Königs vom 9. Januar 1740, nur dass er zugleich auf bestimmte Prediger als Muster hinwies, auf den Oberhofprediger Jablonsky und den Probst Reinbeck[1]).

Königliche Erlasse solches Inhalts sind in der Zeit Friedrich Wilhelms nichts seltenes. Noch mehr als seine Vorgänger nahm er es ernst mit dem landesherrlichen Kirchenregiment. Es giebt ihm Recht und Pflicht, sich nicht blos um die äussere Ordnung des Kirchenwesens, sondern auch um die innern Angelegenheiten zu bekümmern, denn seine landesväterliche Vorsorge gilt dem zeitlichen und dem ewigen Wohlsein seiner getreuen Unterthanen[2]). Die angeführten Erlasse sind nur ein Theil einer ganzen auf die Predigt bezüglichen Gesetzgebung, die selbst wieder als Glied in einen grössern Zusammenhang gehört.

In den Briefen des Königs wie in seinen sonstigen Aeusserungen, amtlichen und privaten[3]), kehrt das Verlangen nach einem thätigen Christenthum wieder (3. 4). Die Bedeutung dieser auf die Anregungen Speners zurückgehenden Forderung[4]) fällt nicht zusammen mit dem, was heutzutage unter praktischem Christenthum verstanden wird. Denn wenn die Gegenwart eine Bethätigung der Religion durch Fürsorge für die hülfsbedürftigen Classen der Bevölkerung verlangt, so sollte das thätige Christenthum sich dem entgegenstellen, das sich in polemischen Streitigkeiten über Dogmen erschöpfte, das das gelehrte Wissen und Fürwahrhalten einer gewissen Summe theologischer Lehren als Beweis christlicher Frömmigkeit ausreichen liess, und positiv sich bewähren durch frommen Wandel und gute mildthätige Werke. Durch diese Betonung des practischen Elements[5]) hielt König Friedrich Wilhelm I. nur an dem fest, was seine Vorfahren, namentlich der grosse Kurfürst, als das wichtigste im religiösen Leben erachtet und, soviel an ihnen lag, bei ihren Unterthanen gefördert hatten. Als das wirksamste Mittel, das thätige Christenthum unter den Unterthanen zu pflegen, erschien dem Könige die Predigt. Sie vor Missbräuchen zu bewahren und zu ihrem Zwecke geschickt zu machen, ist eine seiner vornehmsten Regierungssorgen. Er wendet sich gegen das gelehrte Oratisiren auf den Kanzeln; und man versteht seine Klagen erst, wenn man liest, wie Prediger der Zeit sich ein gelehrtes Ansehen gaben durch Einmischen fremder Sprachen oder einer die Ausgabe der Adagia Erasmi, die er besitze, anzuführen für nöthig hielt[6]). Andererseits wünscht er sich aber keineswegs verwässerte Predigten. Er liebt solche, die recht aufs Herz gehen; sie führen zum thätigen Christenthum und zur wahren Bekehrung. Die Prediger sind ihm ganz recht, die fein scharf predigen und das Gesetz treiben; Trost mache sich ohnedies jeder zu viel[7]). Er lässt es nicht bei allgemeinen Klagen und erbaulichen Betrachtungen bewenden. Mit soldatischer Strammheit geht er den Misständen, die er bemerkt haben will, zu Leibe und decretirt, was unterbleiben, was geschehen soll. Ein Hauptanstoss

1) Mylius, cont. I S. 326 n. IV B. 2) 1702 Sept. 4. Mylius I n. 69 S. 425.
3) Verordngn. v. 1719 und 1722. Mylius I 1 n. 103 und 111.
4) Ranke S. 180 und 182. 5) v. Mühler S. 189.
6) Kramer, neue Beitr. S. 177, 90, 92. 7) Kramer 175.

war ihm die Länge der Predigten. 1714 wird angeordnet, keine dürfe länger als eine Stunde dauern, unter Androhung von 2 Thalern Strafe an die Kirche zu erlegen, worin gepredigt worden; schon 1717 wird das Verbot erneuert und die Strafandrohung auf die Prediger erstreckt, die die königliche Verordnung auf den Kanzeln anzapfen [1]). Rügten die Motive die verdriesslichen Wiederholungen und sogenannten Tautologien als Hemmnisse der Erbauung, so tadelte der König in seinen Gesprächen, wie er sie mit Geistlichen zu führen liebte, die langen Explicationen, während doch alles auf die Application ankomme [2]). Die Gesetzgebung ist bei dem Aeussern nicht stehen geblieben, sondern hat sich auch eingehend mit dem Inhalt der Predigt beschäftigt. Im Interesse des Kirchenfriedens wird bei ohnausbleiblicher harter Beahndung verboten, die Sentimenten der andern Evangelischen, unter was Praetext es auch geschehen möchte, zu perstringiren oder auf eine lieblose und anzügliche Weise zu widerlegen [3]). Die Geistlichen beider evangelischen Kirchen sollen sich der Erörterung aller Streitfragen auf der Kanzel enthalten [4]). Insbesondere ist es dabei auf die Lehre von der Gnadenwahl abgesehen, eine Materie, wovon die Prediger selber zum öftern keinen rechten Begriff haben, weniger denselben ihren Zuhörern beibringen können [5]). Statt dessen sollen die Geistlichen ihre Gemeinden in der Furcht des Herrn von denen zu ihrer Seligkeit nöthigen und dienlichen Dingen und dem thätigen Christenthum nach der deutlichen Vorschrift des Worts Gottes unterweisen. Wenn Prediger dieses Ziel verfolgen, so hofft er den Gegensatz zwischen beiden evangelischen Bekenntnissen, den er zu Zeiten als Formel- und Pfaffengezänk bezeichnet hat, in eine Einigung aufgehen zu sehen [6]). Darauf hat er selbst soviel als möglich hingearbeitet. Wie er in dem angeführten Erlass vom 9. Januar 1740 auf einen reformirten und einen evangelischen Prediger als Muster hinwies, so hat er sie auch zusammen wirken lassen, als am 30. August 1739 die Dreifaltigkeitskirche in Berlin eingeweiht wurde und Jablonsky den reformirten, Reinbeck den lutherischen Geistlichen einführte [7]).

Die königliche Verordnung von 1739 hatte noch ein litterarisches Nachspiel. Es folgte ihr auf dem Fusse ein „Grundriss einer Lehrart ordentlich und erbaulich zu predigen nach dem Inhalt der Cabinetsordre vom 7. März 1739“. Da die Schrift anonym in Berlin erschienen, aber von Reinbeck mit einer Einleitung versehen war, so vermuthete man „einen fürnehmen Urheber“ [8]), legte ihr jeden-

1) Mylius I 1 Nr. 89 u. 96. 2) Kramer S. 175.

3) V. v. 1720 Nov. 13. Mylius I 1 Nr. 107.

4) 1722 April 21. Mylius das. Nr. 111.

5) 1719 Mai 10. Mylius das. Nr. 103.

6) Kramer S. 185. Förster, Gesch. Friedrich Wilhelms I. K. v. Preussen II 339, 341. Stenzel S. 471.

7) Ranke S. 180.

8) Gött. gel. Anz. 1741 S. 343. Wagenmann (A. D. B. XXVIII 3) nennt Reinbeck als Verfasser des Grundrisses. Er hat sich dabei von Schuler, Gesch. der Veränderungen des Geschmacks im Predigen II (Halle 1793) S. 155 irre leiten lassen, wie er daher auch die Angabe übernommen, die Cabinetsordre von 1739 sei aus der General-Kirchenvisitation von 1738 erwachsen. Es sind

falls officiellen Character bei. Dass Gottsched in Leipzig der Verfasser des Grundrisses war, scheint damals niemand geahnt zu haben[1]). Die breite redselige Schrift hätte sonst schwerlich eine so lebhafte theologische Polemik hervorgerufen. Aber sie traf hinein in den schon länger schwebenden Streit, ob der Philosophie und insbesondere der Wolff'schen ein Einfluss auf die Theologie einzuräumen, oder in praktischer Zuspitzung, ob es erlaubt sei „sinnreich und philosophisch" zu predigen. Gegen den anonymen Grundriss liess sich sagen, was man gegen die königliche Verordnung vorzubringen nicht gewagt hätte. Die Antworten auf die Streitfrage lauteten verschieden. Den Göttingischen gelehrten Anzeigen hatte der Grundriss anfangs gefallen: sie sprachen von seinem unerschrockenen Verfasser, der kein Bedenken trage, die Galle und Thränen vieler geistlicher Lehrer zu reizen, die die Philosophie für ein Verderben des Predigers halten[2]). Nachher als J. J. Moser mit seinen schriftmässigen Gedanken von der Verbindung der Weltweisheit mit der Theologie (1741) und der Göttinger Professor Oporin mit seinen theologischen Bedenken (Hannover 1741) auftraten, gaben sie der entgegengesetzten Stimmung Raum. Für eine massvolle Benutzung der Philosophie in der Predigt erklärte sich wie Reinbeck der berühmteste Kanzelredner der Zeit, Mosheim in Helmstedt, in der Vorrede zu dem letzten Theile seiner heiligen Reden[3]).

Die Briefe Friedrich Wilhelms I. an Pauli folgen nachstehend im wortgetreuen Abdruck; der Interpunktion ist insoweit nachgeholfen, als für den heutigen Leser erforderlich ist.

1.

Würdiger lieber Getreuer. Ich habe Euer Schreiben vom 15ten dieses, worin Ihr Euch bedancket, dass Ich Euch die Hoff-Prediger Stelle zu Halle conferiret, erhalten. Ich habe so viel guthes von Euch gehöret, dass Ich dadurch bewogen worden, Euch gedachte Stelle zu conferiren. Wann Ihr nun zu Halle werdet eingerichtet seyn, sollet Ihr ein mahl zu mir kommen, damit Ich Euch persönlich kennen lerne und werde Ich Euch bey aller Gelegenheit zeigen, wie Ich sey

Potsdam den 28ten November 1727.

Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den HoffPrediger Pauli.

aber nur einzelne Berührungen mit den Visitationsberichten des Präsidenten v. Reichenbach vorhanden (Acta historico-ecclesiastica [Weimar 1740] III 251; IV 595 ff.); die eigentlich characteristischen Bestandtheile der Verordnung sind hier nicht zu finden. Vgl. oben S. 48 Anm. 4.

1) Danzel, Gottsched und seine Zeit (Leipz. 1848) S. 40 u. ff. liefert den Beweis aus der Correspondenz des Grafen Manteuffel, der durch seine Gesellschaft der Alethophilen mit Reinbeck und Gottsched in Verbindung stand und für die Wolffsche Philosophie wirkte. Von Gottscheds Auftreten gegen die Leipziger Predigtmethode berichtet Schuler S. 116.

2) Gött. gel. Anz. 1740 S. 421.

3) Heilige Reden über wichtige Wahrheiten der Lehre Jesu Christi, Th. VI (Hambg. 1744) S. 52 ff.

2.

Würdiger, besonders lieber getreuer. Ich habe Euer Schreiben von 10ten Febr. zu recht erhalten und bin Ich Euch vor die überschickte Disputation und 2 Predigten sehr obligiret. Betreffend den übrigen Inhalt Eures Briefes wegen der Jugend, so ist meine Intention gahr[1]) nicht, dass durch die enrollirung die Kinderzucht und Disciplin bey denen Eltern und Praeceptoren soll auffgehoben werden, sondern solche kann doch dabey bestehen, und ist dieses nur das Mittel, dass keine gewaldtsame Werbung bey denen erwachsenen darff vorgenommen werden, und diejenigen, so zu denen Krieges Diensten sich nicht schicken, wenn sie erwachsen, werden auch nicht dazu genommen. Ich bin übrigens Ew. wohlaffectionirter König

Potsdam den 20ten Febr. 1731. Friedrich Wilhelm.

An den HoffPrediger und Professor Pauli in Halle.

3.

Würdiger, lieber getreuer. Ich habe Euer Schreiben vom 18ten dieses erhalten, und daraus gar gerne ersehen, dass Ihr die Wichtigkeit des Ambtes worinnen Ihr treten sollet, wohl überleget habet. Ich bin auch nicht gesonnen Euch wieder Euren Willen anhero zu ziehen, jedoch wird es Mir lieb seyn, wenn Ihr Euch dazu resolviret, und könnet Ihr Euch sodann versichert halten, dass Euch niemand in bescheidener Bestrafung des Unrechtes beschwehrlich fallen soll. Da auch unter Predigern sowohl als unter den Candidaten fromme, geschickte Leuthe rar seyn, die ein thätiges Christenthum lieben, insonderheit aber die seeligmachende Lehre von der allgemeinen Gnade Gottes aufrichtig bekennen; So will Ich, dass wenn Ihr Euren Entschluss gefasset, Ihr Mir fordersambst ein dergleichen Subjectum an Eure Stelle nach Berlin oder nach Halle vorschlagen sollet. und bin Ich übrigens

Schönebeck den 22ten December 1731. Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Prediger Pauli.

4.

Würdiger, besonders lieber Getreuer. Ich habe Euer Schreiben v. 20ten dieses nebst Euren gedruckten Ermahnungs-Reden an die Studiosos Theologiae wohl erhalten. Ich bin Euch dafür obligiret und ersehe

1) Hs. undeutlich ob nicht gohr geschrieben ist.

darauss, dass es Euch ein Ernst sey, die Jugend zum thätigen Christenthum anzuführen. Gott erfülle dabey Euren wohlgemeineten Wunsch und schencke Euch reichen Seegen bey Eurer Arbeit. Ich bin

Potsdam d. 24ten Jan. 1733. — Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli
in Halle.

5.

Andächtiger, lieber getreuer. Aus den von Euch erhaltenen Schreiben v. 14ten dieses habe Euren Christlich-wohlgemeynten Wunsch zu der Vermählung Meines Sohnes des KronPrintzen Liebden als auch Meiner Tochter der Printzessin von Bevern Liebden ersehen [1]), welchen treuen Wunsch Gott in seine Erfüllung gehen lassen wolle. Betreffend die gebethene Erlaubniss auf ein paar Wochen nach Berlin zu reysen; So accordire Ich Euch solche hierdurch gerne, Ihr sollet aber Mir melden, wenn Ihr in Berlin angekommen seyn werdet, weil Ich Euch selbst predigen hören will, und wirdt es Mir noch angenehmer seyn, wenn Ihr solche Eure Reyse nicht eher antreten werdet, als gegen die Zeit da Ich in Wusterhausen bin, weil Ich daselbst die beste Zeit habe Euch zu hören und zu sprechen. Ich bin

Potsdam den 18ten Julii 1733. — Euer affectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli.

6.

Andächtiger, lieber getreuer. Es ist Mir aus Euren Schreiben v. 8. dieses lieb zu ersehen gewesen, dass Ihr Eure Reyse nach Berlin noch aussetzen wollet bis auf die Zeit, da Ich in Wusterhausen seyn werde. Ich will Eurer sodann daselbst gewärtigen und bin übrigens

Potsdam d. 15ten Augusti 1733 — Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli
in Halle.

---

1) Die Hochzeit Friedrichs des Grossen mit der Prinzessin Elisabeth, Tochter des Herzogs Ferdinand Albrecht II. von Braunschweig-Bevern, hatte am 12. Juni, die der Prinzessin Charlotte mit Herzog Karl, dem Sohne Ferdinand Albrechts, am 2. Juli stattgefunden.

7.

Andächtiger, lieber getreuer. Ich gebe Euch auf Euer Schreiben v. 9ten dieses in Antwort, dass Ihr künfftigen Sontag über acht Tage nach Wusterhausen kommen und daselbst vormittages predigen sollet. Ich bin

Potsdam den 12ten September 1733. — Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli.

8.

Würdiger, lieber getreuer. Ich habe auf Eure Vorstellung v. 30. voriges Euch diejenigen 186 tal. so der verstorbene Klug[1]) genossen als eine Zulage in Gnaden accordirt, und deshalb beyliegende Ordre ergehen lassen. Ich bin

Potsdam den 3ten Februarii 1734. — Ew. wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli in Halle.

9.

Würdiger, lieber getreuer. Ich habe Euer Dancksagungs-Schreiben vor die Euch accordirte Zulage wohl erhalten. Ich hoffe, Ihr werdet diese Gnade, so Ich Euch erzeiget, durch unermüdeten Fleiss in Eurem Amte zu demeriren suchen, damit Ich ferner Ursach habe zu seyn

Potsdam den 20ten Febr. 1734. — Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli in Halle.

10.

Würdiger besonders lieber getreuer. Ich ersehe aus Eurem Schreiben, wie Ihr Eurer gesundheit wegen auff 4 Wochen nach Braunschweig eine Reise zu thun vorhabet; Ich ertheile Euch hiedurch die gebethene permission dazu, wünsche Euch einen gesegneten effect davon und bin

Potsdam den 3ten Maji 1738. — Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den HoffPrediger Pauli.

---

1) Gemeint ist G. F. Kluck ob. S. 35.

11.

Würdiger, lieber Getreuer. Da Ich zum öfftern bemercket habe, dass viele derer Reformirten Prediger in ihren Predigten sich gemeiniglich einer gantz gekünstelten Arth bedienen und dabey vieler mystischen und allegorischen Ausdrücke gebrauchen, dadurch aber des rechten Zweckes, nehmlich denen Zuhörern das Worth Gottes auf eine deutliche natürliche und ordentliche Arth zu erklären, gäntzlich verfehlen; So sollet Ihr wohl überlegen und Mir demnechst berichten, wie und auf was Arth diese eytele Methode zu predigen am füglichsten abgestellet, dahergegen insonderheit die angehende Candidati Theologiae angeführet werden können ordentlich und verständtlich zu predigen, auch die Dispositiones von ihren Predigten natürlich und deutlich zu machen, damit die Zuhörer solche leicht verstehen und behalten können. Ich bin

Potsdam
den 16ten Februarii 1739.

Euer wohlaffectionirter König
Friedrich Wilhelm.

An den HoffPrediger Pauli
in Halle.

12.

Würdiger, besonders lieber getreuer. Ich habe Euer Schreiben vom 21ten Februar wohl erhalten, und daraus so wohl als dem beygefügten Entwurff eines Unterrichts von ordentlicher deutlicher und erbaulichen Einrichtung derer Predigten Eure Meinung von dieser materie ersehen. Ich bin damit sehr wohl zu frieden, und wie Ich wünsche, dass die Studiosi Theologiae auff denen Universitäten und Gymnasiis dergestalt von der eingerissenen duncklen affectirten und unverstandlichen Methode zu predigen abgewöhnet und zu einem deutlichen ordentlichen und vernünfftig überzeugenden Vortrag angeführet werden mögen; also habe Ich zu dem Ende die abschriftlich angeschlossene Ordre an das Departement der geistlichen Sachen ergehen lassen. Ich suche nichts dabey als die Beförderung der wahren Erkentniss Gottes und dessen Dienstes, und bin also versichert, dass Ihr nebst allen redlichen Lehrern diesen Endzweck zu erfüllen suchen werdet, weil es doch grossen theils darauff ankommt, wie die angehende Prediger angeführet werden. Wegen des Verlustes Eures Gymnasii müsset Ihr Euch erst recht erkundigen, ob der mons pietatis[1]) auch so viel übrig habe. Ich bin

Potsdam
d. 9ten Martii 1739.

Euer wohlaffectionirter König
Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli
zu Halle.

---

1) Der mons pietatis ist eine durch Kurfürst Friedrich Wilhelm III. 1696 Dec. 24 (Mylius VI 1 n. 198) gestiftete Casse zur Unterstützung „für die vertriebenen und nothleidenden Glieder

13.

Würdiger, lieber Getreuer. Ich habe zwar aus Euren Schreiben vom 12ten dieses ersehen, wohin Euer Vorschlag bey wieder Besetzung der vacant gewordenen Stelle bey den Hallischen Reformirten Gymnasio gehet. Da aber der von Euch erwehnte Mieg ein Pfältzer, und diese durchgängig ertzparticularisten seynd; So trage Ich Bedencken denselben zu solcher stelle zu agreiren und habe daher vorhin schon befohlen, dass ein LandesKind dazu vorgeschlagen werden soll. Ich bin

Berlin den 18ten December 1739. Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den Professor Pauli in Halle.

14.

Würdiger, lieber getreuer. Ich habe ersehen, was Ihr in Euren Schreiben vom 29ten voriges den p. Mieg betreffend anderweitig vorstellen wollen. Da aber geschickte Leuthe genung im Lande seynd, und wir also keine frembde zu nehmen brauchen; So lasse es deshalb bei Meiner vorigen Resolution bewenden. Uebrigens bin Euch wegen des Mir erstatteten Glückwunsches zu den angetretenen neuen Jahre obligiret und erwiedere solchen gegen Euch durch anwünschung alles guten an Seele und Leib, bleibe auch jedesmahl

Berlin den 2ten Januarii 1740. Euer wohlaffectionirter König Friedrich Wilhelm.

An den p. Prediger Pauli in Halle.

Wenige Monate nach dem Datum des letzten Briefes, am 31. Mai 1740 ist Friedrich Wilhelm I. gestorben. Pauli überlebte den König um zehn Jahre. Er starb den 5. Febr. 1750. Von mancherlei schweren Krankheiten in den letzten zwanzig Jahren seines Lebens heimgesucht, hat er doch seine Aemter bis zuletzt wahrnehmen können. Im Jahre 1738 war es ihm vergönnt, sein liebes Braunschweig, wo er durch eine Kur Gesundheit zurückgewann, wiederzusehen und vor seiner alten Gemeinde zu predigen[1]). Seine Söhne traten alle in seinen

der wahren reformirten Religion, so in unsern Landen sich befinden". Sie wurde gebildet aus Einkünften, über welche dem Kurfürsten unbeschränkte Verfügung zustand, und begann mit einem Capital von 100000 Thalern. Münzbrüche und andere Strafgelder waren zur Vermehrung bestimmt. Die Casse hatte die Aufgabe zur Beihülfe bei Kirchenbauten, zur Unterstützung von Schulen und „Bedienten" der Kirchen und Schulen mitzuwirken. Zum Gehalt des Rectors am Hallischen reform. Gymnasium steuerte der mons pietatis später 30 (Eckstein Beitr. S. 50), zu dem Gehalte des dritten reformirten Predigers am Dom (oben S. 33) 100 Thaler bei (Zahn S. 13).

1) Brief Nr. 10. Zahn S. 16.

Stand ein und haben noch bei seinen Lebzeiten angesehene Aemter in der reformirten Kirche erlangt. Der älteste, Ernst Ludwig, der, unter die Alumnen des königlichen Doms durch die Gunst des Königs aufgenommen, mit seiner Unterstützung eine Candidatenreise durch Deutschland, Holland und die Schweiz gemacht hatte, wurde nach der Zurückweisung Miegs (oben S. 56) für die vacante Professur vorgeschlagen, zog aber vor einem gleichzeitig an ihn gelangenden Rufe als Prediger nach Magdeburg zu folgen, von wo er später als Oberhofprediger nach Bernburg kam[1]). Der zweite Sohn, Hermann, wurde Hofdiaconus in Köthen. Der jüngste, Georg Jacob, ist am bekanntesten unter den Söhnen Herm. Reinholds geworden. Er hat von 1775--1795 die Stelle als erster Domprediger in Halle bekleidet, ein ebenso entschiedener Repräsentant der rationalistischen Geistesrichtung, wie sein Vater ein milder Ausdruck des Hallischen Pietismus seiner Zeit war[2]). Noch in der dritten Generation ist die Familie Pauli an derselben Kirche vertreten gewesen: der Sohn Georg Jacobs, Georg Ludwig, war vier Jahre dritter Domprediger, bis er 1790 nach Hamburg gieng. Durch ihn und seine Geschwister wurde die Familie mit den Hansestädten und mit Berlin in Verbindung gebracht. Ein Neffe Georg Jacobs von der weiblichen Seite her, G. P. Dohlhoff, 1805—1837 erster Domprediger, hielt noch länger den Zusammenhang mit Halle aufrecht.

Seit der zweiten Hälfte des 17. Jahrh. wird in der reformirten Kirche Hollands und Deutschlands die Klage laut, dass kein Edelmann, kein geachteter Bürger seinen Sohn zum geistlichen Stande bestimmt, während es vorher als eine Ehre auch in vornehmen Familien galt, die Tochter einem Prädicanten zu geben[3]). Die Familie, von der diese Blätter erzählt haben, rechtfertigt diese Klage nicht. Ihre Geschichte liesse sich zu dem Ausdruck zusammenfassen: die Töchter heiraten reformirte Theologen, die Söhne werden reformirte Theologen, Prediger oder Professoren. Eine solche Gemeinschaft, geknüpft durch Verwandtschaft, Bekenntniss und Beruf und sich von Geschlecht zu Geschlecht fortsetzend, hat sich unter den Verhältnissen einer von Grund aus anders gewordenen Gesellschaft nicht erhalten können. Der geistliche Beruf, der noch in den Generationen des 18. Jahrh. vorherrschend geblieben ist, wird nun durch andere, Gelehrte, Kaufleute, Aerzte, zurückgedrängt. Unter den Eheschliessungen macht sich der Zug bemerklich, dass wiederholt Verbindungen mit reformirten Familien französischer Herkunft vorkommen: Ernst Ludwig Pauli heiratete eine Guichard aus Magdeburg, die Tochter des dortigen Syndicus der Pfälzercolonie, die Schwester des Obersten Karl Gottlieb, dem Friedrich der Grosse den Namen Quintus Icilius zudictirte; die Frau Hermann Paulis stammte aus der Familie Le Veaux (oben S. 33); eine Schwester Georg Ludwigs heiratete 1795 einen angesehenen Kaufmann zu Berlin, Jean Paul Humbert; die Tochter dieser Ehe vermählte

1) Eckstein, Beitr. z. Gesch. der Hallischen Schulen II 19.

2) A. D. B. XXV 259.

3) Tholuck II 224. Testament des Peter Melander (oben S. 26), Rhein. Antiqu. II 3 S. 301.

sich mit ihrem Vetter, August Pauli, Pastor erst in Berlin, dann in Bremen, dem Vater Reinhold Paulis.

Auf den vorstehenden Blättern ist die Geschichte einer Familie verfolgt, nicht für sich und um ihrer selbst willen, sondern in Verbindung mit den Geschicken der Zeit, die sie durchlebte und die oft tief genug in ihre Verhältnisse eingegriffen haben. An der Grenze des deutschen Wesens hatten die Söhne des Hauses zu wirken angefangen und so lange ausgehalten, als es ihre Ueberzeugung ihnen gestattete. Eine Zeitlang viel umher geworfen, haben sie im Laufe des 18. Jahrh. festen Fuss im nördlichen Deutschland gefasst. Kirchliche Kämpfe und Gegensätze sind es, die ihre Geschicke bestimmt haben. Die Geschichte der Familie während der ersten zwei Jahrhunderte, in denen sie sich nachweisen lässt, liest sich wie ein Stück Kirchengeschichte, in der Enge eines Pfarrhauses beginnend und am Fusse eines Thrones auslaufend. Die Verflechtung ihrer Geschicke in die religiösen Zeitbewegungen und die Beziehung ihres hervorragendsten Mitgliedes zu König Friedrich Wilhelm I. verschafft ihrer Geschichte ein weiterreichendes Interesse. Der wichtigste Beitrag, den sie zu der allgemeinen Geschichte beizusteuern vermag, die Briefe des Königs, sind bis jetzt als ein stiller Familienschatz aufbewahrt worden. Sie verdienen die Veröffentlichung wie alles, was diesen eigenartigen, lange verkannten Herrscher besser verstehen und würdigen lehrt, zumal die Briefe an Hermann Reinhold Pauli solche Seiten berühren, die zu den bezeichnendsten in dem Wesen des Königs gehören.
